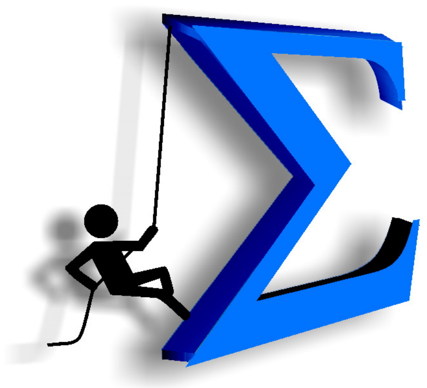
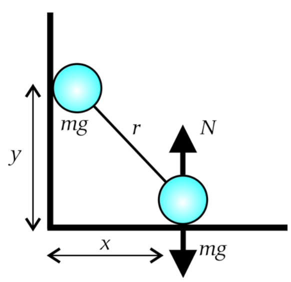


Problemas Olímpicos

Soluções dos problemas do número anterior

1 Cálculo da velocidade da massa inferior de um haltere apoiado em um plano. Como a força normal na massa do topo é nula e a aceleração da massa do topo é nula no instante em que ela perde o contato com a parede, a tensão na barra neste instante é nula. O diagrama de forças para as duas massas está esquematizado abaixo.



A massa de cima tem uma velocidade para baixo dada por $v = -dy/dt$ e aceleração $g = -d^2y/dt^2$, enquanto a massa de baixo tem uma velocidade para a direita $u = dx/dt$ e aceleração nula. Como o comprimento da barra é fixo, $y = \sqrt{r^2 - x^2}$. Assim

$$v = -\frac{dy}{dt} = \frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}}\frac{dx}{dt} = \frac{xu}{y}$$

e

$$g = -\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{u}{y}\frac{dx}{dt} - \frac{xu}{y^2}\frac{dy}{dt} = \frac{u^2}{y} + \frac{xuv}{y^2} = \frac{r^2u^2}{y^3}.$$

Da conservação da energia mecânica temos

$$mg(r - y) = \frac{1}{2}m(u^2 + v^2)$$

e então

$$y = \frac{2}{3}r \Rightarrow u = \sqrt{\frac{8gr}{27}}.$$

2 Cálculo da capacidade térmica de um contêiner contendo metade do volume com um mol de gás ideal monoatômico e outra metade com vácuo. Da primeira lei temos que $dU = dQ - dW$, sendo dU a energia interna do gás, dQ o calor adicionado e $dW = PdV$ o trabalho feito pelo gás. Para gases monoatômicos sabemos que $U = (3/2)nRT$, sendo n a quantidade de moles do gás, que é fixa, R a constante dos gases e T a temperatura absoluta. Assim

$$dU = \frac{3}{2}nRdT.$$

Sendo A a secção transversal do pistão, k a constante de mola e x a distancia do pistão ao lado esquerdo do container, o volume do gás será $V = Ax$ e $dV = Adx$. Como a forca exercida pela mola é kx, a pressão do gás é $P = (k/a)x$ e $dP = (k/a)dx$. Portanto, para gás ideal o trabalho será $dW = PdV = (1/2)nRdT$, pois $PdV = VdP$. Substituindo na equação da primeira lei da termodinâmica, resulta $(3/2)nRdT = dQ - (1/2)nRdT$. Como a capacidade térmica é dada por $C = dQ/dT$, resulta que para um mol de gás $C = 2R \cong 16{,}6$ J/K.

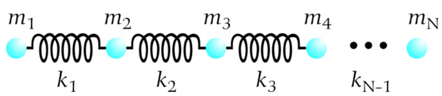
3 Emissão contínua de radiação eletromagnética por três itens (uma lâmpada incandescente apagada, um radiador de calor ligado e uma forma de gelo). Todos os corpos, qualquer que seja sua temperatura, continuam emitindo radiação eletromagnética. A frequência da radiação emitida varia com a temperatura. A regra é que $f \propto T$, sendo f o pico da frequência emitida e T a temperatura absoluta do corpo. Os corpos listados têm temperatura relativamente baixa e como consequência a frequência da radiação emitida é baixa – na região do infravermelho. Aumentando-se a temperatura, a radiação emitida pode ser luz visível.

