



Medida da temperatura de lâmpadas incandescentes usando o LDR e a placa Arduino

.....

José Wagner Cavalcanti Silva

Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Pau dos Ferros, RN, Brasil

Karolayne Santos Azevedo

Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Pau dos Ferros, RN, Brasil

Glaydson Francisco Barros de Oliveira

Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Pau dos Ferros, RN, Brasil
E-mail: glaydson.barros@ufersa.edu.br

.....

Introdução

Para Cavalcante e cols. [1], o computador vem sendo utilizado como um agente transformador no processo de ensino aprendizagem de física, especialmente pelo fato de esse ser uma importante ferramenta cognitiva, que a passos curtos vem ocupando os espaços educacionais como instrumento de laboratório, seja pela falta de formação docente, seja pela dificuldade em adquirir interfaces e programas de aquisição. Nesse sentido, é notório que o computador é um componente fundamental de um sistema de aquisição de dados baseado numa placa microcontrolada, que, aglutinado com modelagem computacional, torna a aula um local mais dinâmico de aprendizagem significativa. A utilização da placa microcontrolada (Arduino) nos laboratórios didáticos de física tem sido uma alternativa na construção de instrumentos de medidas com um custo baixo para as atividades práticas laboratoriais. Além dessa vantagem, elencamo-na como uma poderosa ferramenta de motivação para os alunos, uma vez que o código é livre, permitindo programar o microcontrolador que compõe a placa e observar os efeitos decorrentes dessa ação. Portanto, seu uso pode ser intermediado pelo professor como uma porta de acesso ao desenvolvimento de conceitos básicos de física nas suas diversas áreas, pois para que o microcontrolador possa executar os procedimentos escritos em seu código fonte é necessário ter conhecimentos das equações que descrevem o fenômeno físico em estudo.

Para desenvolvermos um instrumento que possa medir a temperatura do fila-

mento de tungstênio que compõe a lâmpada incandescente, precisamos de um dispositivo que tenha a propriedade de variar a resistência elétrica em função do fluxo de radiação incidente. Para esse fim, temos, graças ao desenvolvimento da tecnologia, dispositivos como fotodiodos e fototransistores. Neste trabalho, optamos por utilizar o LDR (Light Dependent Resistor) como detector de radiação. Esse projeto de construir um instrumento de baixo custo com o Arduino para medir a temperatura de lâmpadas incandescentes tem como expectativa que todo esse processo de construção e calibração permita que o estudante possa dar significado a conceitos físicos e matemáticos envolvidos para se atingir o objetivo proposto. É nas dificuldades encontradas no processo de construção e calibração que o estudante percebe a necessidade de uma ferramenta matemática ou de um conceito físico para poder contornar certos obstáculos. Portanto, de modo a proporcionar essa experiência ao aluno é que delineamos a cadeia de raciocínios descrita nas seções deste trabalho para habilitar o Arduino a medir

a temperatura de lâmpadas incandescentes. É preciso salientar que se o objetivo fosse apenas medir a temperatura, bastaria coletar os dados desta e da tensão sobre um sensor que responda a

variação do fluxo luminoso e fazer uma regressão (linear ou não linear) e implementar a função ajustada no código fonte do Arduino. Entretanto, enfatizamos que o objetivo é muito mais didático do que fenomenológico.

Função de Planck para a radiação de corpo negro

Todo corpo que possua uma temperatura diferente de zero Kelvin emite ra-

o computador é um componente fundamental de um sistema de aquisição de dados baseado numa placa microcontrolada, que, aglutinado com modelagem computacional, torna a aula um local mais dinâmico de aprendizagem significativa

Neste trabalho desenvolvemos uma forma de calibrar um instrumento capaz de medir a temperatura de lâmpadas incandescentes com base na radiação emitida por elas usando como detector o LDR (Light Dependent Resistance). No processo de calibração usamos a função de Planck, a emissividade do tungstênio e função que descreve o comportamento do LDR com o comprimento de onda da luz que incide sobre ele. Além da construção e da calibração do instrumento, buscamos usar a programação do Arduino como agente motivador para o entendimento de conceitos físicos e matemáticos envolvidos no processo.

