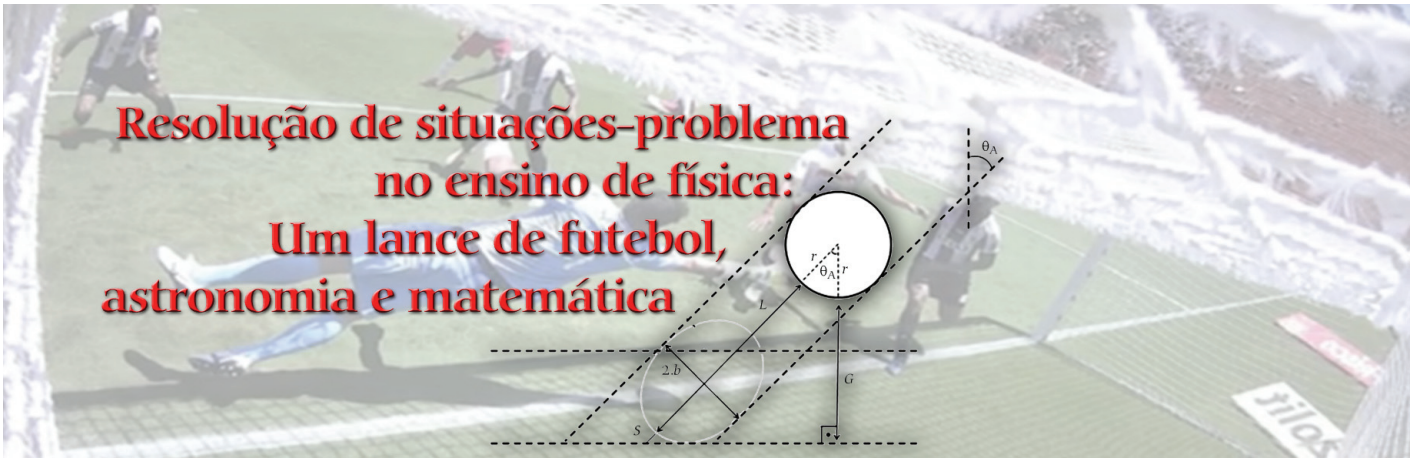


Marcelo G. Schappo
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil
E-mail: marceloschappo@hotmail.com

A literatura vem apresentando diversas discussões acerca da forma como é feita a resolução de exercícios em sala de aula no que se refere ao ensino de ciências. É possível encontrar trabalhos que discutem a resolução de situações-problema envolvendo contextos sociais, tecnológicos e históricos como uma maneira de motivar os estudantes e fazê-los desenvolver o raciocínio em cima dos conhecimentos que eles possuem relacionados à disciplina estudada. Este trabalho apresenta uma situação-problema de contexto esportivo que envolve a marcação de um gol em uma partida de futebol e analisa o problema por um caminho que envolve os conteúdos de física, astronomia e matemática, podendo ser aplicado em diferentes níveis de ensino e por professores dos diferentes conteúdos relacionados. Relata-se, também, uma experiência de aplicação da situação-problema proposta em uma turma de física de nível médio.

Introdução

Não é incomum, na prática docente do ensino de física, que os professores repetidamente preparem aulas de exercícios. No entanto, muitas dessas aulas acabam por não passar de uma prática repetitiva do mesmo tipo "padrão" de problemas presentes nos diferentes livros didáticos. Apesar de reconhecer que a prática dos exercícios tenha seu papel no ensino de física, a literatura vem apresentando diferentes trabalhos que propõem uma nova maneira de trabalhar situações-problema nas salas de aula da disciplina de física [1, 2]. Com base nesses estudos, destaca-se aqui o fato de a resolução de exercícios no ensino de física ser necessária por ter papel fundamental no desenvolvimento e consolidação das habilidades dos estudantes. A proposição de situações-problema trata de elaborar questões abertas e sem resposta imediata acerca de um tema, gerando uma maneira de instigar a criatividade dos estudantes, o raciocínio lógico e a aplicação dos conteúdos discutidos pelo professor durante a disciplina. Essas questões podem ser contextualizadas com base histórica, social, tecnológica, etc.

A proposição de situações-problema trata de elaborar questões abertas e sem resposta imediata acerca de um tema, gerando uma maneira de instigar a criatividade dos estudantes, o raciocínio lógico e a aplicação dos conteúdos discutidos pelo professor durante a disciplina

A partir da proposta da situação-problema, diferentes metodologias de trabalho podem ser aplicadas pelos professores para a condução da aula. A literatura apresenta essas metodologias com um caráter semelhante entre si, envolvendo passos que tangem a apresentação do problema e a explicação clara do que se está buscando para resolver a questão, seguida de discussão e planejamento de uma estratégia para tal. Por fim, lança-se mão do arcabouço de conhecimentos dos estudantes na empreitada de buscar a solução da situação-problema. O professor, ao longo do processo, pode fazer papel de orientador, buscando ouvir hipóteses dos estudantes e coordenar as atividades fazendo-os refletir sobre possíveis caminhos adequados na solução da questão.

Neste trabalho, deseja-se apresentar uma situação-problema real envolvendo uma partida de futebol do Campeonato Paulista de 2017. Para sua solução, serão necessários conteúdos que envolvem física (astronomia e óptica geométrica), matemática (geometria e trigonometria) e educação física, que poderá auxiliar na interpretação das regras do jogo e termos técnicos associados à partida. Essa situação poderá ser proposta tanto para turmas de nível médio quanto superior, cabendo ao professor que desejar utilizá-la fazer o planejamento das etapas que quer percorrer para chegar à solução da questão. O artigo, portanto, apresentará uma experiência de aplicação em uma turma de nível médio da disciplina de física e também uma forma de resolver a situação-problema será traçada e explicada passo a passo. Alguns passos da solução aqui proposta envolverão uso de *softwares* disponíveis gratuitamente pela internet, o que gera também uma oportunidade do uso de novas tecnologias no ensino de física pelo professor.

