Discutindo a curvatura da Terra em sala de aula

Marcelo Girardi Schappo*
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, São José, SC, Brasil

RESUMO

Ao mesmo tempo em que se comemoram 50 anos do primeiro pouso tripulado na Lua, há quem defenda que a forma do planeta Terra é plana. Este artigo explora como o tema pode ser tratado em sala de aula, com uso de geometria básica do ensino médio, visando gerar reflexão entre os alunos e deixá-los mais preparados contra esse tipo de pseudociência. Será apresentada uma estrutura matemática simples e discutido como ela é eficiente para decidir acerca do modelo esférico da Terra no que se refere ao afastamento de navios em direção ao horizonte.

Palavras-chave: pseudociências; Terra plana; curvatura da Terra; ensino de física

1. Introdução

Em julho de 2019, ocorreu uma comemoração importante para a humanidade: o aniversário de 50 anos da primeira missão tripulada capaz de fazer um pouso suave e controlado na superfície da Lua. Paradoxalmente, ao mesmo tempo, professores de física encontram-se em uma situação peculiar em sala de aula: alunos que vêm com ideias cientificamente esdrúxulas sobre a alegada *planicidade* do nosso planeta. E pior: de acordo com o documentário *Behind the Curve* (traduzido como *A Terra é Plana*) [1], lançado em 2018, as proporções desse fenômeno estão crescendo e os adeptos desse tipo de ideia vêm aumentando significativamente.

Uma crítica interessante que aparece no documentário, apontada pelos cientistas que participaram das entrevistas e sobre a qual vale uma reflexão por parte dos professores é que talvez as pessoas estejam aceitando mais facilmente as ideias de Terra plana porque a existência de curvatura na Terra se tornou um fato tão "óbvio" para a sociedade atual que ninguém mais se dá ao luxo de discutir as razões que levaram a humanidade a acreditar, baseada em diversas evidências e medidas, que a Terra é redonda. Esse apontamento parece também ser compartilhado por quem não é físico, como é o caso do jornalista Carlos Orsi, ao escrever para a Gazeta do Povo [2]. É preciso, portanto, discutir esse assunto. Antes que se pense que o "terraplanismo" é problema apenas de cidadão norte-americano, vale conferir duas matérias: uma publicada pela BBC, em 2017, mostrando o que pensam os brasileiros que acreditam nessas mesmas ideias [3], e outra trazendo resultados de uma pesquisa de 2019 indicando que 7% dos brasileiros acreditam que a Terra é plana, enquanto 4% não sabem qual é o formato do planeta [4].

Aceitando a crítica do documentário, será que nós, professores de física, podemos executar ações com o intuito de mitigar esse efeito? A resposta é um sonoro *sim*. Vide, por exemplo, material disponibilizado pelo Centro de Referência para o Ensino de Física (CREF, vinculado ao Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul) em seu sítio eletrônico intitulado "Pergunte ao CREF" [5, 6]. Em um deles, uma descrição histórica sobre como Eratóstenes conseguiu chegar a valores muito bons para a circunferência da Terra por volta do ano 200 a.C. No outro, uma discussão sobre como as imagens espaciais produzidas pela Agência Espacial Norte-Americana (NASA) apenas *corroboram* o que já se sabia antes mesmo da fundação da agência.

> **Enquanto em julho de 2019 comemorava-se os 50 anos do pouso na Lua, professores recebiam dos alunos perguntas sobra a *planicidade* do planeta Terra**

A própria revista *A Física na Escola*, em 2015, publicou um artigo do professor Fernando Lang que tratou de explicar vários aspectos históricos, desde a Antiguidade, sobre a construção do conhecimento que nos levou a concluir que a Terra, definitivamente, não é plana [7]. Vale citar, ainda, esforços presentes em vídeos na internet [8, 9] e matérias em revistas [10, 11] abordando o tema e que podem ser facilmente acessados por professores e alunos para discussão em sala de aula.

Nesse ínterim, este artigo se propõe a trazer o assunto à tona nas salas de aula de física e matemática da

*Autor de correspondência. E-mail: marceloschappo@hotmail.com.

educação básica. Sem rejeitar os demais materiais publicados, o objetivo principal que aqui se apresenta é mostrar que, com relações geométricas simples da matemática da educação básica, é possível calcular o "desnível" entre pontos localizados na superfície de uma esfera. Depois, com o auxílio de imagens de navios no horizonte, pode-se checar se os resultados obtidos são mais coerentes com uma ideia de Terra plana ou esférica. Assim, fazemos deste processo mais uma ferramenta à disposição de professores interessados no tema.