dição térmica. Do ponto de vista mais geral, os detalhes do espectro eletromagnético da radiação térmica emitida por um corpo depende de alguma forma da composição deste, como é salientado por Eiseberg e Resnick [2]. Por outro lado, existe um corpo que emite espectros térmicos de caráter universal. A esse corpo damos o nome de corpo negro. A distribuição espectral de potência emitida por unidade de área e de ângulo sólido para um corpo negro é descrita pela função de Planck conforme De Witt e Nutter [3]:

$$F(\lambda, T) = \frac{c^2}{\lambda^5} \frac{2h}{(e^{hc/\lambda kT} - 1)}, \quad (1)$$

em que $c \approx 2,998 \times 10^8$ m/s, $h \approx 6,626 \times 10^{-34}$ m²kg/s, $k \approx 1,381 \times 10^{-23}$ m²kg/s²K, λ e T são, respectivamente, a velocidade da luz, a constante de Planck, a constante de Boltzman, o comprimento de onda e a temperatura do corpo negro. O espectro da intensidade da energia irradiada pelo corpo depende do comprimento de onda e da temperatura que a emite (Fig. 1). Perceba que para cada temperatura temos um valor máximo para a irradiância e que esse valor se desloca para a esquerda na direção de comprimentos de onda menores. Esse deslocamento é conhecido como deslocamento de Wien.

Light dependent resistor (LDR)

O LDR ou fotorresistência é um dispositivo semiconductor cuja resistência elétrica é função do fluxo luminoso incidente sobre sua superfície. O material semiconductor mais utilizado nesse dispositivo é o sulfeto de cádmio e o seleneto de cádmio. Com o aumento do fluxo luminoso incidente sobre sua superfície, sua resistência diminui e quando esse fluxo é pequeno, sua resistência aumenta. Atualmente, podemos encontrar no mercado LDRs cujos valores nominais da resistência variam da ordem de 100 Ω a 1 MΩ. O LDR usado neste trabalho possui limites de 400 Ω a 1 MΩ, de acordo com as especificações do seu fabricante. A equação que descreve como a resistência elétrica do LDR varia com o fluxo luminoso incidente é:

$$R = A I^B \quad (2)$$

onde I é a irradiância sobre o LDR e A e B são os parâmetros que estimaremos a partir de uma regressão não linear. Por outro lado, a irradiância sobre o LDR está definida dentro de um ângulo sólido $\omega = \pi r^2/d$, em que r é o raio do detector e d sua distância da fonte de luz. Dessa forma, a Eq. (2) pode ser reescrita:

$$R = A \omega^B I^B \quad (3)$$

É imprescindível destacar que a sensi-

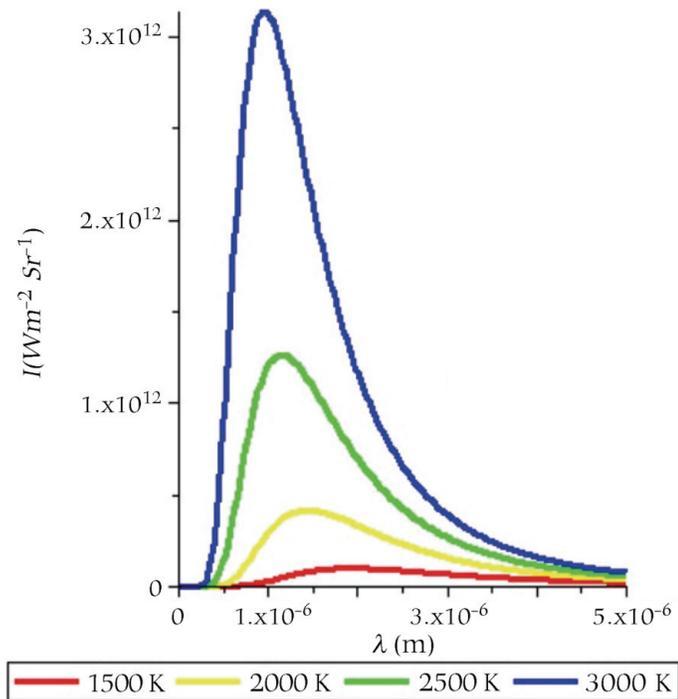


Figura 1: Distribuição espectral da radiação para um corpo negro em diferentes temperaturas.