Apresentação da situação-problema

A situação envolveu um lance ocorrido em uma partida de futebol do Campeonato Paulista 2017. O jogo foi entre os times RB Brasil e Santos, ocorrido no

dia 12 de fevereiro, no estádio do Pacaembu, na cidade de São Paulo. A partida encontrava-se empatada em 2 x 2 quando, nos acréscimos do segundo período do jogo, precisamente aos 47 minutos, um atleta do Santos direciona a bola para o gol após uma jogada dentro da grande área do campo do adversário. O goleiro consegue interceptar a bola enquanto a mesma estava no ar, porém o árbitro da partida e seu assistente julgaram que a bola *cruzou totalmente* a linha de gol do adversário, considerando a marcação do gol para a equipe santista. O resultado do jogo consagrou o Santos como vencedor devido a esse lance.

No entanto, existem três polêmicas envolvendo a marcação do gol: a primeira diz respeito à forma como o jogador santista envia a bola para a meta adversária, alegando que ele o fez com o uso do braço, o que não é permitido. A segunda diz respeito ao momento em que o goleiro intercepta a bola no ar: teria a bola ultrapassado completamente a linha de gol adversária, caracterizando, assim, o gol? E a terceira discute a possibilidade de o goleiro ter agarrado a bola em voo e caído no chão sobre ela, mas, nesse momento, ele a puxa de dentro do gol para fora. Isso não fica claro nas imagens do jogo, uma vez que ele caiu com o corpo encobrindo totalmente a bola.

A ficha técnica da partida pode ser encontrada em diferentes páginas de jornalismo esportivo brasileiras, onde também se apresentam as questões polêmicas descritas anteriormente [3, 4]. Acerca das questões envolvendo o lance com o braço do jogador e a queda do goleiro sobre a bola, elas não serão tratadas aqui, por fugir do escopo deste trabalho. O foco envolverá a solução da segunda polêmica: é possível determinar a posição da bola em relação à linha de gol no instante em que o goleiro a intercepta? Para auxiliar no processo, a fotografia [5] que aparece na Fig. 1 deste trabalho pode ser usada. Ela foi obtida com uma câmera posicionada atrás do goleiro da equipe RB Brasil, na parte superior da rede, e mostra o instante da interceptação da bola pela mão do goleiro.

Proposta de solução para a situação-problema

Com o intuito de resolver a situação-problema, é preciso determinar a posição da bola em relação à linha de meta do campo de futebol. Conforme rezam as regras do jogo, caso a bola tenha ultrapassado *completamente* a linha, o gol seria legítimo; caso contrário, seria irregular [6]. A polêmica específica envolvendo essa imagem gira em torno das sombras: é possível perceber que elas estão projetadas "para a frente" em relação à linha de gol, principalmente destacando a sombra do "travessão" (barra horizontal superior da meta) e a sombra dos postes verticais da meta. Com base nisso, surge a questão: a bola estaria suficientemente "para trás" de sua sombra a ponto de já estar completamente atrás da linha do gol?

Alguns pontos a serem considerados para resolver a questão:

1. O tamanho da sombra projetada no solo pelo objeto vai depender da altura do objeto;
2. De acordo com a imagem, a sombra da bola tangencia a parte frontal da linha da gol. Apesar de não ser possível confirmar isso pela foto, é possível assumir esse fato de forma aproximada, o que será feito para fins didáticos;
3. A linha de meta tem espessura de 12,0 cm, de acordo com as regras oficiais;
4. A bola oficial tem circunferência entre 68,0 cm e 70,0 cm. Será considerado, neste trabalho, o valor de 69,0 cm de circunferência, o que fornece um diâmetro de 21,96 cm e raio de 10,98 cm.

A partir da discussão em sala de aula, o professor poderá dar prosseguimento a diferentes metodologias para tentar resolver a questão, levando em conta diferentes variáveis. A partir da análise deste trabalho, a solução do problema será feita com base na determinação da posição astronômica do Sol no instante do lance. Com essa informação e com os parâmetros geométricos da bola e da linha de gol, será discutido um possível resultado para a situação do gol. A partir deste momento, apresentam-se alguns passos para a solução da questão.

Passo 1: Determinação da orientação do campo de jogo em relação ao eixo norte-sul

A orientação do campo de jogo é importante, pois com ela será possível saber a orientação do mesmo em relação ao Sol, o que é essencial na análise das sombras. Para isso, utilizou-se o aplicativo *Google Earth* [7], disponível na rede, e obteve-se a imagem da esquerda da Fig. 2. Comparando a orientação do campo de jogo e a bússola indicada no aplicativo, que também aparece na figura, é possível considerar que a orientação do campo é norte-sul.

Passo 2: Determinação da posição do Sol no instante do lance

Para determinar a posição astronômica do Sol no momento em que a fotografia foi capturada, é preciso saber o local geográfico da ocorrência do mesmo e o horário. O horário foi facilmente determinado pela ficha técnica do jogo, com o lance ocorrendo às 12h46min locais (14h46min UTC[1]). Já a localização geográfica foi feita a partir de uma calculadora *online* denominada *Mapcoordinates Service* [8]. O resultado encontra-se na imagem da direita da Fig. 2. Os valores negativos de latitude e longitude correspondem ao fato de o estádio estar nos hemisférios sul e oeste da Terra, respectivamente.

