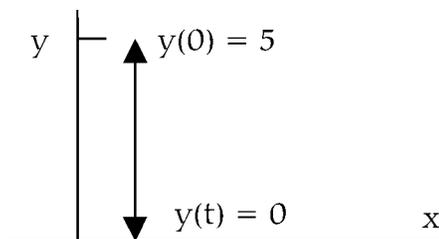


Problemas Olímpicos

Soluções do Número Anterior

1 Interação entre as massas M e m . Devemos analisar o movimento nas duas direções (x e y) separadamente.



Análise do movimento da bola na vertical

$$y(t) = y(0) + ut + \frac{1}{2}gt^2$$

sendo $y(0)$ a posição inicial da bola/projétil, $y(t)$ a posição da bola/projétil ao atingir o solo, u a velocidade vertical inicial (no caso nula), e g a aceleração da gravidade ($g = -9.8 \text{ m/s}^2$).

Com estes dados, o tempo de queda da bola bem como do projétil será:

$$t^2 = 10/9.8 \rightarrow t = 1.01 \text{ s}$$

Análise do movimento horizontal da bola e do projétil

Vamos definir

\vec{v}_i = velocidade do projétil antes da colisão

\vec{v}_f = velocidade do projétil após a colisão

\vec{V} = a velocidade da bola imediatamente após a colisão

Todas as 3 velocidades estão na direção x

Do princípio da conservação do momento linear, temos

$$m\vec{v}_i = m\vec{v}_f + M\vec{V}$$

Como o tempo de queda é o tempo que a bola se deslocou na direção x , resulta que

$$|\vec{v}| = \frac{20}{1.01} \text{ m/s} = 19.8 \text{ m/s}$$

Substituindo os valores das massas e das velocidades conhecidas, obtém-se a velocidade do projétil após a colisão

$$0.01 \times 500 = 0.01 \times v_f + 0.02 \times 19.8 \rightarrow v_f = 104 \text{ m/s}$$

Note que o projétil também atingirá o solo em 1.01s. Neste tempo o projétil percorrerá uma distância

$$X = 1.01 \times 104 \text{ m} \rightarrow x = 105 \text{ m}$$

A energia cinética do projétil antes e depois da colisão é:

$$K_i = \frac{1}{2} m\vec{v}_i \rightarrow K_i = 1250 \text{ J}$$

$$K_f = \frac{1}{2} m\vec{v}_f \rightarrow K_f = 54 \text{ J}$$

A energia cinética da bola imediatamente após a colisão é

$$K_{bola} = \frac{1}{2} mV^2 \rightarrow K_{bola} = 39.2 \text{ J}$$

A energia cinética do sistema bola + projétil antes da colisão é:

$$K_{antes} = K_i + K_{bola} = 1250 \text{ J}$$

e a energia cinética do sistema bola + projétil após da colisão:

$$K_{depois} = K_f + K_{bola} = 54 + 39.2 = 93.2 \text{ J}$$

Da conservação da energia temos que a parte da energia do projétil transferida para a bola na forma de calor será

$$K_{antes} - K_{depois} = 1250 - 93.2 = 1156.8 \text{ J}$$

.....
Seleção e tradução:

José Evangelista Moreira

Departamento de Física, Universidade Federal do Ceará
e-mail: ita@fisica.ufc.br

.....
José Pedro Rino

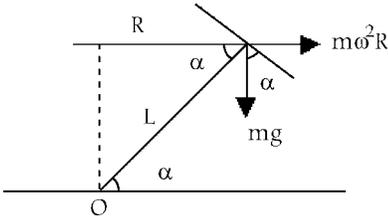
Departamento de Física, Universidade Federal de S. Carlos
e-mail: djpr@df.ufscar.br

.....
Esta seção apresenta problemas desafiadores que têm sido propostos em olimpíadas, gincanas e livros e comenta a solução dos mesmos.

2 Um anel em equilíbrio em uma vareta. Por definição, o atrito estático é descrito como

$$F \leq \mu N$$

Neste caso, a contribuição para N além de mg é também devido a rotação, $mR\omega^2$, na direção normal a vareta de madeira.



L = distância a partir da base O , ponto de apoio da vareta.