bilidade do LDR não é igual para todos os comprimentos de onda do espectro da radiação que incide sobre ele. Esse dispositivo foi projetado para ter maior sensibilidade na região do visível, mas mesmo nessa região sua sensibilidade tem uma dependência muito forte do comprimento de onda. O filamento de tungstênio irradiará em todos os comprimentos de onda, seguindo, aproximadamente, a função de distribuição de Planck. A informação sobre a resposta do LDR aos diferentes comprimentos de onda do espectro visível pode

ser obtida no datasheet fornecido pelo fabricante, indicado na seção de endereços. A Fig. 2 ilustra o comportamento da resposta espectral do LDR.

A Fig. 3 mostra o esquema do circuito elétrico auxiliar à montagem experimental para a leitura. Perceba que a sensibilidade do LDR é maior na região dos comprimentos de onda compreendidos entre 540 nm e 560 nm. Por isso, para a estimativa da curva de calibração do instrumento proposto, deve-se levar em consideração a resposta espectral.

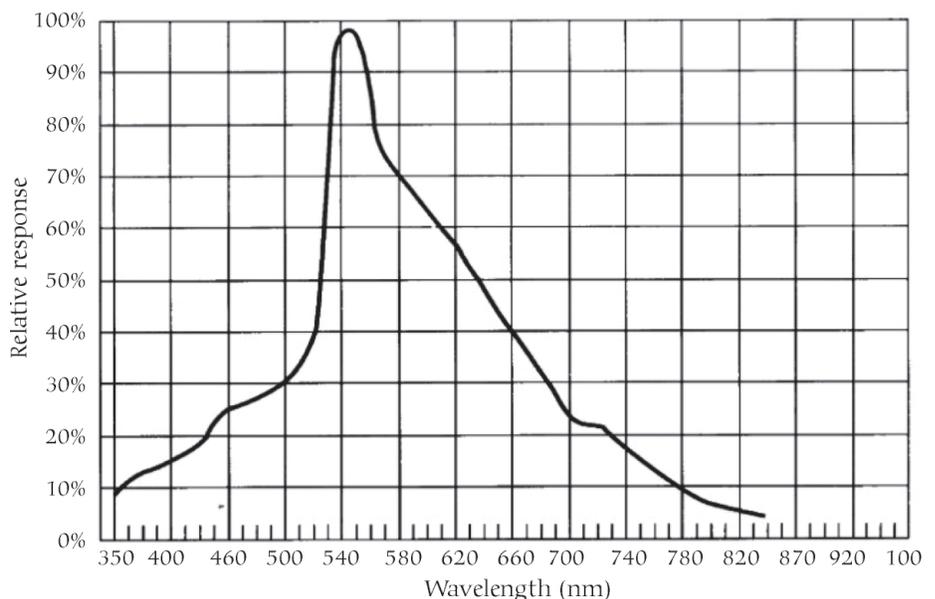


Figura 2: Curva da resposta espectral do LDR.

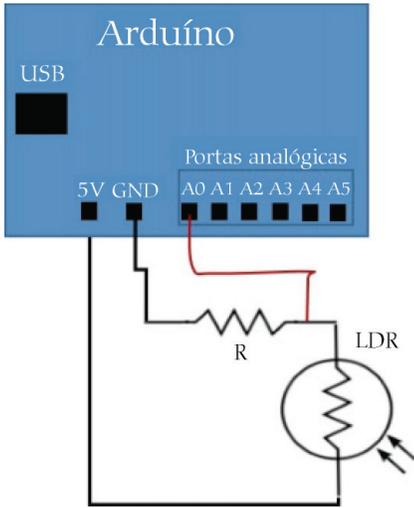


Figura 3: Esquema do circuito de detecção.

O circuito elétrico usado para a leitura da radiação proveniente da lâmpada incandescente é alimentado pela própria placa do Arduino e é composto por um LDR e um resistor de 400 k Ω , cujo valor foi escolhido de modo a compensar o aumento da resistência do LDR, produzido pelo fato de as medidas terem sido realizadas em ambiente sem luminosidade. Como esses componentes estão conectados em série, a diferença de potencial será dividida entre eles. Portanto, a resistência R deve estar na mesma ordem de grandeza da resistência do LDR.

