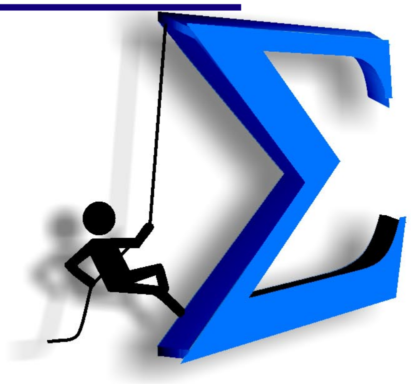
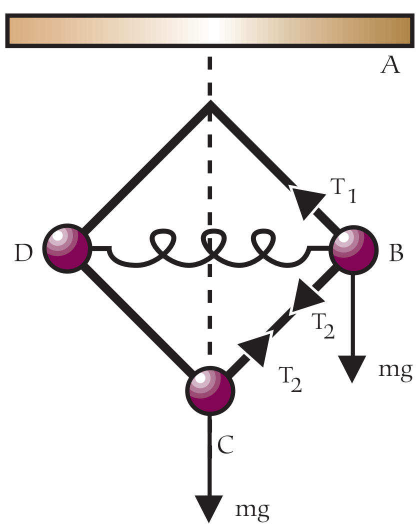


Problemas Olímpicos

Soluções do Número Anterior

1 Oscilação de um paralelogramo: Comecemos por escolher o sistema de coordenadas com a origem coincidindo com o ponto A, como mostrado, bem como as forças que atuam em nos corpos B e C. As equações de movimento para os corpos B e C podem agora ser escritas como segue (projeções nos eixos x e y).



$$ma_{Cx} = mg - 2T_2\cos\alpha \quad (1)$$

$$ma_{Bx} = mg - T_1\cos\alpha + T_2\cos\alpha \quad (2)$$

$$ma_{By} = F_{elast} - T_1\mathrm{sen}\alpha - T_2\mathrm{sen}\alpha \quad (3)$$

sendo a força elástica dada por

$$F_{elast} = k(2L - 2L\mathrm{sen}\alpha) = k2L(1 - \mathrm{sen}\alpha)$$

Combinando as Eqs. 1, 2 e 3 temos

$$ma_{Cx} + ma_{Bx} - ma_{By}\frac{\cos\alpha}{\mathrm{sen}\alpha} = 2mg - F_{elast}\frac{\cos\alpha}{\mathrm{sen}\alpha} \quad (4)$$

Esta equação é verdadeira para qualquer ângulo α. Quando as massas B e C são deslocadas de suas posições de equilíbrio, as variação Δx_B e Δx_c das coordenadas de B e C estarão relacionadas através de

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}\Delta x_C$$

As velocidades e acelerações obedecerão a mesma relação, então

$$a_{Bx} = \frac{1}{2}a_{Cx}$$

Se o desvio do equilíbrio for pequeno, isto é quando $\Delta\alpha << \alpha_0 = 45°$. Da geometria do problema:

$$\Delta y_B = L[\mathrm{sen}(\alpha + \Delta\alpha) - \mathrm{sen}\alpha]$$

$$= L[(\cos\alpha)\Delta\alpha] \cong L(\cos\alpha_0)\Delta\alpha.$$

De mesmo modo

$$\Delta x_c = -2L(\mathrm{sen}\alpha)\Delta\alpha \cong -2L(\mathrm{sen}\alpha_0)\Delta\alpha.$$

Portanto,

$$\Delta y_B \cong -\frac{\Delta x_C}{2tg\alpha_0} = -\frac{\Delta x_C}{2} \quad \text{e}$$

$$a_{By} \cong -\frac{a_{Cx}}{2tg\alpha_0} = -\frac{a_{Cx}}{2}$$

Para pequenas oscilações, a Eq. 4 fica

$$ma_{Cx} + \frac{1}{2}ma_{Cx} + \frac{1}{2}ma_{Cx} = 2ma_C$$

Na posição de equilíbrio $a_{C0} = 0$, e a Eq. 4 torna-se

$$2mg = F_{elast0}\frac{\cos\alpha_0}{\mathrm{sen}\alpha_0} = 2kL(1 - \mathrm{sen}\alpha_0)$$

$$\text{ou} \quad 2mg = 2kL(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) \quad (5)$$

