



.....  
**Marisa Almeida Cavalcante\***,  
**Renata Peçanha** e  
**Vinicius Freitas Leite**  
 Departamento de Física, Pontifícia  
 Universidade Católica de São Paulo,  
 São Paulo, SP, Brasil  
 \*E-mail: marisac@puccsp.br  
 .....

Os estudantes dos cursos técnicos de radioterapia e/ou dos cursos destinados a profissionais na área de saúde, em geral encontram muita dificuldade na compreensão dos conceitos físicos correlacionados à formação de imagens médicas. De um lado pela ausência de conhecimentos prévios em decorrência da pouca base adquirida nesta área de conhecimento, de outro pela ausência de recursos didáticos disponíveis que lhes possibilitem uma maior interação com a física envolvida na produção destas imagens.

O diagnóstico por imagem é bastante amplo e envolve diferentes tipos de interações e técnicas de tratamento e análise, tais como interação de radiações ionizantes com a matéria como as produzidas na tomografia computadorizada; interação com radiações na região de radiofrequência em aparelhos de ressonância magnética nuclear e interação de ondas ultra-sônicas em exames de ultra-sonografia. O experimento proposto neste artigo permite tratar conceitualmente a produção de imagens ultra-sônicas e possibilita determinar de maneira simples a velocidade do som no ar.

### Resumo teórico

#### Características gerais

Em uma primeira análise podemos dizer que uma onda é um movimento oscilatório de uma dada grandeza física que se propaga no espaço e no tempo. Se esta onda necessitar de um meio para se propagar, diz-se que é uma onda mecânica, como por exemplo um pulso que se propaga em uma corda. A Fig. 1 mostra a tela do simulador “Ondas em Corda” do Phet (Project at the University of Colorado) [1], que representa uma onda transversal se propagando em uma corda. Temos, neste caso, um exemplo de onda transversal em que a geração da onda se

dá como o resultado da oscilação para cima e para baixo da extremidade esquerda do fio em um movimento harmônico simples de amplitude  $A$  e com frequência  $f$  dada por

$$f = \frac{v}{\lambda}, \quad (1)$$

onde  $\lambda$  representa o comprimento de onda e  $v$  a velocidade de propagação.

Podemos dizer que para um movimento ondulatório, um efeito local pode estar associado a uma causa distante, e há uma defasagem de tempo entre a causa e o efeito, que depende das propriedades do meio e encontra sua expressão na velocidade da onda [2]. Assim, se  $\Psi(x, t)$  representa a grandeza física que se propaga ao longo do eixo  $x$  com uma dada velocidade  $v$ , devemos ter que

$$\frac{\delta^2 \Psi(x, t)}{\delta x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\delta^2 \Psi(x, t)}{\delta t^2}. \quad (2)$$

Para ondas transversais em fios homogêneos, submetidos a uma força tensora  $T$  e densidade linear  $\mu$ , como o exemplo do simulador da Fig. 1, a velocidade de propagação é dada pela relação

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (3)$$

No entanto, podemos gerar um movimento ondulatório com propagação na mesma direção de oscilação, e neste caso temos as chamadas ondas longitudinais.

Para compreender este tipo de movimento ondulatório, vamos considerar a Fig. 2, relativa a um aplicativo em Java do curso em física do Prof. Angel Franco Garcia [3], que representa uma propagação longitudinal. Podemos ver tanto a função senoidal que representa o deslocamento do pistão ao longo do eixo horizontal e das demais partículas no interior do tubo, como também o deslocamento das partículas ao longo do tubo (eixo  $x$ )

Este trabalho apresenta um experimento simples e de fácil reprodução de determinação da velocidade do som no ar através do eco. Tubos de diferentes comprimentos são utilizados e para análise e coleta de dados utilizamos um programa *freeware* de análise sonora. Os resultados obtidos conduziram a precisões e exatidões inferiores a 1%, o que viabiliza sua implantação, em qualquer escola, como um bom recurso didático na compreensão de fenômenos correlacionados a acústica.