Em seguida, utilizou-se o programa *Stellarium* [9] para a determinação da posição solar. Ele foi configurado com as coordenadas do estádio e com a hora do lance. A partir daí, ele fornece as coordenadas locais do astro: azimute (θ_A) e altura (θ_H): esse é um sistema local de coordenadas geográficas [10], sendo o primeiro ângulo definido sobre a linha do horizonte, com início no norte geográfico e término na projeção vertical do astro considerado,



Figura 1: Imagem de um programa de televisão exibindo o lance do jogo [5].

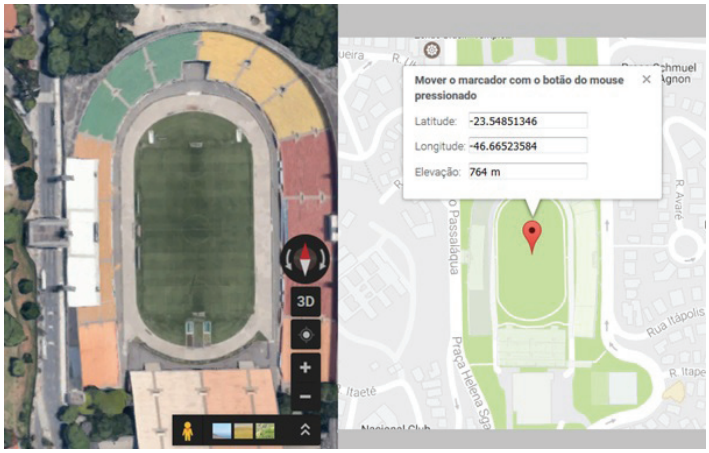


Figura 2: Visão superior do campo de jogo (esquerda) e resultado das coordenadas geográficas (direita).

ao passo que o segundo é o ângulo medido sobre a projeção vertical do astro, com início na linha do horizonte e término na posição do astro no céu. Sendo assim, o ângulo de incidência solar (θ_i), definido aqui como o ângulo de incidência de luz em relação à normal à superfície, é o complemento do ângulo de altura. Os resultados obtidos para o Sol encontram-se na Tabela 1: o Sol encontrava-se quase a pino, com incidência de cerca de 13° em relação à normal à superfície, e afastado cerca de 40° em relação ao norte geográfico, em sentido horário. Essa informação já permite concluir que a meta onde o lance aconteceu no estádio é a superior na Fig. 2, pois as sombras estão projetadas à frente da meta, conforme observação possível na Fig. 1.

Passo 3: Análise geométrica da sombra da bola

Neste passo, encontra-se a análise matemática das características da sombra da bola e como determinar a distância entre a extremidade frontal da bola e o início da linha da meta. Inicia-se com a análise da vista superior da situação, representada na Fig. 3. Chama-se atenção para a orientação norte-sul indicada e a incidência solar sobre a bola ocorrendo com ângulo de azimute em relação ao norte. Devido ao fato de o plano do solo não estar perpendincular à incidência de luz, a sombra formada para a bola será elíptica, de acordo com o diagrama. O raio menor da elipse é *b* e corresponde exatamente ao raio da bola (*r*): 10,98 cm. Conforme comentado anteriormente, este trabalho está considerando que a parte mais frontal da sombra coincide com o início (parte frontal) da linha de gol. Desse modo, *L* será a distância entre a extremidade da bola oposta à incidência solar e o vértice extremo frontal da sombra elíptica, medido sobre o plano do solo, enquanto *S* é a distância entre o referido vértice frontal da elipse e o início da linha de meta, medido também sobre o plano do solo e na mesma direção da incidência solar. Por fim, o que se deseja saber, com o intuito de responder se o gol foi válido ou não, é o valor da distância *G*, medida sobre o plano do solo entre a extremidade frontal da bola e a extremidade frontal da linha de meta. Sendo *G* maior que 12,00 cm, haverá o gol, pois a bola terá ultrapassado completamente a espessura da linha em questão. Com base no triângulo formado entre as medidas de *L*, *S*, *G* e os raios da bola nas duas direções, tem-se a Eq. (1) que determina o valor de *G*:

$$\cos\theta_A = \frac{r+G}{r+L+S} \rightarrow G = (r+L+S).\cos\theta_A - r. \quad (1)$$

Como os valores de *r* e θ_A são conhecidos, é necessário determinar os valores de *L* e *S* para resolver a equação para *G*. A determinação de *L* pode ser feita com a análise do plano azimutal da situação-problema. Ao analisar-se esse plano, verifica-se que a incidência solar é paralela ao plano do papel e ocorre exatamente com o ângulo de incidência (θ_i) em relação à vertical. A situação encontra-se representada pela Fig. 4. Inicia-se destacando a região da sombra, na parte inferior da figura, onde, agora, a distância *2.a* corresponde ao dobro do semieixo maior (*a*) da elipse da Fig. 3. As distâncias d_1 e d_2 são dois diâmetros de referência: o primeiro deles paralelo ao solo e o segundo perpendicular aos raios solares incidentes. A altura *h* corresponde à distância vertical entre o centro da bola e o solo e Δh é a diferença entre *h* e o ponto de tangência solar superior, indicado na figura. Por fim, ΔL corresponde ao comprimento do segmento de reta formado no solo entre a projeção do ponto de tangência solar superior e a projeção da extremidade frontal da bola.

Considerando-se o triângulo retângulo no qual a hipotenusa corresponde à distância percorrida pelo raio solar entre o

Tabela 1 – Posição do Sol no instante do lance.