O lado direito da Eq. 4 pode ser escrito como:

$$F_{elast0}\frac{\cos\alpha_0}{\mathrm{sen}\alpha_0} - F_{elast}\frac{\cos\alpha}{\mathrm{sen}\alpha} =$$

$$2kL(1 - \mathrm{sen}\alpha_0)\frac{\cos\alpha_0}{\mathrm{sen}\alpha_0} - 2kL(1 - \mathrm{sen}\alpha)\frac{\cos\alpha}{\mathrm{sen}\alpha}$$

Se $\Delta x_c = 2L(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$, então o último termo acima será $k\Delta x_c$. Para pequenos desvios do equilíbrio,

Seleção e tradução:

José Evangelista Moreira
Departamento de Física, Universidade Federal do Ceará
e-mail: ita@fisica.ufc.br

José Pedro Rino
Departamento de Física, Universidade Federal de S. Carlos
e-mail: djpr@df.ufscar.br

Esta seção apresenta problemas desafiadores que têm sido propostos em olimpíadas, gincanas e livros e comenta a solução dos mesmos.

$\Delta x_c \cong -2L(\text{sen}\alpha_0)\Delta\alpha$

Assim

$$\frac{\cos\alpha_0}{\text{sen}\alpha_0} - \frac{\cos\alpha}{\text{sen}\alpha} \cong \frac{\Delta\alpha}{\text{sen}^2\alpha_0} \cong \frac{-\Delta x_C}{2L\,\text{sen}^3\alpha_0}$$

Finalmente, para pequenas oscilações, o lado direito da Eq. 4 fica

$$2mg - F_{elast}\frac{\cos\,\alpha}{\text{sen}\,\alpha} \cong -k.\Delta x_C\left(\frac{1}{\text{sen}^3\alpha_0} - 1\right)$$

$$= -k.\Delta x_C\,(2\sqrt{2} - 1)$$

Usando a Eq. 5 obtemos a expressão para a aceleração para pequenas oscilações:

$$a_{Cx} = -\frac{g(2\sqrt{2}-1)}{L(2-\sqrt{2})}\Delta x$$

resultando então que o período para pequenas oscilações é

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L(2-\sqrt{2})}{g(2\sqrt{2}-1)}}$$

2 O sistema mecânico de 3 massas. Como o carro A não tem aceleração na direção vertical, os carros A e B estão em repouso, podemos então considerar os carros A, B e C como sendo um único sistema.

a) A tensão na corda é: $T = m_A g$ = 0.3 x 9.81 = 2.94 N.

b) Esta tensão é transmitida pela corda aplicando uma força em B e, portanto uma aceleração a dada por

$$m_A g = m_B a \rightarrow a = \frac{m_A g}{m_B}$$

$$= \frac{0.3}{0.2} \times 9.81 = 14.7 \; m/s^2$$

Desta forma a aceleração dos três carros será igual a a = 14.7 m/s^2.

c) Na direção horizontal, a equação de movimento é:

$F = (m_A + m_B + m_C)a = (0.3 + 0.2 + 1.5) \times 14.7 = 29.4$ N

3 A máquina de combustão interna. Para uma variação adiaabática temos que

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} \qquad (1)$$

Bem como

$$PV = RT \qquad (2)$$

Destas duas equações podemos facilmente obter

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \qquad (3)$$

Podemos agora analisar cada estágio. Para o estágio 1 → 2 teremos:

Em 1: P_1 = 1 atm, T_1 = 300 K e $V_1 = eV_0$

Em 2: P_2 = ?, T_2 = ? e $V_2 = V_0$

Através da Eq. 3 obtemos T_2

$T_2 = 300 \times 9.5_{1-1.4} = 738$ K

e da Eq. 2, equação de estado, obtemos a pressão P_2:

$$\frac{P_2V_2}{T_2} = R = \frac{P_1V_1}{T_1} \rightarrow P_2 = \frac{1\times1.95\times738}{300}$$

$$= 23.37 \;\text{atm}$$

Para o estágio 2 → 3 teremos:

$P_3 = 2P_2$ = 46.74 atm

e como o volume é constante neste processo

$$\frac{P_3}{T_3} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow T_3 = 2\times738 = 1476 \;\text{K}$$

Para o estágio 3 → 4 teremos:

$$T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}$$

Substituindo os valores, obtemos

$$T_4 = \frac{1476}{9.5^{0.4}} = 599.7 \;\text{K}$$

e da equação de estado obtemos P_4

$$\frac{P_4V_4}{T_4} = \frac{P_3V_3}{T_3} \rightarrow P_4 = \frac{T_4}{T_3}\times\frac{V_3}{V_4} = 2.0 \;\text{atm}$$