O Arduino, por meio da porta analógica, realiza a leitura da tensão sobre o resistor R em série com o LDR. A partir da lei das tensões de Kirchhoff obtemos a resistência do LDR em função da tensão sobre a resistência R :

$$R_{LDR} = \frac{(5 - V_R) R}{V_R} \quad (4)$$

Ao centralizarmos o LDR com a fonte de luz, teremos o valor da sua resistência por meio da Eq. (4), que será escrita no código-fonte do Arduino. Após estimarmos os parâmetros da Eq. (2), que apresentaremos mais adiante, substituímos o valor da resistência nessa equação e obtemos o valor da irradiância sobre o LDR. É importante lembrar que todo processo de medição é afetado por incertezas. Assim, é preciso estimar as incertezas nas medidas de R_{LDR} que são realizadas indiretamente pelo Arduino. Porém, como não foi possível obter informações sobre as incertezas nas medidas de tensão do Arduino, contornamos o problema tomando as medidas da tensão sobre a resistência R fornecidas pelo Arduino e calculamos o desvio-padrão do valor médio dessas medidas σ_{V_R} . Considerando que o valor da resistência R

é isenta de incertezas, podemos escrever a incerteza na medida de R_{LDR} aplicando a regra de propagação de incertezas [4 -5]:

$$\sigma_{R_{LDR}} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_{LDR}}{\partial R} \sigma_R\right)^2 + \left(\frac{\partial R_{LDR}}{\partial V_R} \sigma_{V_R}\right)^2} \quad (5)$$

$$\sigma_{R_{LDR}} = \frac{1}{AV_R} \sqrt{(5 - V_R)^2 \sigma_R^2 + \left(\frac{25R^2}{V_R^2}\right) \sigma_{V_R}^2} \quad (6)$$

Como o valor de R_{LDR} será usado para o cálculo de outras grandezas, o uso da Eq. (6) será necessária mais adiante.

Medida indireta da temperatura do filamento de tungstênio

O primeiro passo para a construção do nosso instrumento de medida de temperatura por meio da radiação é medirmos a temperatura do filamento de tungstênio pelo denominado “método indireto”, descrito com detalhes no trabalho de Desai e cols. [6]. Esse método consiste em medir a temperatura do filamento através da resistência elétrica que este apresenta quando submetido a uma diferença de potencial (DDP). Como é de conhecimento, a resistência do filamento possui uma forte dependência com a variação da temperatura. A equação empírica obtida por Forsythe e Worthing [7] é a que tomamos como base para estimar a temperatura do filamento a partir das medidas de resistência elétrica.

$$T = T_0 \frac{R}{R_0}^\xi \quad (7)$$

em que ξ é igual a (1/1,20) e T , R , são respectivamente a temperatura e a resistência elétrica do filamento quando submetido a uma dada DDP e T_0 , R_0 são a temperatura ambiente e a resistência elétrica nessa temperatura. Deve-se ter muito cuidado na medida de R_0 , pois pode-se tentar, erroneamente, medi-la com um multímetro. Tal procedimento não é aconselhável porque a bateria interna do multímetro fornecerá uma corrente elétrica ao filamento e possivelmente haverá um pequeno aquecimento do filamento, causando uma mudança na sua resistência, conforme Cavalcante [8]. Para estimar a resistência na temperatura ambiente, montamos um circuito elétrico em série, constituído por um resistor de 10 k Ω e uma lâmpada com filamento de tungstênio. Variamos a tensão de modo a fornecer uma pequena corrente ao circuito, que fluirá pelos componentes com mesmo valor nominal, então medimos a DDP sobre a lâmpada. A partir de uma regres-

são linear com os dados coletados de resistência e corrente, tomamos o limite em que a corrente seja nula, de modo que o coeficiente linear da reta de ajuste seja o valor da resistência na temperatura ambiente R_0 . Com os valores de T_0 e R_0 , podemos estimar a temperatura do filamento. Para obter o valor de R , submetemos a lâmpada a diferentes valores de tensão e medimos a corrente que flui por ela. A partir da definição de resistência

$$R = \frac{V}{i}, \quad (8)$$

consequimos estimar indiretamente a resistência R e substituímos seu valor na Eq. (7). A incerteza da medida indireta da resistência é dada por:

$$\sigma_R = \frac{1}{i} \left(\sigma_V^2 + V^2 \sigma_i^2 \right)^{1/2} \quad (9)$$