	Posição astronômica solar
θ_A	40,884°
θ_H	76,994°
θ_i	13,006°

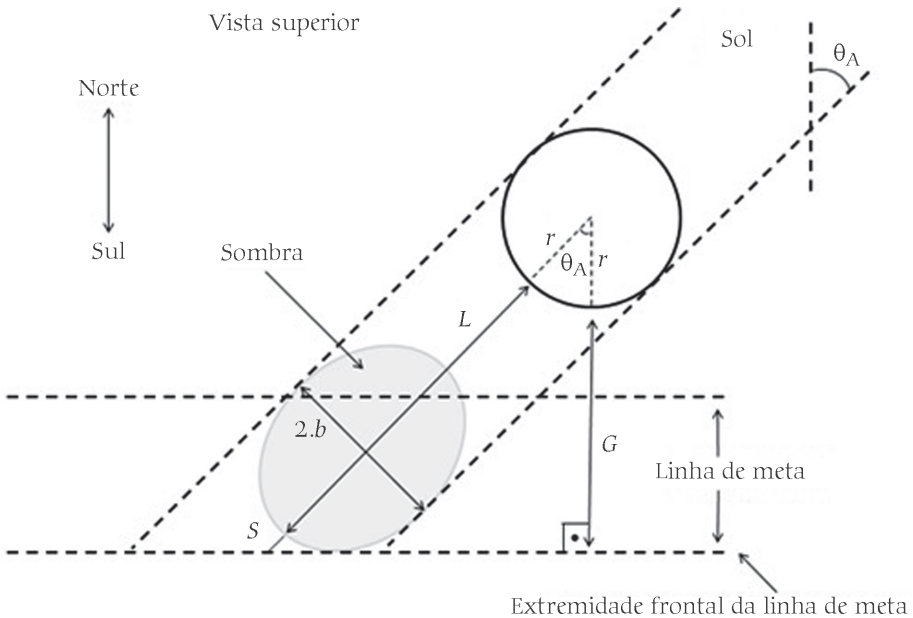


Figura 3: Análise geométrica da vista superior da situação.

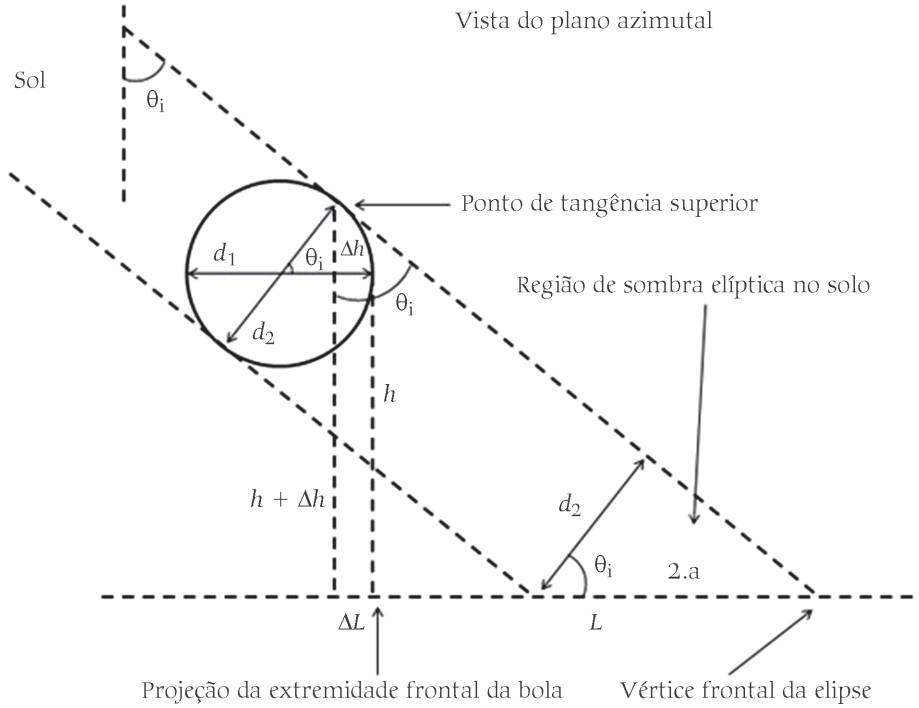


Figura 4: Análise geométrica do plano azimutal da situação.

ponto de tangência superior e o solo, é possível tirar uma equação trigonométrica que determine o valor de L:

$$\mathrm{tg}\theta_i = \frac{L+\Delta L}{h+\Delta h} \rightarrow L = (h+\Delta h).\mathrm{tg}\theta_i - \Delta L. \quad (2)$$

O valor de h será a variável independente deste estudo e seu valor será discutido no final da análise. Os valores de Δh e ΔL podem ser encontrados analisando as relações trigonométricas para o ângulo destacado no interior da bola, formado entre os dois diâmetros:

$$\mathrm{sen}\theta_i = \frac{\Delta h}{r} \rightarrow \Delta h = 2{,}47 \text{ cm}. \quad (3)$$

$$\cos\theta_i = \frac{r-\Delta L}{r} \rightarrow \Delta L = 0{,}285 \text{ cm}. \quad (4)$$

Analisando a região inferior da Fig. 4, já é possível determinar o valor do semi-eixo maior da elipse, informação esta que ainda não foi calculada. O triângulo retângulo ali representado permite concluir que:

$$\cos\theta_i = \frac{d}{2.a} = \frac{r}{a} \rightarrow a = 11{,}27 \text{ cm}. \quad (5)$$