Resumindo,

Estado	1	2	3	4
P (atm)	1	23.37	46.74	2
T (K)	300	738	1476	599.7

4 O canhão de elétrons. A trajetória do elétron até atingir o ponto M é uma circunferência de raio r. Além disso, temos que

$$\frac{mv^2}{r} = evB$$

sendo v (que é constante) a magnitude do vetor velocidade do elétron ao longo da circunferência, e a carga do elétron, m sua massa e B a magnitude do campo magnético necessária.

$$r = \frac{mv}{eB} \qquad (1)$$

A energia cinética do elétron é

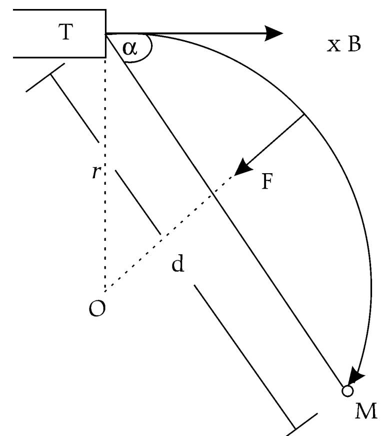
$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = eU$$

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \qquad (2)$$

Substituindo v em (1) resulta

$$r = \frac{m}{eB}\sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Observando o diagrama



temos que

$$\frac{d}{2r} = \text{sen}\alpha$$

Substituindo r, obtemos

$$\frac{d}{2\,\text{sen}\alpha} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

e então

$$B = \frac{2\text{sen}\alpha}{d}\sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

Pelos valores dados, U = 10^3 V, m = 9.11 x 10^{-31} kg, e = 1.6 x 10^{-19} C, d = 5 x 10^{-2} m e α = 60°, obtemos

B = 3.8 x 10^{-3} tesla

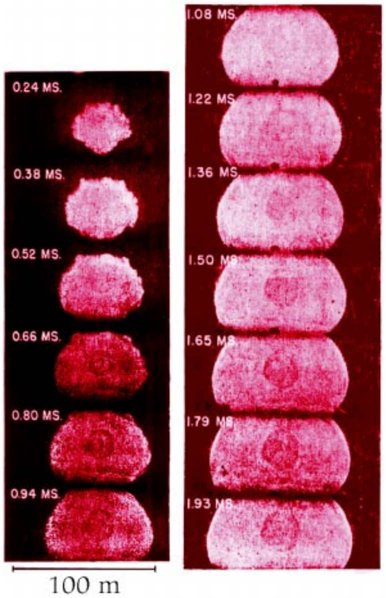
Novos problemas

1 Energia liberada por uma bomba atômica. A série de fotografias vista na figura anexa mostra a expansão da "bola de fogo" na explosão de uma bomba atômica em um teste ocorrido no deserto do Novo México, na década de 40. Como se pode ver, a "bola de fogo" tem forma aproximadamente esférica e contorno mais ou menos bem definido. Os instantes de cada foto são dados em milisegundos após a explosão e a escala na parte inferior indica uma distância de 100 metros.

O raio R da "bola de fogo" em uma atmosfera de densidade ρ depende dessa densidade, do tempo t após a explosão e da energia E liberada pela bomba.

a) Ache uma expressão para a energia E em termos de R, ρ e t, supondo que qualquer constante adimensional que apareça nessa expressão seja igual a 1.

b) A partir da seqüência de fotografias da figura anexa, obtenha uma tabela com os valores do raio R da "bola



de fogo" e do instante t correspondente. Complete essa tabela com valores dos logaritmos decimais de R e t.

c) Use um papel de gráficos log-log para traçar uma curva do logaritmo de R contra o logaritmo de t.

d) A partir do gráfico obtido no item anterior, ache o valor da energia E liberada pela bomba, em joules. Use a densidade do ar como sendo $\rho = 1{,}0$ kg/m^3.

e) Explosões nucleares costumam ser descritas pela massa de TNT que libera a mesma quantidade de energia. Considere que 1 tonelada de TNT libera 4,2 x 10^9 joules e converta a energia achada no item anterior para 10^3 toneladas de TNT (quilotons).

