Problemas Olímpicos

Soluções dos problemas do número anterior

1 Um garoto desliza por uma encosta de grama utilizando uma caixa de papelão. Ao se dobrar a massa, dobra-se a força normal, e, portanto, dobra-se o valor da força de atrito, tanto na encosta como na parte horizontal. Na encosta, como tanto a gravidade como a força de atrito são proporcionais a massa, a aceleração será a mesma e a velocidade ao atingir a parte horizontal também será a mesma. Na parte plana, como a velocidade é a mesma, e como a força de atrito é proporcional a massa, a desaceleração e distância máxima atingida também será a mesma.

2 O pé de feijão cuja altura dobra a cada dia.Se a velocidade de crescimento é tal que sua altura dobra a cada dia, e como demora 36 dias para atingir a Lua, após 35 dias ele terá a metade da distância, pois no próximo dia ele dobrará sua altura, atingindo então a Lua. Em 34 dias e pé de feijão atingirá 1/4 da distância, e assim por diante.

3 Compradando o peso de uma bola de futebol com o peso do ar contido em uma geladeira a 0 °C. O peso do ar contido na geladeira é maior. Vejamos. A massa de uma bola de futebol é 0.40-0.45 kg. A massa de um metro cúbico de ar a 0 °C e pressão atmosférica normal é ~1.3 kg. Uma geladeira de tamanho médio tem aproximadamente 0.6 m^3, e contém aproximadamente 0.8 kg de ar, pesando, portanto, significativamente mais do que a bola de futebol. Não notamos o peso do ar porque estamos submerso nele.

4 Foguete é lançado a partir do chão com velocidade v e ângulo de lançamento θ com a horizontal. Considere a origem no instante inicial de lançamento. As componentes horizontais e verticais do foguete como função do tempo são $x = v\cos(\theta)\,t$ e $y = v\,\mathrm{sen}(\theta)\,t - gt^2/2$. É mais fácil trabalhar com o quadrado da distância do ponto de lançamento, que é $r^2 = x^2 + y^2 = v^2t^2 - vg\,\mathrm{sen}(\theta)t^3 + g^2t^4/4$.

A derivada temporal de r^2 é

$$\frac{dr^2}{dt} = t\left[2v^2 - 3(vg\,\mathrm{sen}(\theta))t + g^2t^2\right].$$

Para tempos muito pequenos, a derivada é positiva e r cresce com o tempo. A derivada é nula quando a distância for um extremo. Isso ocorre quando

$$t = \frac{3vg\,\mathrm{sen}(\theta) \pm \sqrt{(3vg\,\mathrm{sen}(\theta))^2 - 8g^2v^2}}{2g^2}$$

Existes três casos a considerar:

i) Se o ângulo θ for muito pequeno, o argumento da raiz é negativo. Neste caso não há solução real para a condição acima, e, portanto, a derivada será sempre positiva e a distância cresce indefinidamente. O menor ângulo para o qual a derivada se anula é dado por $9\,\mathrm{sen}(\theta) - 8 = 0$. Assim, a distância sempre aumentará para ângulos $\theta < \mathrm{sen}^{-1}\sqrt{(8/9)} \approx 70.5°$.

ii) Se $\theta = \mathrm{sen}^{-1}\sqrt{(8/9)}$, haverá uma solução real para o tempo

$$t_s = 3v\,\mathrm{sen}(\theta)/(2g) = \sqrt{2}\,v/g.$$

Neste caso, a distância também não decresce.

iii) Se $\mathrm{sen}^{-1}(\sqrt{8/9}) > \theta > 90°$, haverá duas soluções reais e positivas. A distância entre o foguete e o ponto de lançamento começará a decrescer após um tempo t_1 dado por

$$t_1 = \frac{v}{2g}\left(3\,\mathrm{sen}(\theta) - \sqrt{9\,\mathrm{sen}^2(\theta) - 8}\right).$$