Para completar a Eq. (1) ainda é preciso determinar o valor de S. A Fig. 5 auxilia nessa determinação, sendo obtida a partir da ampliação e rotação da vista superior do problema (Fig. 3). A rotação foi feita apenas para fins didáticos, facilitando a visualização dos eixos cartesianos representados. A sombra elíptica encontra-se com seu centro sobre a origem do sistema, e a reta tracejada inclinada é a extremidade frontal da linha de meta. De acordo com o pressuposto didático deste trabalho, essa linha tracejada tangencia a elipse, portanto só há um ponto de intersecção entre ambas. A equação da reta tangente à elipse é do tipo $y = A.x + B$, onde A é o coeficiente angular, determinado pelo valor da tangente do ângulo entre a reta e o eixo horizontal [11], indicado na figura.

$$\text{Reta: } y = A.x + B \rightarrow A = \mathrm{tg}(90° + \theta_A) \rightarrow A = -1{,}155. \quad (6)$$

Geometria da sombra

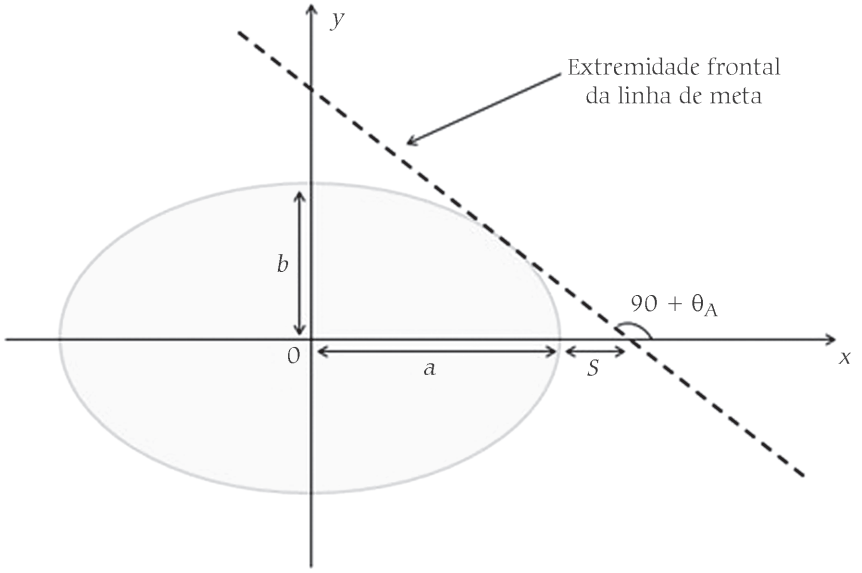


Figura 5: Análise geométrica da sombra elíptica (ampliação e rotação da Fig. 3).

A equação da elipse pode ser obtida com os valores dos seus semieixos menor (b) e maior (a). Ela tem o seguinte formato geral quando seu centro coincide com a origem do sistema cartesiano [12]:

$$\text{Elipse: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (7)$$

Substituindo-se o valor de y da equação da reta (6) na equação da elipse (7), chegar-se-á à equação que encontra todos os valores de x das intersecções:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{(A.x+B)^2}{b^2} = 1. \quad (8)$$

Desenvolvendo a expressão anterior, chega-se a uma equação do segundo grau para x:

$$\left(\frac{1}{a^2} + \frac{A^2}{b^2}\right)x^2 + \left(\frac{2AB}{b^2}\right)x + \left(\frac{B^2}{b^2} - 1\right) = 0. \quad (9)$$

Os coeficientes de x^2, x e o termo independente serão denominados, respectivamente, de c_1, c_2 e c_3, correspondendo, exatamente, aos termos entre parênteses na Eq. (9).

Caso a reta tracejada desenhada na Fig. 5 fosse deslocada para a direita, mantendo a mesma inclinação, não haveria pontos de intersecção com a elipse, e o resultado da equação de segundo grau obtida deveria ser impossível para qualquer valor de x real. Caso a reta fosse movida para esquerda, mantendo a mesma inclinação, haveria dois pontos de intersecção, e a solução da Eq. (9) deveria ser dois valores reais para x. No entanto, como a reta tracejada está tangente à elipse, só deve haver uma única solução para x real na Eq. (9). Isso significa que o discriminante (D) da equação do 2° grau calculado a

partir da fórmula de Bháskara [13] deve ser nulo. Então:

$$D = c_2^2 - 4.c_1.c_3 = 0. \quad (10)$$

Substituindo os valores definidos de c_1, c_2 e c_3 a partir da Eq. (9) na Eq. (10) e resolvendo algebricamente, é possível determinar o valor do coeficiente linear da reta (B). Ele apresentará dois valores possíveis, um positivo e um negativo. Toma-se o valor positivo pela coerência do esquema da situação-problema mostrado na Fig. 5. O valor negativo corresponderia ao coeficiente linear de uma reta paralela à tracejada, mas que tangenciasse a elipse pela esquerda em apenas um ponto.

$$B = \pm a.b.\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{A^2}{b^2}} \rightarrow B = 17,03. \quad (11)$$

Com a posse dos coeficientes linear e angular da reta tracejada na Fig. 5, é possível determinar o ponto em que ela cruza o eixo x, denominado x_0, para $y = 0$:

$$y = A.x + B = 0 \rightarrow x_0 = 14,74 \text{ cm}. \quad (12)$$

De posse dos valores de x_0 e a, o valor de S pode ser determinado facilmente:

$$a + S = x_0 \rightarrow S = 3,47 \text{ cm}. \quad (13)$$

Substituindo-se a Eq. (2) para o cálculo L e a Eq. (13) para o cálculo de S na Eq. (1), que determina o valor de G, chega-se:

$$G = \left[(h + \Delta h).\text{tg}\theta_i + r + S - \Delta L\right].\cos\theta_A - r. \quad (14)$$

Percebe-se que todos os valores são conhecidos, exceto h. No entanto, para que a marcação do gol seja legítima, o valor de G deve ser, no mínimo, igual a 12,00 cm. Sendo assim, isola-se h e substitui-se o valor de G necessário para que a bola cruze completamente a linha da meta. O resultado obtido mostra que a altura mínima que o centro da bola deve estar, perpendicularmente ao solo, é de 62,06 cm. Isso significa que, descontando-se o valor do raio da bola, a base da mesma deve estar a uma altura mínima de 51,08 cm em relação ao solo, na vertical.