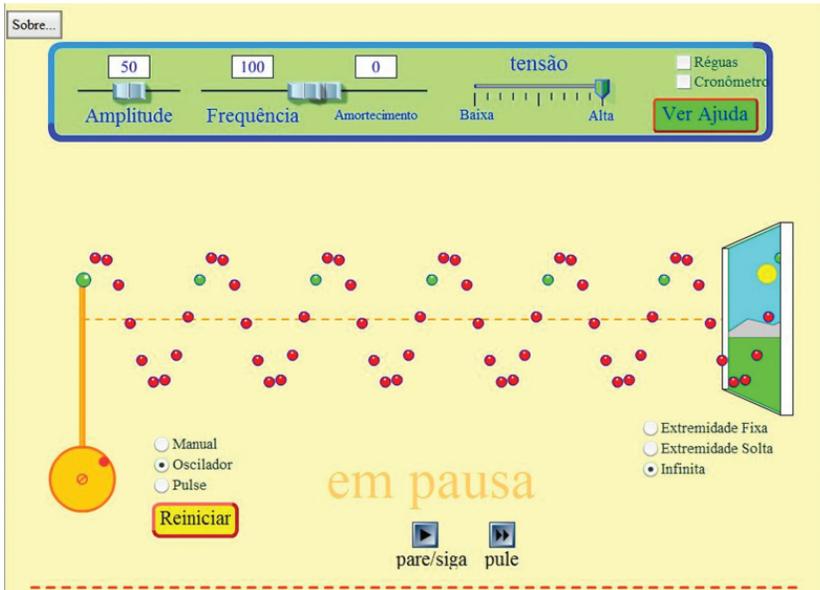


Figura 1 - Simulador em Java do sítio “PhET Project at the University of Colorado” em que se pode alterar amplitude, frequência da oscilação, amortecimento e tensão da corda.

da posição destas partículas ao longo do tubo.

Fica fácil observar na Fig. 2 que o comprimento de onda representa a distância entre os pontos de mesma fase. Quanto menor esta distância, maior será a frequência de vibração do pistão para um mesmo valor de velocidade de propagação da onda. De outro lado, mantendo-se o valor deste espaçamento e aumentando-se o valor da velocidade, percebe-se um aumento na frequência de vibração do pistão.

Considerando  $y(x, t)$  a função que representa o deslocamento das partículas no interior do tubo da Fig. 2, podemos dizer que a pressão  $P$  é representada pela função

$$P(x, t) = P_M \sin(kx - \omega t - \pi/2), \quad (4)$$

onde

$$P_M = \rho \cdot \omega \cdot v \cdot y_m, \quad (5)$$

com a função deslocamento dada por

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t), \quad (6)$$

onde  $y_m$  corresponde ao deslocamento máximo das partículas (ou amplitude em relação à posição de equilíbrio),  $k$  é o número de onda dado por  $2\pi/\lambda$ ,  $\omega$  é a frequência angular dada por  $2\pi/T$ ,  $\rho$  é a densidade do gás e  $v$  é a velocidade de propagação da onda no meio.

Note que a onda de pressão Eq. (4) está defasada de  $\pi/2$  em relação à onda de deslocamento da Eq. (6). Ou seja, quando em um ponto ( $x$ ) do tubo da Fig. 3, o deslocamento das partículas em relação à posição de equilíbrio for máximo/nulo, o “excesso” de pressão naquele ponto, em relação ao valor normal, será nulo/máximo. Isto, na prática, corresponde a uma rarefação/compressão das partículas do gás.

Assim, o movimento de compressão

e rarefação provoca a movimentação das moléculas presentes. Esse movimento organizado produz ondas longitudinais que chamamos de ondas sonoras.

### Velocidade de propagação de ondas sonoras

A velocidade com a qual uma onda sonora percorre um meio, quando a variação da pressão não é muito grande, é dada por

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}, \quad (7)$$

onde  $\rho$  é a densidade do meio e  $B$  representa o módulo de elasticidade do meio e é dado por

$$B = -\frac{dP}{dV} = -V \frac{dP}{dV}, \quad (8)$$

que corresponde à razão da variação de pressão pela variação relativa no volume para um gás confinado no interior de um tubo como na Fig. 2.