Do problema,

$$\mu = \operatorname{tg}(\theta)$$

$$N = mg \cos(\alpha) + m\omega^2 R \sin(\alpha)$$

portanto

$$F_{\text{atrito}} \leq \operatorname{tg}(\theta) [mg \cos(\alpha) + m\omega^2 R \sin(\alpha)]$$

Primeiro caso - A força de fricção aponta para baixo, na direção de O

$$m\omega^2 R \cos(\alpha) - mg \sin(\alpha) \leq \operatorname{tg}(\theta)$$

$$[mg \cos(\alpha) + m\omega^2 R \sin(\alpha)]$$

multiplicando toda a expressão por $\cos(\theta)$

$$m\omega^2 R \cos(\alpha) \cos(\theta) - mg \sin(\alpha) \cos(\theta) \leq mg \sin(\theta) \cos(\alpha) + m\omega^2 R \sin(\theta) \sin(\alpha)$$

$$m\omega^2 R (\cos(\theta) \cos(\alpha) - \sin(\theta) \sin(\alpha)) \leq mg (\sin(\theta) \cos(\alpha) + \cos(\theta) \sin(\alpha))$$

ou

$$m\omega^2 L \cos(\alpha) \cos(\alpha + \theta) \leq mg \sin(\alpha + \theta)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \theta) \geq \frac{\omega^2 L \cos(\alpha)}{g}$$

ou

$$L_{\text{Max}} \leq \frac{g \operatorname{tg}(\alpha + \theta)}{\omega^2 \cos(\alpha)}$$

Segundo caso - A força de fricção aponta para cima

$$mg \sin(\alpha) - m\omega^2 R \cos(\alpha) \leq \operatorname{tg}(\theta) [mg \cos(\alpha) + m\omega^2 R \sin(\alpha)]$$

multiplicando toda a expressão por $\cos(\theta)$

$$m\omega^2 R (\sin(\theta) \sin(\alpha) + \cos(\theta) \cos(\alpha)) \geq mg (\sin(\alpha) \cos(\theta) - \cos(\alpha) \sin(\theta))$$

ou

$$m\omega^2 L \cos(\alpha) \cos(\alpha - \theta) \geq mg \sin(\alpha - \theta)$$

e portanto

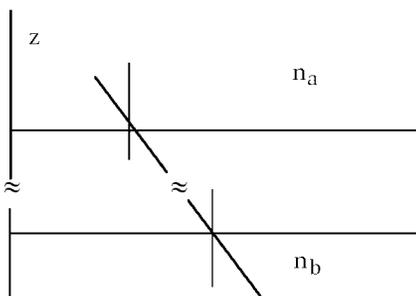
$$L_{\text{Min}} \geq \frac{g \operatorname{tg}(\alpha - \theta)}{\omega^2 \cos(\alpha)}$$

Para que o anel fique a uma distância L a partir da base da vareta é então:

$$\frac{g \operatorname{tg}(\alpha - \theta)}{\omega^2 \cos(\alpha)} \leq L \leq \frac{g \operatorname{tg}(\alpha + \theta)}{\omega^2 \cos(\alpha)}$$

Novos problemas

1 Considere uma placa plana e paralela que tem o índice de refração n variando com a distância z medida a partir de superfície inferior (veja figura).



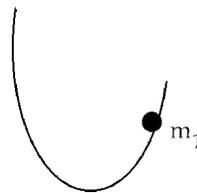
Mostre que $n_a \sin i = n_b \sin r$, onde n_a e n_b são os índices de refração do meio acima e abaixo da placa.

XV OIF

Sigtuna, Suécia (1984)

2 Duas partículas interagentes tendo massas m_1 e m_2 formam um sistema fechado. A figura mostra a trajetória da partícula 1 e a posição de ambas no momento em que a velocidade da partícula 1 é \vec{V} e a velocidade da partícula 2 é $-3\vec{V}$. Desenhe a trajetória da partícula 2 para o caso em que $m_1/m_2 = 3$.

m_2



m_1

Quantum

Julho/Agosto 1999

3 Um capacitor e uma bobina de indutância 1 H estão ligados em série e conectados a uma fonte de corrente alternada de 220 V e 60 Hz. Um voltímetro, com uma resistência interna muito alta é conectado em paralelo ao capacitor. Para qual capacitância o voltímetro indicará 220 V? Qual capacitância nunca deverá ser utilizada neste experimento? Por que?

Quantum

Julho/Agosto 1999

4 Esta pergunta foi formulada por C. Swartz e publicada no *Am. J. Phys.* v. 64, n. 7, p. 839, 1996: Como um forno de micro-ondas realmente funciona?