Dessa forma, temos que a incerteza na medida da temperatura com base na Eq. (7) é dada por:

$$\sigma_T = \left(\frac{R}{R_0} \right)^\xi \sqrt{\sigma_{T_0}^2 + \xi^2 T_0^2 \left(\frac{\sigma_{R_0}^2}{R_0^2} + \frac{\sigma_R^2}{R^2} \right)} \quad (10)$$

em que σ_{T_0} , σ_{R_0} , σ_R são, respectivamente, as incertezas nas medidas da temperatura ambiente, da resistência do filamento nessa temperatura e da resistência do filamento para determinados valores de tensão e corrente.

Resultados e discussões

Calibração do instrumento

Todo instrumento para desempenhar de modo efetivo seu papel, sendo matematicamente verificável e fisicamente possível, precisa ser calibrado. Para calibrar o nosso instrumento vamos usar a Eq. (11) para calcular a irradiância sobre o detector:

$$I = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) f(\lambda) \varepsilon(\lambda) d\lambda, \quad (11)$$

em que $F(\lambda)$, $f(\lambda)$ e $\varepsilon(\lambda)$ são, respectivamente, a função de Planck, a função que descreve a resposta do detector ao comprimento de onda e a emissividade do tungstênio.

A função $\varepsilon(\lambda)$ é necessária porque o filamento de tungstênio não é um corpo negro perfeito. Desse modo, temos que a emissividade em função do comprimento de onda é:

$$\varepsilon(\lambda) = 0,571 - 2,32 \cdot 10^5 \lambda + 3,28 \cdot 10^{10} \lambda^2 \quad (12)$$

A função $f(\lambda)$ descreve como o nosso

detector (LDR) responde aos comprimentos de onda que compõem a radiação que incide sobre ele. Consultamos a ficha de dados do LDR, mas não obtivemos informação sobre a mesma, apenas um gráfico que descreve a sua resposta em função do comprimento de onda mostrado na Fig. 2. Tomamos os valores expostos na Fig. 2 e fazemos uma interpolação por *spline* usando o programa Maple 14 e obtemos o ajuste representado na Fig. 4.

Para cada par de pontos no gráfico acima, o método de interpolação *spline* nos fornecerá um polinômio que se ajuste a eles. Selecionando o intervalo de comprimento de onda em que o LDR opera é possível programar o software para calcular a integral dentro desse intervalo.

A partir da Eq. (7) coletamos os dados da temperatura do filamento. A Tabela 1 mostra a magnitude das incertezas na medida indireta da temperatura.

É importante destacar que não coletamos uma quantidade considerável de dados devido ao efeito de reflexão que as paredes do laboratório proporcionavam. Assim, a lâmpada não foi acionada a potências mais altas, com intensidades luminosas mais altas, para evitar efeitos de espalhamento da luz no laboratório, que acabariam por dar uma contribuição como luz incidente sobre o LDR.

A Fig. 5 mostra o processo de calibração do instrumento. Variamos a tensão da lâmpada até um valor em que seu brilho não fosse muito intenso devido a evitar a reflexão pelas paredes do laboratório.