Como a propagação do som se dá muito rapidamente, podemos considerar que o mecanismo desta propagação é adiabático [4], ou seja, não há troca de calor entre as partículas que vibram e o ambiente. Desta forma podemos dizer que

$$PV^\gamma = \text{constante}, \quad (9)$$

onde  $\gamma = C_p/C_v$ , sendo  $C_p$  a capacidade calorífica do gás a pressão constante e  $C_v$  a capacidade calorífica a volume constante. Assim teremos que

$$\frac{dP}{dV} = \gamma \frac{P}{V}. \quad (10)$$

Levando a Eq. (10) na Eq. (9), teremos

$$B = -\gamma P. \quad (11)$$

Considerando um gás ideal,  $P = nRT/V$ , teremos na Eq. (7) para a velocidade do som que

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M_0}}. \quad (12)$$

Para o ar,  $\gamma$  é da ordem de 1,402;  $M_0$  é a massa molecular para o ar,  $29,0 \times 10^{-3}$  kg/mol;  $R$  é a constante universal dos gases, 8,31 J/mol K, e  $T$  é a temperatura absoluta. Substituindo-se estes valores teremos para a velocidade do som o valor da ordem de 330 m/s, para 0 °C.

A Eq. (12) mostra que a velocidade do som, em qualquer gás, é diretamente proporcional à raiz quadrada da temperatura absoluta. Assim, se conhecermos a velocidade do som à temperatura  $T_1$ , poderemos determinar a sua velocidade a outra temperatura  $T_2$  através da equação ( $T_1$  e  $T_2$  em graus Kelvin)

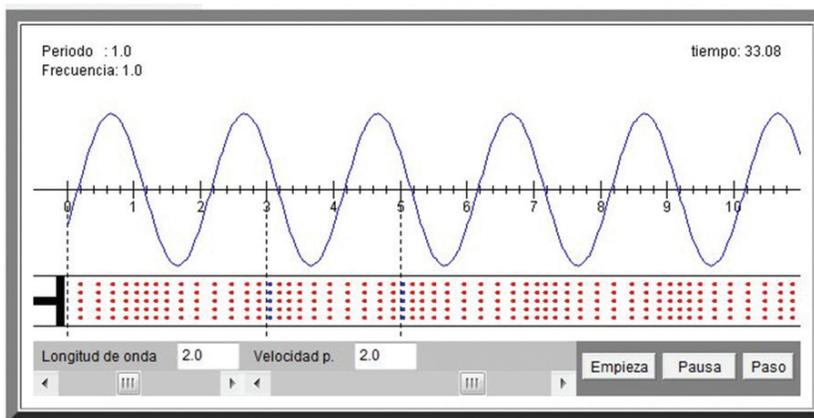


Figura 2 - Simulador em Java para ondas longitudinais. A função senoidal representa o deslocamento do pistão e de todas as partículas no interior do tubo.

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad (13)$$

Se expressarmos a temperatura do gás em graus Celsius, obtemos a seguinte relação para a velocidade do som no ar [5]

$$v = 330,4 + 0,59T \text{ (m/s)} \quad (14)$$

### Intensidade sonora

Considerando a Eq. (4) relativa à propagação da “onda de pressão”, a intensidade sonora pode ser calculada pela relação

$$I = \frac{P_M^2}{2\rho v}, \quad (15)$$

onde  $P_M$  corresponde à amplitude máxima de pressão,  $\rho$  à densidade do meio e  $v$  à velocidade de propagação do som.

Como exemplo de ordem de grandeza, considere os seguintes dados: densidade do ar da ordem de  $1,2 \text{ g/cm}^3$ , velocidade do som da ordem de  $330 \text{ m/s}$  e o menor som audível cuja potencia é da ordem de  $0,0002 \text{ dinas/cm}^2$ .