Passo 4: A bola cruzou completamente a linha da gol? "Foi gol"?

Talvez esta seja a parte mais complicada do ponto de vista prático, pois é necessário olhar novamente as imagens do jogo e julgar se a altura da base da bola é, ou não, maior que 51,08 cm. Essa discussão pode ser feita em grupo com o professor e os alunos. Neste trabalho, foram utilizadas duas Figs. [5]: uma delas apresentada aqui na Fig. 1 e a outra na Fig. 6. Com relação a esta última, a análise é facilitada, pois é possível perceber que a bola se encontra, aproximadamente, a meia altura em relação ao travessão, que, segundo a regra oficial, está a 2,44 m do solo, na vertical. Mesmo se for considerada uma barra de erro grande nessa estimativa visual, o palpite de que a bola está a mais de 51,00 cm do solo é sólido. Portanto, desconsiderando as polêmicas citadas sobre o lance ter sido executado com o braço do jogador santista ou o goleiro ter caído com a bola atrás da linha de meta, o gol foi, sim, legítimo e o resultado indicado pela arbitragem foi correto. É importante destacar que a conclusão descrita aqui *não é apenas um palpite* com base na análise da imagem. É bem mais do que isso: o resultado sobre a ocorrência do gol é sólido justamente devido ao tratamento matemático anterior, que garante o gol para uma altura da bola maior que 51,00 cm.

Relato de aplicação no Ensino Médio

Esta atividade foi proposta a uma turma de aproximadamente 30 alunos, da disciplina de física de nível médio, no mês de abril de 2017. Os alunos foram submetidos à situação logo após as primeiras aulas do conteúdo de óptica geométrica, que tratavam sobre princípios básicos da propagação luminosa, meios ópticos e casos de aplicação de geometria (trigonometria básica e semelhança de triângulos) para resolução de problemas envolvendo câmaras escuras e projeção de sombras. Os alunos são do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), cursam Ensino Médio na modalidade técnico integrado, na cidade de São José, Santa Catarina.

A metodologia aplicada seguiu as características gerais indicadas na literatura [1, 2], com diferentes etapas:

Etapa 1: Motivação inicial (aproximadamente 5 min)

No primeiro momento, os alunos foram submetidos a uma atividade de título "Desafio da Física", com nome projetado na tela da sala de aula com auxílio de projetor do tipo *datashow*, contendo também a imagem de uma bola de futebol, indicando, assim, sobre o que seria o desafio. O vídeo do lance foi apresentado. Depois, o professor-mediador relatou os detalhes do jogo e as polêmicas do lance, gerando discussões e comentários pela sala de aula. Um aluno, por exemplo, comentou que já tinha visto o lance na televisão e, portanto, já tinha pensado sobre isso. De imediato, alguns murmúrios surgiram afirmando ter sido gol legítimo enquanto outros comentários davam conta do contrário. Essa divergência inicial foi positiva e imediatamente explorada pelo professor, pois é quando ele lança o desafio projetando na tela: "Considerando as análises fotográficas do lance, seus conhecimentos matemáticos e físicos até aqui estudados e a criatividade do seu grupo, *foi gol*?".

Etapa 2: Explicação da tarefa (aproximadamente 5 min)

Logo em seguida à proposta do desafio, muitos alunos já começavam a falar com seus pares, em conversa privada, sobre estratégias prévias que eles poderiam usar para saber se houve ou não o gol. Essa conversa precisou ser interrompida para a explicação da tarefa: eles deveriam se dividir em grupos com até 5 membros e fazer um relatório contendo a análise do grupo sobre a ocorrência do gol. Nesse relatório, deveria estar descrito o passo a passo que o grupo desenvolveu para julgar a ocorrência do gol.

Etapa 3: Execução (aproximadamente 50 min)

Durante a execução, etapa mais demorada da atividade, o professor circulava pelos grupos no papel de mediador e orientador. Algumas sugestões surgiam nos grupos e eram lapidadas: um dos grupos falou para o professor que a resposta era óbvia, afinal a sombra do travessão (que fica sobre a linha de meta) estava à frente



Figura 6: Visão frontal do lance de jogo [5].

da linha de gol; logo, como a sombra da bola estava sobre a linha de gol, a bola só poderia estar dentro do gol. Mas essa afirmação não é conclusiva, pois a altura do travessão e da bola em relação ao solo não é a mesma. Assim, os deslocamentos das suas sombras também não serão. Outros grupos perguntaram se era possível medir as distâncias na figura e fazer proporções. Foram autorizados. Em seguida, outros grupos usaram estratégias semelhantes. Por fim, durante a execução, alguns grupos também questionaram se podiam fazer estimativas de distâncias a partir das figuras. Também foram incentivados a fazer isso pelo professor, desde que justificassem adequadamente suas estimativas no relatório final.