4 Uma casa pintada de branco e a reflexão da luz solar. Em ambos os casos é uma boa idéia ter a casa pintada de branco. Isso acontece porque a cor branca tem duas propriedades: é um bom refletor e um pobre radiador. Sua boa refletividade é benéfica no verão e sua pobre radiação é benéfica no inverno. Quando a casa é aquecida, por exemplo, ao se ligar uma lareira, sua brancura reduz a radiação emitida para o meio ambiente. Isto mantém o interior mais morno.

Novos problemas

XXIII Olimpíada Internacional de Física – Espoo, Finlândia (1992)

1 Considere uma molécula contendo N átomos com massas m_1, m_2, m_3, ..., m_N, respectivamente. Cada átomo está conectado com seu átomo vizinho por meio de ligações químicas. Cada uma dessas ligações pode ser tratada como sendo molas sem massa que obedecem à lei de Hooke, com valores da constante de mola k_1, k_2, k_3, ... k_{N-1}, respectivamente, como mostrado na figura abaixo.



a) Determine a força F_i que atua no i-ésimo átomo como função de x_1, x_2, x_3, ..., x_N.

b) Determine a relação entre F_1, F_2, F_3, ... F_N.

c) Aplique a relação acima para determinar a relação entre a magnitude dos deslocamentos x_1, x_2, x_3, ..., x_N e explique seu significado baseado em conceitos apropriados.

2 Considere um satélite esferóide de 1 m de raio que tem sua superfície coberta por uma mesma substância. A temperatura do satélite quando exposto à radiação solar tem o mesmo valor em toda a sua superfície. O satélite está em órbita em torno da Terra, mas não na sombra da Terra. Dados: a temperatura da superfície do Sol, T_{sol}, é aquela de um corpo negro, $T_{sol} = 6000$ K. A distância entre o Sol e a Terra é $R = 1.5 \times 10^{11}$ m. A radiação solar transfere energia térmica para o satélite até que a taxa de energia recebida pelo Sol seja a mesma taxa de energia térmica perdida pelo satélite. Supondo que a radiação de energia de um corpo negro segue a lei de Stefan-Boltzmann, isto é, $P = \sigma T^4$, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W.m^{-1} K^{-4}, e que em primeira aproximação ambos, Sol e satélite, absorvem energia em todas as frequências,

a) Determine a expressão para a temperatura T do satélite e calcule o valor de T a partir da expressão obtida.

b) A função de distribuição espectral de um corpo negro segue a lei de Planck, isto é,

$$u(T, f)df = \frac{8\pi k^4 T^4}{c^3 h^3} \frac{x^3}{e^x - 1} dx,$$

sendo $u(T, f)df$ a densidade de radiação eletromagnética com frequência entre f e $f + \Delta f$, $x = hf/kT$. A integração do espectro sobre todo intervalo de frequência fornece a potência por unidade de área, dado pela lei de Stefan-Boltzmann. Aplicando este princípio para o satélite, necessitamos diminuir a temperatura do satélite o máximo possível. Para atingir este objetivo, engenheiros espaciais inventaram uma substância que reflete a radiação a partir de certa frequência conhecida como frequência limite. O satélite coberto com esta substância absorve totalmente a radiação de frequências menores do que a frequência limite. Se a frequência limite corresponde à temperatura $T = hf/k = 1200$ K, aplique o princípio descrito acima para determinar a temperatura do satélite quando coberto com esta substância. Devido à complexidade da integração, basta fornecer resultados aproximados. Dados: constante de Planck, $h = 6.6 \times 10^{-34}$ J.s; velocidade da luz, $c = 3.0 \times 10^{10}$ m.s^{-1}; constante de Boltzmann, $k = 1.4 \times 10^{-23}$ J/K. O valor máximo de $x/(e^x - 1)$ ocorre quando $x = 2{,}82$.

Envie sua solução dos problemas para djpr@df.ufscar.br. Não esqueça de incluir a sua Escola na mensagem. Se estiver correta, você se candidata a uma assinatura gratuita de Física na Escola, além de constar na Lista de Honra da seção Desafios