Substituindo-se na Eq. (14) teremos

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2.$$

Por outro lado, a máxima intensidade sonora que o ouvido humano pode suportar é da ordem de  $1,0 \text{ W/m}^2$ , ou seja,  $10^{12}$  vezes maior  $I_0$ . Como este intervalo é demasiadamente grande, utilizamos uma base logarítmica para indicar intensidade sonora que é denominada decibel (dB).

A intensidade relativa  $I_r$  do som é, portanto

$$I_r = 10 \log (I/I_0), \quad (16)$$

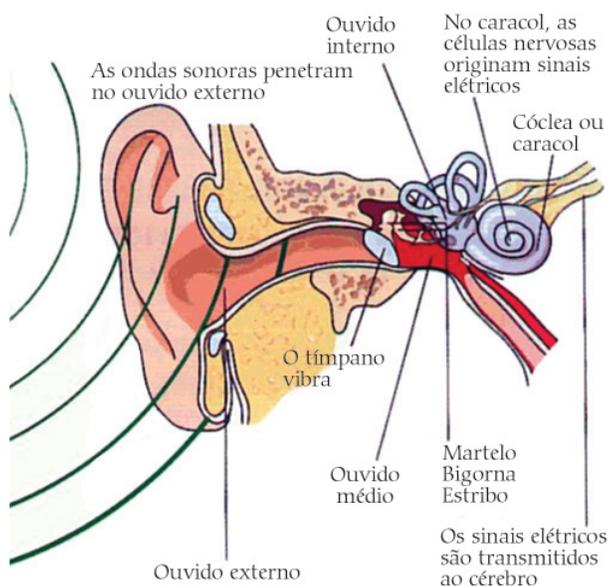


Figura 3 – Esquema morfofisiológico das principais estruturas do ouvido [6].

onde  $I_0$  corresponde a  $10^{-12} \text{ W/m}^2$ . Assim, para uma intensidade máxima suportável de  $1,0 \text{ W/m}^2$  teremos  $I_r = 120 \text{ dB}$ .

### Ondas sonoras e sua percepção pelo ouvido humano

O movimento de compressão e rarefação do ar provoca a movimentação de suas moléculas. Esse movimento organizado produz ondas longitudinais, assim a energia usada para movimentação e produção do som é transmitida pelo ar, de molécula para molécula, de maneira que o som atinge o nosso ouvido.

Em nosso ouvido, essas ondas atingem uma membrana chamada tímpano, que vibra com a mesma frequência das ondas, transmitindo ao cérebro, através de impulsos elétricos, a sensação sonora.

A percepção sonora está relacionada tanto com a intensidade do som quanto com sua frequência. Em geral, percebemos sons acima de  $0 \text{ dB}$  com tolerância máxima até  $120 \text{ dB}$ . Por outro lado, o ouvido humano é sensibilizado em uma faixa de frequência compreendida entre  $20 \text{ Hz}$  e  $20 \text{ kHz}$ .

A curva da Fig. 4 mostra o limiar da audição para diversas frequências [7]. Observe que a região de máxima sensibilidade está compreendida entre  $1000$  e  $5000 \text{ Hz}$  (para realizar um teste online de sensibilidade auditiva em função da frequência recomendamos o teste de percepção auditiva disponível na Ref. [8], onde percebe-se que sons graves são aqueles que apresentam baixa frequência, e sons agudos, alta frequência).

Frequências abaixo de  $20 \text{ Hz}$  são classificadas como infra-som. O som decorrente de infra-som é extremamente grave e apesar de não serem ouvidas, suas vibrações podem ser percebidas e até mesmo produzir efeitos sobre as pessoas. Como exemplos destas fontes sonoras têm-se os vulcões, avalanches e terremotos. A