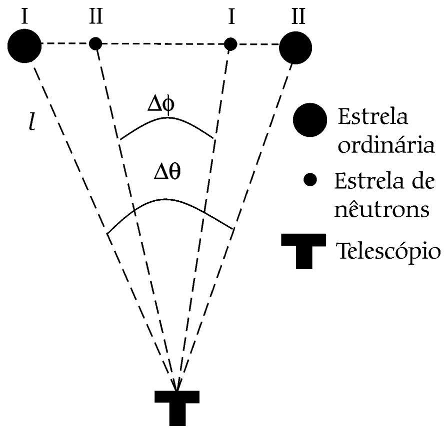
IX Olimpíada Cearense de Física
2001

2 Sistema estelar binário. a) Sabe-se que a maioria das estrelas forma sistemas binários. Um tipo de sistema binário consiste de uma estrela ordinária com massa m_0 e raio R, e uma estrela de nêutrons compacta e mais massiva, com massa M, girando em torno do centro de massa comum. No que se segue, ignore o movimento da Terra. Observações de tal sistema binário revelam as seguintes informações:

• O deslocamento angular máximo da estrela ordinária é $\Delta\theta$, enquanto que o da estrela de nêutrons é $\Delta\phi$ (veja a Figura 1).

• O tempo gasto nesses deslocamentos é τ.

• A radiação característica da estrela ordinária indica que a temperatura de sua superfície é T e a energia incidente na superfície da Terra por unidade de área e por unidade de tempo é P.

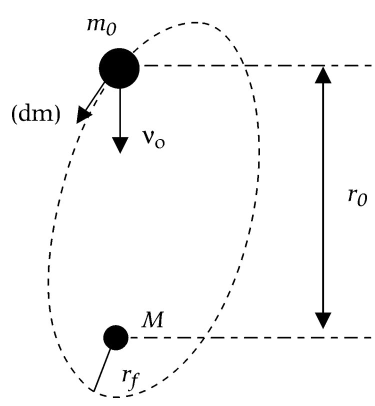


Problema 2, Figura 1.

• A linha espectral do cálcio nesta radiação difere do comprimento de onda normal λ_0 por uma quantidade $\Delta\lambda$, devido somente ao campo gravitacional da estrela ordinária. (Para esse cálculo, o fóton pode ser considerado como tendo uma massa efetiva de $h/c\lambda$.)

Encontre uma expressão para a distância l da Terra até esse sistema, somente em termos das quantidades observadas e de constantes universais.

b) Suponha que $M >> m_0$, tal que a estrela ordinária está basicamente girando em torno da estrela de nêutrons numa órbita circular de raio r_0. Suponha que a estrela ordinária começa a emitir gás na direção da estrela de nêutrons, com a velocidade v_0 no sistema de referência da própria estrela ordinária (veja a Figura 2). Supondo que a força gravitacional dominante neste problema é devida à estrela de nêutrons, e desprezando mudanças de órbita da estrela ordinária, encontre a distância de máxima aproximação r_f entre o gás e a estrela de nêutrons, mostrada na Figura 2.



Problema 2, Figura 2.

32ª OIF
Turquia – 2001

3 A lebre e a raposa. Uma raposa persegue uma lebre correndo em linha reta até ela. Acontece que a lebre é estrábica, e por isso não corre ao longo da linha reta que liga a raposa e ela própria, sua velocidade a todo instante faz um ângulo de 60° com esta linha. A distância inicial entre a raposa e a lebre é L, e suas velocidades são iguais a v. Quanto tempo levará para que a raposa pegue a lebre? Qual a distância percorrida pela raposa desde o momento da perseguição até o momento em que ela pega a lebre? Como a resposta iria se modificar se a lebre ziguezagueasse fazendo um ângulo de 90°? E se o ziguezague fosse em ângulos de 40°?

Quantum
July/August 1995

4 Máquina térmica. Uma máquina térmica opera um gás monoatômico rarefeito em ciclos. O ciclo consiste de duas isocóricas e duas isobáricas. Determine a máxima eficiência de tal ciclo.

Quantum
July/August 1995

5 Capacitor variável. Um capacitor variável de capacitância inicial C_0 é carregado até que atinja uma ddp V, sendo então conectado a um resistor (ver figura).

Quanto a capacitância deve ser variada para que a corrente elétrica se mantenha constante? Qual potência deve ser desenvolvida por uma força externa para variar a capacitância?

Quantum
July/August 1995