A segunda solução (segunda raiz da Eq. (1)) é

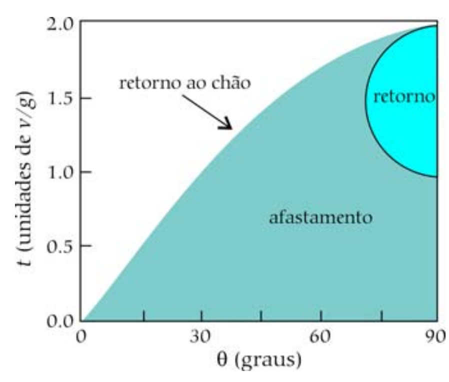
$$t_2 = \frac{v}{2g}\left(3\,\mathrm{sen}(\theta) + \sqrt{9\,\mathrm{sen}^2(\theta) - 8}\right).$$

O foguete retornará ao chão em

$$t_3 = \frac{2v\,\mathrm{sen}(\theta)}{g}.$$

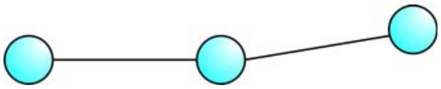
Se o foguete for lançado verticalmente (θ = 90°), ele gastará metade do tempo se afastando do chão ($t_1 = t_3/2$) e metade do tempo retornando.

Tais resultados podem ser sumarizados no diagrama abaixo. Para cada ângulo, uma fatia vertical da região escurecida mostra o que o foguete está fazendo como função do tempo. O foguete afasta-se indefinidamente da posição de lançamento na região azul e aproxima-se dele na região vermelha. A linha preta indica quando o foguete atingirá o chão.



Novos problemas

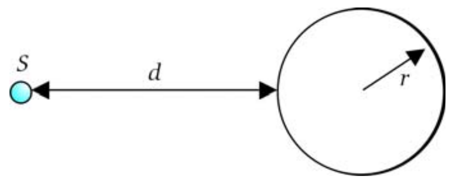
1 Três pequenas moedas idênticas de massa m cada uma estão conectadas por duas cordas leves e não condutoras, cada uma de comprimento d. Cada moeda tem uma carga desconhecida Q. As moedas são colocadas em uma superfície horizontal, isolante e sem atrito, as duas cordas fazendo um ângulo próximo a 180° conforme mostra a figura. Após soltar as moedas, observa-se que elas vibram com um período T. Determine a carga Q de cada moeda.



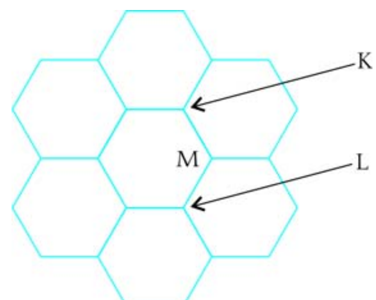
2 Uma placa metálica fina é suspensa no ar. Um dos lados da placa fica diretamente exposta à luz solar. A temperatura da superfície exposta é de 360 K. A temperatura da superfície do lado oposto é de 340 K. A temperatura do ar é de 300 K. Qual será a temperatura das superfícies de uma placa feita do mesmo material, mas que seja duas vezes mais espessa? (a temperatura do ar é a mesma).

3 Considere duas partículas de mesma massa m e cargas elétricas de mesma magnitude, mas de sinais opostos. As partículas são mantidas em repouso em um campo magnético uniforme $\boldsymbol{B}$. A direção do campo magnético é perpendicular à linha que conecta as cargas. As partículas são liberadas simultaneamente. Qual é a separação inicial mínima L tal que as partículas não colidirão após terem sido liberadas? Despreze o efeito da gravidade.

4 Um diamante muito caro é polido na forma de uma esfera perfeita de raio r. A metade traseira da superfície da esfera é coberta com prata. Quão longe devemos colocar em frente da esfera uma pequena fonte de luz S para que a imagem coincida com a fonte? O índice de refração do diamante é $n = 2,4$.



5 O diagrama mostra uma parte de um circuito infinito feito de fios condutores. Cada lado do hexágono tem a mesma resistência R (desconhecida). Um ohmímetro conectado nos pontos K e L registra 10 W. Ache R.



Envie sua solução dos problemas para djpr@df.ufscar.br. Não esqueça de incluir a sua Escola na mensagem. Se estiver correta, você se candidata a uma assinatura gratuita de Física na Escola, além de constar na Lista de Honra da seção Desafitos

O "time" dos físicos quânticos - solução

Da esquerda para a direita vemos, em pé, Dirac, Ehrenfest, Bohr, Einstein, de Broglie e Planck. Agachados, estão Born, Heisenberg, Jordan, Pauli e Schroedinger.