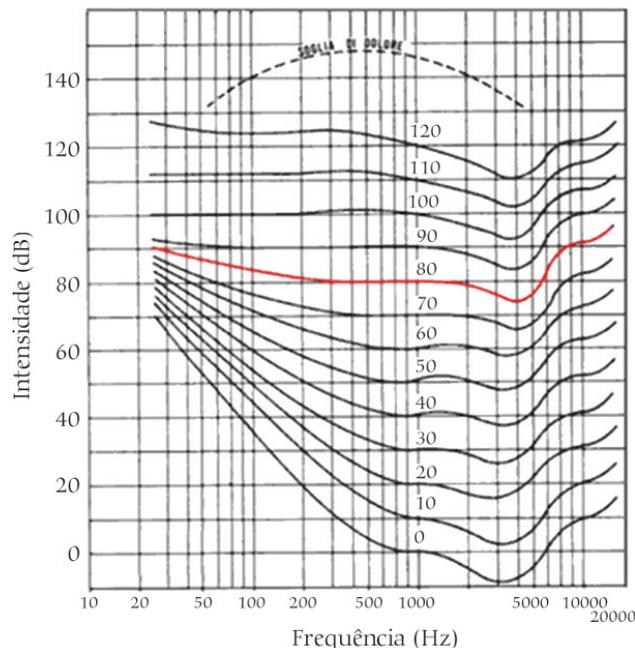


Figura 4 – Curva de limiar de audição para diferentes frequências.

deteção destas ondas se dá através de sismógrafos, e pode-se, assim, “prever” catástrofes naturais. Alguns animais também utilizam este tipo de som para se comunicarem, como, por exemplo, os elefantes [9].

Já as frequências acima do limite superior de audição ( $20 \text{ kHz}$ ) são conhecidas por ultra-som. O seu uso em baixa intensidade possibilita transmitir energia através de um meio e obter informações, como por exemplo ensaios não-destrutivos de materiais, medida de propriedades elásticas dos materiais e diagnósticos médicos [10]. As aplicações de alta intensidade têm como objetivo produzir alteração do meio através do qual a onda se propaga. A terapia médica, atomização de líquidos, ruptura de células biológicas, solda e homogeneização de materiais são alguns exemplos de aplicações com ultra-som. O uso do ultra-som de baixa intensidade em medicina, para diagnóstico, se baseia na reflexão das ondas ultra-sônicas. Convém notar que o diagnóstico com ultra-som é mais seguro do que a radiação ionizante, como os raios-X, e por isso é preferível em exames pré-natais. As vantagens do diagnóstico com o ultra-som são sua segurança e sua conveniência por ser não-invasivo, além de sua capacidade em detectar fenômenos não perceptíveis pelos raios-X.

### Impedância acústica e a formação de imagens ultra-sônicas

O princípio básico de produção de imagem em equipamentos de ultra-sonografia é a produção de ecos. O princípio pulso-

eco refere-se à emissão de um pulso curto de ultra-som que atravessa os tecidos [10]. Ao encontrar algum obstáculo, parte deste pulso será refletido e parte será transmitido. O equipamento guarda o tempo gasto entre a emissão do pulso e a recepção do eco, transformando-o em distância percorrida e representado em tela. A calibração destes aparelhos utiliza um valor constante de velocidade do som igual a 1540 m/s, que corresponde à velocidade média de transmissão do som através dos constituintes do corpo humano, uma vez que suas velocidades são muito semelhantes, exceto à do ar (pulmão e intestino) e dos ossos.

No processo de interação som-tecido, uma grandeza que merece destaque é a impedância acústica e a conseqüente atenuação. A impedância acústica de um meio está relacionada com a resistência ou dificuldade do meio à passagem do som. Corresponde ao produto da densidade do material pela velocidade do som no mesmo. Quando o feixe sonoro atravessa uma interface entre dois meios com a mesma impedância acústica, não há reflexão e a onda é toda transmitida ao segundo meio. É a diferença de impedância acústica entre dois tecidos que define a quantidade de reflexão na interface, promovendo sua identificação na imagem.

A Tabela 1 mostra os diferentes valores de velocidade e impedância acústica para alguns tecidos [11].

Por exemplo, um nódulo no fígado será mais facilmente identificado se sua impedância acústica for bastante diferente do parênquima hepático ao redor; ao contrário, quanto mais próxima sua impedância acústica do parênquima hepático normal, mais dificuldade teremos em identificá-lo, porque pouca reflexão sonora ocorrerá. Resumindo, quanto maior a diferença de impedância entre duas estruturas, maior será a intensidade de reflexão e mais facilmente podemos diferenciá-las na imagem [10].