Vale destacar que a execução permitia aos grupos o acesso a duas fotografias do lance, exibidas neste artigo na Fig. 1 e na Fig. 6. Elas estavam projetadas na tela durante todo o período da execução. Algumas imagens do processo estão apresentadas nas Figs. 7 e 8. Na Fig. 7, momento de discussão entre dois membros de um grupo sobre como poderiam saber a altura da bola em relação ao solo. Na Fig. 8, um dos grupos tenta reproduzir a situação do lance do jogo usando a lanterna do celular como o sol e constroem o restante com garrafas, canetas e borracha. Esse mesmo engajamento foi observado ao longo de toda a atividade, inclusive momentos em que levaram réguas e fizeram medidas na própria figura projetada.

A partir dos relatórios entregues, é possível tirar as seguintes diretrizes:

- Todos os grupos conseguiram chegar à conclusão de que a óptica geométrica poderia ser aplicada no sentido de relacionar a sombra com a posição do objeto a partir da incidência solar. Esse fato pode ser explicado pelo pouco tempo transcorrido entre as primeiras aulas de óptica e a aplicação da atividade (1 semana);
- Muitos tiraram semelhança de triângulos comparando a altura da trave, o deslocamento frontal da sua sombra, a altura da bola e o deslocamento frontal da sua sombra (usado para argumentar se foi gol ou não). Para ter noção das distâncias, eles mediram diretamente com uma régua sobre a figura o tamanho dos jogadores e da altura do poste lateral da trave e fizeram uma proporção com o tamanho oficial do mesmo. Isso foi um indicativo de escala para esses grupos;
- Alguns grupos não matematizaram o problema, apenas argumentaram fisicamente que a solução estaria na incidência solar e nas relações de sombra;
- Outros grupos tiraram relações de proporção da altura da bola com sua sombra e compararam com a altura de jogadores das cenas e suas sombras. Esse processo é um pouco difícil, uma vez que alguns jogadores não estão completamente eretos no instante das fotografias;
- Somente um grupo respondeu que NÃO foi gol. Todos os demais responderam ter ocorrido o gol, pois a bola deveria ter ultrapassado completamente a linha de meta.

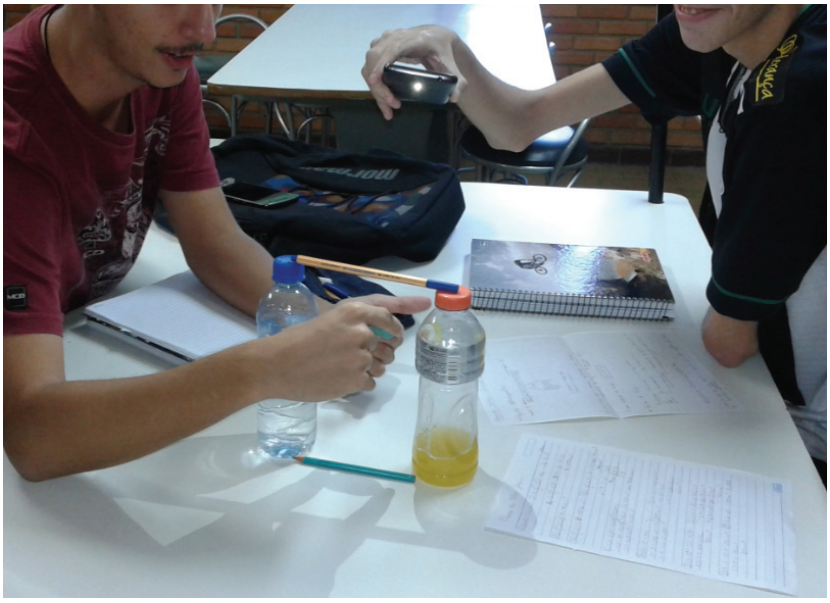


Figura 8: Construção de um dos grupos feita para embasar as opiniões dos membros do grupo sobre o lance do gol.



Figura 7: Alguns estudantes analisando e discutindo sobre o lance.

Etapa 4: Fechamento (aproximadamente 20 min)

Ao final, cada grupo pôde explanar ao professor e aos colegas rapidamente o caminho escolhido para a solução do desafio. Além disso, também socializaram suas conclusões com base nas análises que fizeram.

Depois disso, foi a vez do professor apresentar a forma como resolveu a situação, mostrando o passo a passo descrito anteriormente neste artigo.

Durante essa etapa, as reações dos alunos à solução proposta pelo professor foram de surpresa e positividade. Eles comentaram que a resposta do professor estava mais complexa e mais elaborada que a deles, mas também viam semelhanças nas análises, como, por exemplo, levar em conta a incidência solar, a altura do travessão e os princípios de óptica geométrica.

Ao final, o professor parabenizou todos os estudantes e realçou a importância da participação dos mesmos usando suas próprias análises físicas e matemá-

ticas, independentemente das conclusões a que chegaram sobre o gol, destacando que esse era o principal objetivo: fazê-los pensar e aplicar física e matemática em uma situação-problema real. A ideia é mostrar que problemas de física (e ciências, de uma maneira geral) vão além daqueles indicados nos livros didáticos. É preciso expandir horizontes e a resolução dessa situação-problema foi uma experiência nesse sentido.

Etapa 5: Avaliação e conclusões da aplicação (aproximadamente 10 min)

Com o intuito de verificar as impressões dos alunos em relação à atividade e seus desempenhos nela, eles foram solicitados a responder uma pergunta: "Quais as suas impressões e comentários sobre a atividade proposta?". Os alunos responderam nos seus grupos, em uma folha separada, e entregaram ao final da aula, fechando a atividade.

A partir das respostas coletadas, foi possível perceber uma satisfação e motivação grande na atividade, independentemente dos caminhos que escolheram para resolver o desafio. Alguns trechos das suas respostas estão transcritas a seguir:

> A atividade foi muito boa, nos permitiu tirar conclusões próprias sobre o evento.