Substituindo os valores de temperatura da Tabela 1 na função de Planck,

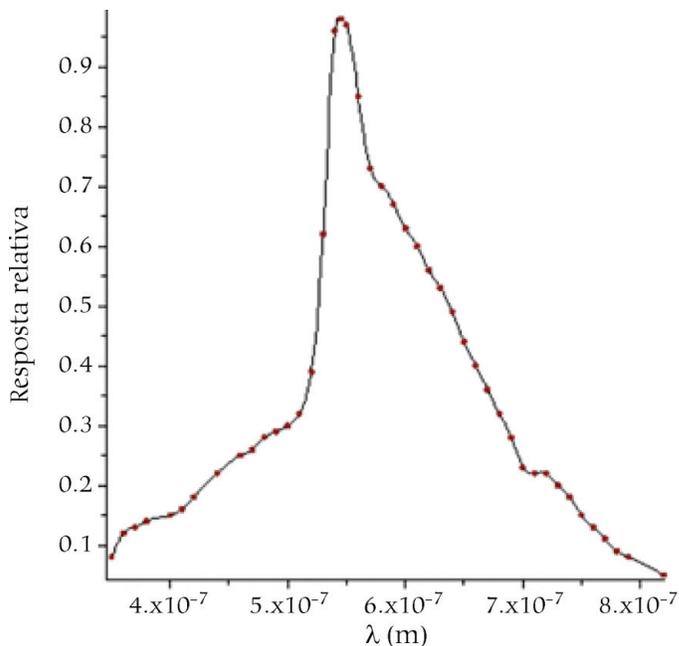


Figura 4: Ajuste por interpolação *spline*.



Figura 5: Fotografia mostrando o instrumento sendo calibrado.

podemos realizar a integração da Eq. (11) que nos fornecerá a irradiância do filamento. Com o LDR desconectado do circuito, medimos sua resistência com um multímetro para determinada irradiância. A partir dos dados de irradiância e resistência podemos estimar os coeficientes da

Tabela 1: Medidas das temperaturas do filamento e suas incertezas.

T_p (10^3 K)	σ_T (10^3 K)
1,20577	0,059
1,27828	0,058
1,34318	0,057
1,39448	0,057
1,44749	0,05
1,54298	0,056

Eq. (2). A função ajustada é dada pela Eq. (13) e o gráfico do ajuste pela Fig. 6.

$$R = 1469,43 \cdot I^{-0,609} \quad (13)$$

Com base nesses valores de irradiância e temperatura, podemos obter a função que descreve como a temperatura varia com a irradiância. O gráfico apresentado na Fig. 7 mostra a curva de dispersão da temperatura em função da irradiância.

Usando o método de regressão não linear e estimando os coeficientes para o seguinte tipo de função:

$$T(I) = \alpha \cdot I^\beta \quad (14)$$

$$T(I) = 1233,21 \cdot I^{0,065} \quad (15)$$

Com base nas Eqs. (4), (2) e (14) temos,

$$T = \frac{\alpha}{\omega^\beta} \left[\frac{(5 - V_R) R}{AV_R} \right]^{\beta B^{-1}} \quad (16)$$

que é a expressão que será escrita no código-fonte do Arduino para medirmos a temperatura. A partir da Eq. (16) e usando a regra de propagação de incerteza, temos que a incerteza associada à medida da temperatura pelo o Arduino é:

$$\sigma_T = \left\{ \frac{1}{B^2} \left[\frac{25\sigma_{V_R}}{(5 - V_R)^2 V_R^2} + \frac{\sigma_R^2}{R^2} \right] + \frac{\sigma_\omega^2}{\omega^2} \right\}^{1/2} \times \frac{\alpha\beta}{\omega^\beta} \left[\frac{(5 - V_R) R}{V_R} \right]^{\beta B^{-1}} \quad (17)$$

Como discutido na seção anterior, a porta analógica do Arduino faz a leitura da tensão sobre o resistor em série com o LDR e determinará a resistência deste pela Eq. (4). Com os valores numéricos dos

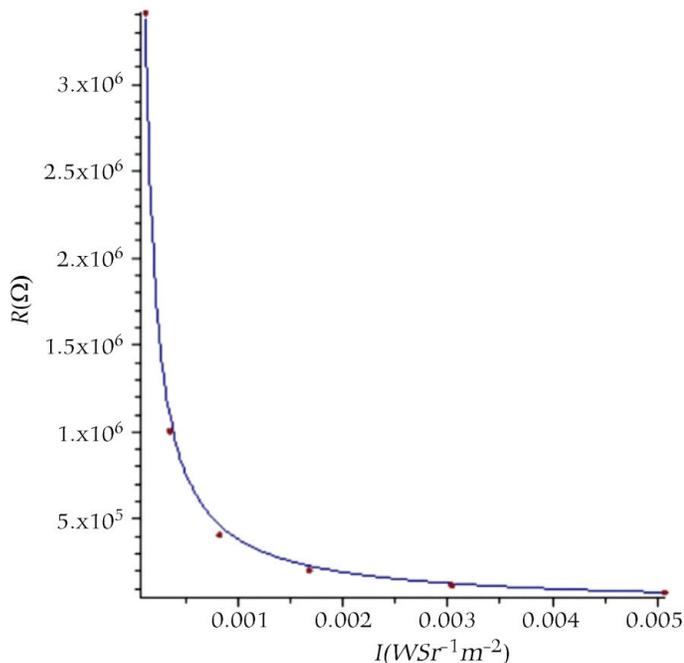


Figura 6: Ajuste não linear para a resistência elétrica do LDR em função da irradiância.