### Experimento realizado

O experimento consiste em utilizar um tubo fechado em uma de suas extremidades, de comprimento conhecido, e produzir um som em uma das extremidades. Um microfone colocado na extremidade aberta do tubo registrará o som emitido e após um determinado intervalo de tempo registrará o sinal decorrente do eco produzido pela reflexão deste sinal na extremidade fechada do tubo. Para o registro e análise deste sinal utilizamos um programa *freeware* de análise de som, o Audacity, cuja versão 1.26 está disponível no vínculo da Ref. [12]. Este programa per-

mite observar a evolução temporal do sinal com resoluções na faixa de 26  $\mu$ s, mais do que suficientes para o experimento proposto. Utilizamos tubos de 196,50 cm; 393,38 cm e 589,19 cm, designados por 1, 2 e 3, respectivamente. Para a produção do sinal sonoro, utilizamos uma chave de contato tipo telégrafo, que permite a produção de um pulso de duração bastante pequena (menor que o tempo que se deseja determinar,  $\cong$  10 ms). Para fechar a extremidade dos tubos, utilizamos um disco de PVC.

Cada tubo foi posicionado de modo que sua extremidade aberta ficasse em contato com a chave, pela qual o sinal sonoro foi emitido, e com o microfone capturamos tanto a emissão do sinal quanto a sua reflexão do som, como mostra a Fig. 5. Esse procedimento foi realizado para os três tubos já mencionados.

A gravação foi feita através do programa Audacity e a Fig. 6 mostra o teste de som realizado antes da obtenção dos dados.

O programa também possui um editor de “envelope de amplitude”, espectrograma e uma janela para análise de frequências e áudio em geral. Assim, através dele foi possível reconhecer o sinal emitido, o eco, e suas propriedades: amplitude, fre-



Figura 5 - Os tubos foram sempre mantidos na horizontal para facilitar a emissão e gravação do sinal sonoro.

quência e sua evolução com o tempo.

### Resultados

Verificamos inicialmente a forma de pulso sonoro emitido pela chave tipo “telégrafo” na ausência dos tubos, gerando o sinal da Fig. 7.

Este procedimento é necessário para observarmos o tempo total de “duração” deste sinal, que deve ser menor do que intervalo de tempo que desejamos determinar (para o menor tubo, 196,50 cm de comprimento, que é ordem de 10 ms). A Fig. 7 mostra que a duração deste sinal é pelo menos metade do valor do tempo que se deseja medir. Vale lembrar que, enquanto o eixo horizontal indica o tempo em segundos, o vertical indica uma grandeza

Tabela 1 - Transmissão do ultra-som em alguns tecidos.

Material	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	V (m/s)	Z (kg/m <sup>2</sup> s)
Ar	1,29	331 (em CNTP)	426
Água	1000	1480	1,48 x 10 <sup>6</sup>
Cérebro	1020	1530	1,56 x 10 <sup>6</sup>
Músculo	1040	1580	1,64 x 10 <sup>6</sup>
Gordura	920	1450	1,33 x 10 <sup>6</sup>
Ossos	1900	4040	7,67 x 10 <sup>6</sup>

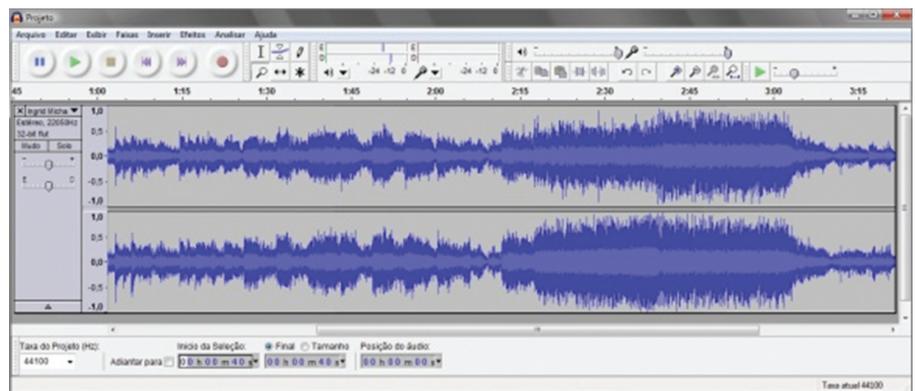


Figura 6 - Exemplo de um som qualquer para análise no Audacity.

proporcional à amplitude do som.