> A atividade foi muito didática, pois nos fez utilizar aquilo que aprendemos em sala de aula em uma situação real.

> Muito difícil, porém foi ótima a discussão.

> Essa atividade nos ajudou a perceber como os problemas físicos do dia a dia são resolvidos, como uma simples situação sem resposta pronta pode-se descobrir muita coisa precisamente através do raciocínio e da matemática.

Por fim, foi possível perceber pelas reações dos alunos durante a explanação da proposta de solução elaborada pelo professor, mais complexa que as propostas dos estudantes, não foi desanimadora. Eles estavam atentos durante esse momento, curiosos para ver como um problema que eles tinham analisado até então poderia ser explorado com um rigor matemático maior. Esse efeito foi bastante positivo como fechamento da atividade.

Conclusões

A partir da análise da imagem do jogo, uma discussão frutífera surge em relação à física, à matemática e a regras do esporte. Caberá ao professor explorar essa mesma situação ou propor situações semelhantes envolvendo sombras e astronomia, podendo usar tecnologias no ensino e também o laboratório didático. O nível de ensino a que se aplica essa proposta também pode variar, a depender da profundidade da análise que o professor desejar executar. Neste trabalho, optou-se pela aplicação em nível médio, mas a aplicação em nível superior, em cursos de física ou engenharia, por exemplo, poderia fazer com que o professor-mediador explorasse os recursos mais elaborados de geometria e cálculo, geralmente já trabalhados em disciplinas anteriores àquela onde aparecem os conceitos de óptica, para resolver a questão do gol.

A situação proposta mostrou-se polivalente em relação aos conteúdos e pode instigar o pensamento lógico e científico em sala de aula, servindo como uma boa ferramenta para a proposição de situações-problema, afinal muitos estudantes e professores brasileiros possuem grande identificação com o futebol, uma das marcas registradas deste país.

Comentários finais

Sugere-se também, para tentar elucidar a questão sobre a ocorrência do gol, a utilização de *softwares* de análise de dados a partir de figuras, com réguas virtuais e outras ferramentas. Isso não foi feito neste trabalho pelo fato de não ser o foco principal da análise. A intenção proposta era partir de conteúdos de física e matemática para tratar a questão, e não levar a situação apenas para uma visão computacional.

A partir das dicussões presentes neste trabalho, o professor também poderá adaptar ou propor atividades experimentais envolvendo cálculos de posição astronômica solar e exploração das características geométricas de sombras de diferentes objetos sobre o solo. No entanto, é preciso atentar para o fato de que muitas fontes de luz que são usadas em laboratório para experimentos didáticos possuem feixes luminosos cônicos divergentes, diferentemente do explorado aqui: feixe de luz de fonte no "infinito" com raios paralelos entre si.

Outras maneiras de analisar a questão poderiam ser exploradas, como, por exemplo, uma comparação entre o tamanho da sombra projetada pelo travessão da meta (que tem altura conhecida) e a sombra da bola. Mas, novamente, a variável "altura da bola" precisará ser estimada.

Agradecimentos

Agradeço aos físicos e/ou colegas pessoais que participaram de debates diários sobre a cena do jogo em questão: Maurício Girardi Schappo, Vinícius Jacques, Humberto Luz Oliveira, Vinícius de Gouvêia, Sabine Schweder e Flávia de Oliveira Barbosa. Agradeço também ao estudante Pablo por ter enviado a fotografia do jogo e instigado o pensamento físico e matemático acerca da ocorrência ou não do gol.

Nota

[1]UTC = Tempo Universal Coordenado, horário de *Greenwich*.

Referências

[1] L. Clement, E.A. Terrazzan e T.B. Nascimento, in: *IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação e Ciências (ENPEC)*, Bauru, 2003 (apresentação oral).
[2] L.O.Q. Peduzzi, Caderno Catarinense de Ensino de Física **14**, 229 (1997).
[3] Estadão Conteúdo, disponível em http://esportes.estadao.com.br/noticias/futebol,com-gol-irregular-no-fim-santos-vence-red-bull-brasil-no-pacaembu,70001662852, acesso em 20/02/2017.
[4] Rede ESPN, disponível em http://espn.uol.com.br/temporeal/12-02-2017-red-bull-brasil-x-santos, acesso em 20/02/2017.
[5] Polêmica da Tecnologia da Linha do Gol, Programa Esporte Espetacular. Rede Globo de Televisão, 19 de fevereiro de 2017.
[6] Confederação Brasileira de Futebol, *Regras de Futebol 2016/17*, disponível em http://www.cbf.com.br/arbitragem/regras-futebol-e-livros#.WKsN9FIm_XE, acesso em 20/02/2017.
[7] Google Earth, disponível em https://www.google.com/earth/, acesso em 20/02/2017.
[8] Vivid Planet Software, *Mapcoorditanates Service*, disponível em http://www.mapcoordinates.net/en, acesso em 20/02/2017.
[9] Stellarium Software, disponível em http://www.stellarium.org/, acesso em 20/02/2017.
[10] K.S. Oliveira Filho e M.F.O. Saraiva, *Astronomia e Astrofísica* (Livraria da Física, São Paulo, 2004) 2ª ed.
[11] N. Külkamp, *Cálculo I* (Editora da UFSC, Florianópolis, 2001), 2ª ed.
[12] A. Steinbruch e P. Winterle, *Geometria Analítica* (Makron Books, São Paulo, 1987).
[13] M.R. Spiegel e J. Liu, *Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas* (Bookman, Porto Alegre, 2004), 2ª ed.