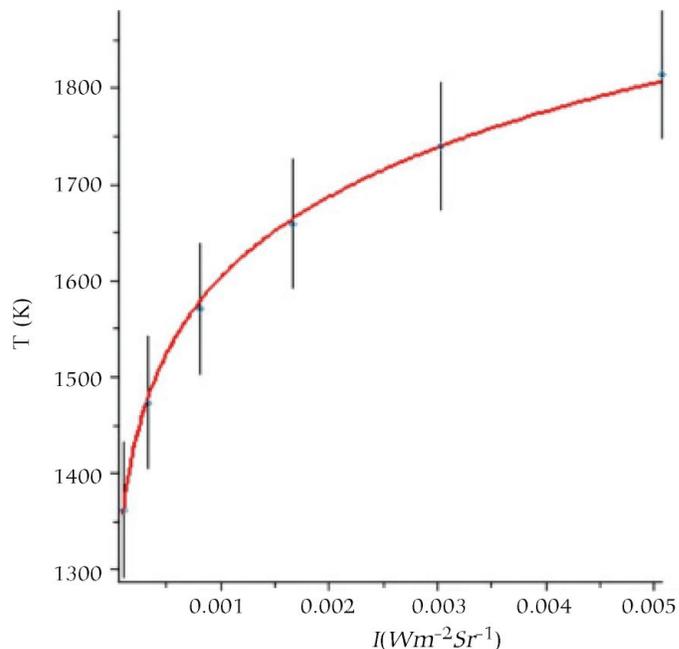


Figura 8: Ajuste não linear para a temperatura em função da irradiância.

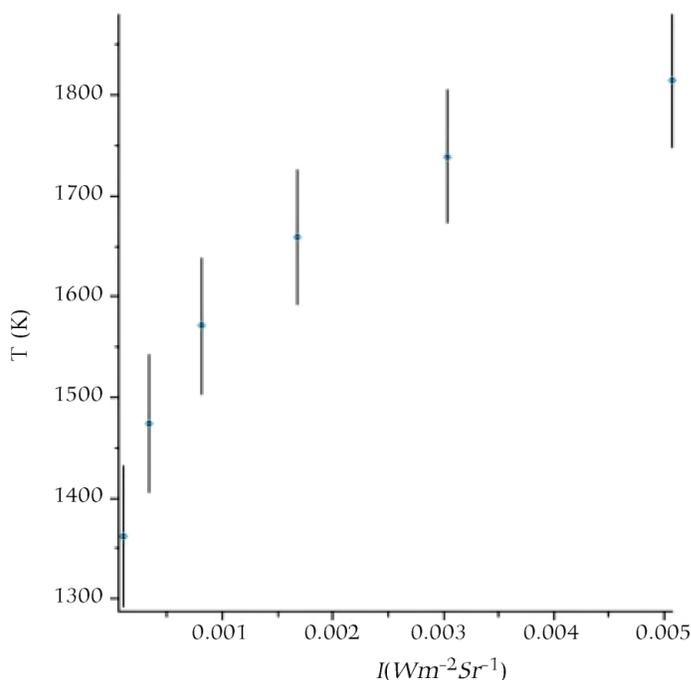


Figura 7: Gráfico de dispersão para os dados de temperatura e irradiância.

coeficientes das funções ajustadas, podemos implementar as Eqs. (16) e (17) no código-fonte do Arduino. Para aferir nosso instrumento podemos realizar dois procedimentos: medir a temperatura da lâmpada calibrada, submetendo-a a valores que não foram coletados para a calibração, e medir a temperatura de uma outra lâmpada incandescente. Os valores da temperatura da lâmpada calibradora e de outra lâmpada calculados por meio da

Eq. (7) e os resultados das medições estão expostos nas Tabelas 2-5.