Posteriormente foram feitas as medidas dos intervalos de tempo decorridos entre o sinal produzido e a detecção do eco, para cada um dos tubos. É fácil perceber, nas Figs. 8, 9 e 10, que o efeito do eco é evidenciado pelo aumento nos intervalos de tempo entre os dois sinais, uma vez que o sinal correspondente ao eco demora mais a aparecer para os tubos de maiores comprimentos.

Consideramos contribuição da incerteza tipo A para a medida de tempo, bem como a correção de Studart [13] para grau de confiança em 90%. Já para a incerteza

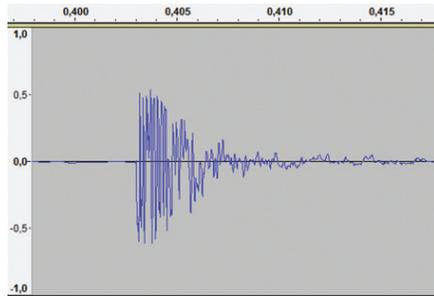


Figura 7 - Exemplo do sinal sonoro sem nenhum tubo.

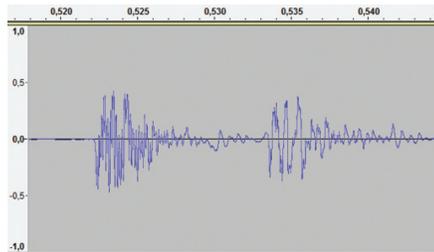


Figura 8 - Sinal sonoro propagado e refletido dentro do tubo 1.

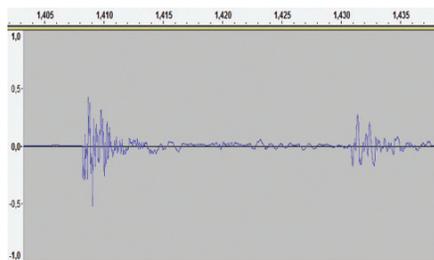


Figura 9 - Exemplo de sinal sonoro com o tubo 2.

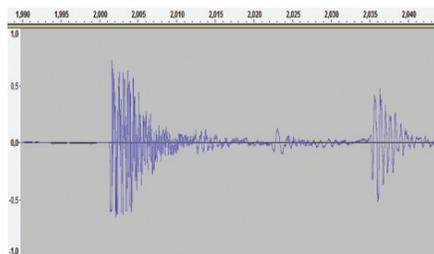


Figura 10 - Exemplo de sinal sonoro com o tubo 3.

na medida do comprimento considera-se a incerteza da trena utilizada, graduada em mm, ou seja, 0,5 mm. A Tabela 2 apresenta os dados obtidos

Com os valores fornecidos, foi calculado o valor da velocidade levando em conta as medidas em cada tubo, gerando uma velocidade para cada um deles, indicados na Tabela 3. Dos valores obtidos, comparando com velocidade da Eq. (14) para valor da temperatura medida de 27 (0,5) °C, que nos fornece um valor de 346,3 (0,3) m/s, verifica-se uma total compatibilidade nos resultados.

Disponibilizamos os arquivos sonoros para os tubos 1, 2 e 3, bem como o arquivo obtido na ausência dos tubos no Blog da disciplina Física Aplicada a Biologia e Medicina do curso de Física Médica da PUC/SP [14].

### Considerações finais

O experimento proporciona de forma simples e de fácil reprodução, a determinação da velocidade do som no ar, com uma boa margem de precisão e exatidão, principalmente se levarmos em conta a simplicidade do aparato experimental. A possibilidade de utilização de um programa *freeware* de análise de som é também bastante interessante, e viabiliza sua aplicação em qualquer instituição de ensino.