Perceba que os valores medidos pelo instrumento, em conjunto com sua incerteza, estão dentro do intervalo definido pela incerteza dos valores previstos. Considerando que a Eq. (7) é a que nos forneceu a base para a calibração do instrumento, frente aos valores previstos pela mesma, podemos dizer que o instrumento possui uma boa exatidão.

Tabela 2: Temperaturas previstas e suas respectivas incertezas para a lâmpada calibradora.

T_p (10^3 K)	σ_T (10^3 K)
1,25394	0,041
1,31522	0,040
1,36574	0,040
1,41509	0,040
1,53031	0,039
1,60250	0,039

Tabela 3: Temperaturas medidas e suas respectivas incertezas para a lâmpada calibradora.

T_M (10^3 K)	σ_T (10^3 K)
1,26313	0,052
1,34337	0,052
1,44660	0,054
1,50622	0,054
1,55182	0,053
1,61790	0,053

Tabela 4: Temperaturas previstas e suas respectivas incertezas para a lâmpada não calibradora.

T_p (10^3 K)	σ_T (10^3 K)
1,25178	0,0068
1,34104	0,0073
1,45155	0,0081
1,51349	0,0088
1,55485	0,0093
1,61609	0,011

Tabela 5: Temperaturas medidas e suas respectivas incertezas para a lâmpada não calibradora.

T_M (10^3 K)	σ_T (10^3 K)
1,23146	0,0065
1,30876	0,0073
1,36546	0,0078
1,42387	0,0084
1,53586	0,010
1,60101	0,012

Considerações finais

Como enfatizamos no início deste trabalho, poderíamos ter calibrado o instrumento apenas tomando os valores de temperatura e a leitura de tensão do Arduino.

Porém, o objetivo didático da construção do instrumento, tomando como agente motivador a automação usando a placa de desenvolvimento Arduino, foi proporcionar uma discussão mais aprofundada da função de Planck, que explica a radiação emitida por corpos em estado de incandescência, assim como dos processos estatísticos na estimativa das incertezas instrumentais. Nas vivências experimentais nos laboratórios didáticos de física é muito comum o aluno trabalhar com instrumentos analógicos e digitais cujas incertezas já são conhecidas e as propagar de suas medidas para a grandeza física de interesse. Entretanto, a importância do significado dessas incertezas quase sempre fica de lado e elas apenas são calculadas

porque isso faz parte da atividade proposta pelo professor. No processo de calibração de um instrumento, a necessidade da estimativa da incerteza das medidas feita por este fica mais clara e, desse modo, o cuidado de não superestimar ou subestimar faz com que o aluno procure executar os processos estatísticos de forma mais consciente. Esperamos, então, que a iniciativa aqui proposta seja uma opção viável para a ausência ou deficiência de laboratórios de física nas escolas de Educação Básica, possibilitando o que é preconizado pelos PCNs, haja vista que é indispensável que a experimentação esteja sempre presente ao longo de todo o processo de desenvolvimento das competências em física [9].

Referências

- [1] M.A. Cavalcante, C.R.C. Tavoraro e E. Molisani, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **33**, 4503 (2011).
- [2] R. Eiseberg e R. Resnick, *Física Quântica* (Editora Campus, Rio de Janeiro, 1994).
- [3] D.P. Witt and G.D. Nutter, *Theory and Practice of Radiation Thermometry* (Editora Jhon Wiley Sons, New York, 1998).
- [4] J.H. Vuolo, *Fundamentos da Teoria de Erros* (Editora Edgard Blücher LTDA, São Paulo, 1995).
- [5] J.R. Taylor, *Introdução à Análise de Erros - O Estudo de Incertezas em Medições Físicas* (Editora Bookman, Porto Alegre, 2012).
- [6] P.D. Desai, *et al.*, *Phys. Chem. Ref. Data* **13**, 1069 (1984).
- [7] W.E. Forsythe and A.G. Worthing, *Astrophys. J.* **61**, 146 (1925).
- [8] M.A. Cavalcante e R. Haag, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **27**, 324 (2005).
- [9] BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+): ensino médio. Brasília: Ministério da Educação, 2013.

Endereços de Internet

<http://www.sunrom.com/p/ldr-5mmlight-dependent-resistor>.