Outro fator de relevância é que o experimento permite ao estudante visualizar o fenômeno de reflexão sonora, tão importante para a compreensão das imagens de ultra-sonografia.

Estudos adicionais estão sendo realizados para verificarmos a dependência da amplitude do sinal em função de diferentes parâmetros, tais como comprimento do tubo e material que constitui a sua extremidade, e que dá origem à reflexão. Tal estudo permitirá melhor compreender a impedância acústica bem como a atenuação do sinal, parâmetros importantes no processo de formação de imagens.

Tabela 2 - Medidas experimentais nos tubos.

	Intervalo entre sinal e captura do eco (ms)	
Tubo 1	11,3	11,4
	11,4	11,4
	11,3	11,3
	11,4	11,4
Tubo 2	22,8	22,8
	22,7	22,7
	22,6	22,8
	22,7	22,8
Tubo 3	34,0	34,1
	34,0	33,9
	34,0	34,0
	34,1	

Tabela 3 - Velocidade no som medida.

	Velocidade (m/s)
Tubo 1	346 (1)
Tubo 2	346,0(0,9)
Tubo 3	346,4(0,5)

### Referências

- [1] Sítio do simulador *Onda em Corda* do projeto Phet da University of Colorado <http://phet.colorado.edu/en/simulation/wave-on-a-string>, acesso em 17/6/2011.
- [2] A.P. French, *Vibrações e Ondas* (Editora da Unib, Brasília, 2001).
- [3] Sítio do Prof. Angel Franco Garcia, simulação *Ondas Longitudinais*, <http://www.sc.edu/es/sbweb/fisica/ondas/ondaArmonica/ondasArmonicas.html>, acesso em 17/6/2011
- [4] Relatório para a determinação da velocidade do som no ar da Universidade de Maringá, disponível em <http://www.ebah.com.br/content/ABAAABQLUAI/relatorio-velocidade-som>, acesso em 17/11/2011.
- [5] M.A. Cavalcante e C.F.C. Tavoraro, *Física na Escola* **4**(1), 29 (2003).
- [6] Retirado do sítio <http://www.prof2000.pt/users/eta/Ruido.htm>, acesso em 18/6/2011.
- [7] Sítio *Ações Integradas Sobre o Sentido da Audição*, projeto Ciência Viva, Ministério da Educação, Porto, Portugal, disponível em <http://telecom.inescn.pt/research/audio/cienciaviva/>, acesso em 18/7/2011.
- [8] Teste percepção sonora on-line, <http://www.phys.unsw.edu.au/~jw/hearing.html> acesso em 17/6/2011.
- [9] P. Cleto, in: Reportagem Super Abril, outubro de 1993, disponível em <http://super.abril.com.br/mundo-animal/arte-enganar-animais-tambem-mentem-440915.shtml> (acesso em 12/9/2012).
- [10] Apostila de ultra-sonografia do Departamento de Radiologia da Faculdade de Medicina da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP. Disponível em <http://www.hcnet.usp.br/inrad/departamento/graduacao/aula/apostilafisicausg.pdf>, acesso em 18/6/2011.
- [11] E. Okuno, I.L. Caldas e C. Chow, *Física para Ciências Biológicas e Biomédicas* (Harper & Row, São Paulo, 1982).
- [12] Sítio em que se pode baixar a versão 1.2.6 do programa Audacity: <http://xviiisnefnovatecnologias.blogspot.com/2009/01/software-de-analise-sonora.html> Acesso em 18/06/2011.
- [13] Acesso a tabela de correção de Studart: <http://labempucsp.blogspot.com/2011/03/tabela-de-student.html>, acesso em 18/6/2011.
- [14] Blog da disciplina de Física Aplicada a Biologia e Medicina do curso de Física Médica da PUC/SP, disponível em <http://fambpucsp.blogspot.com/2011/01/arquivos-de-dados-para-experimento-de.html>, acesso em 18/6/2011.