Caso as ideias de Terra plana ainda não tenham invadido sua sala de aula, ainda assim é válido mostrar experimentos e ideias como a que aqui está descrita; afinal, elas podem agir como um *remédio preventivo*, deixando os estudantes menos aptos a se influenciarem por ideias absurdas como essa em pleno século XXI.

2. Efeito de curvatura da Terra

As ideias matemáticas da curvatura do planeta permitem levar a um efeito curioso e interessante: quando se marcam dois pontos quaisquer (A e B) sobre a superfície de uma esfera, haverá entre eles um "desalinhamento" vertical (y), sendo esse valor dependente do raio da esfera (R) e da distância que separa os pontos pela superfície da mesma (S). O esquema está representado na Fig. 1.

Existem, na rede, diversas calculadoras on-line que fornecem o valor de y rapidamente após o usuário informar o valor de S. Estão disponíveis desde calculadoras mais simples [12, 13] até modelos mais elaborados que podem considerar até mesmo o efeito da interação da luz com a atmosfera [14]. Apesar

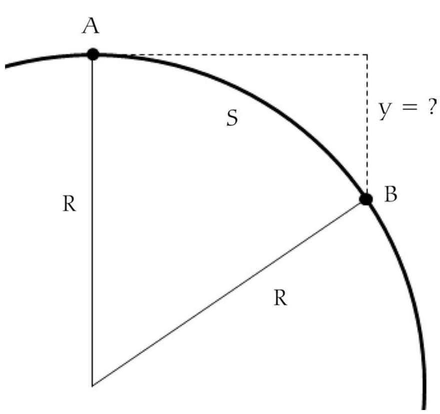

Figura 1 - Desalinhamento vertical entre pontos na superfície de uma esfera.

dessas úteis ferramentas à disposição, é muito interessante mostrar aos alunos que eles podem utilizar geometria simples discutida no ensino médio para chegar a uma equação para y em função de R e S. É com base nessa proposta que discorreremos a seguir.

A Fig. 2 mostra definições matemáticas úteis a partir da Fig. 1. Nela, definimos θ e L, sendo θ o ângulo de abertura do arco de comprimento S e L o cateto adjacente ao ângulo θ no triângulo retângulo formado.

A relação entre R, y e L é imediata:

$$y = R - \mathrm{L}. \tag{1}$$

A partir da trigonometria do triângulo retângulo, tem-se que:

$$L = R.\cos\theta. \tag{2}$$

Substituindo-se a Eq. (2) na Eq. (1), chega-se a:

$$y = R - \mathrm{R}.\cos\theta = \mathrm{R}.(1 - \cos\theta). \tag{3}$$

Por fim, para determinar o ângulo θ, pode-se recorrer à relação entre raio, comprimento de arco e ângulo de abertura:

$$S = R.\theta. \qquad \theta = \frac{S}{R}. \tag{4}$$

Finalmente, substituindo-se θ na Eq. (3) pela expressão obtida na Eq. (4), chega-se à relação desejada entre y, S e R:

$$y = R.[1 - \cos(\mathrm{S}/\mathrm{R})]. \tag{5}$$

Considerando o raio da Terra como 6.400 km, alguns resultados foram computados para o desnível y de dois pontos separados por algumas distâncias S indicadas na Tabela 1.

Vale destacar algumas observações quando desse resultado em sala de aula:

1. O valor de S deve ser considerado sobre um arco de *círculo máximo*, pois o raio considerado para ele é o mesmo raio do planeta. Veja que, eventualmente, podemos ter dois pontos sobre um arco de *paralelo geográfico* (mesma latitude), mas, nesse caso, o arco entre os dois pontos não tem o mesmo raio do planeta. A partir da geometria esférica, a menor distância entre dois pontos em sua superfície será um arco de circunferência máxima, ou seja, através da borda de um círculo máximo que passe por eles [15]. Sempre será possível desenhar um arco de círculo máximo entre os dois pontos considerados, pois é sempre possível definir um plano a partir de 3 pontos não colineares (A, B e o centro da esfera). A intersecção entre o plano formado e a superfície esférica é uma circunferência de raio igual ao raio do planeta.
2. Para o cálculo de valores de y com auxílio de calculadoras científicas com os alunos, é interessante chamar a atenção para configurar a unidade do ângulo θ em *radianos* e não em *graus*, especialmente se os alunos não estão familiarizados com essas calculadoras. Existem também calculadoras científicas disponíveis na internet [16].
3. Pode parecer óbvio aos professores, mas não a todos os alunos, o fato de que a relação entre y e S não é linear. Portanto, não é possível calcular uma *regra de três simples* para obter valores intermediários àqueles apresentados na Tabela 1 (o que pode ser bastante tentador...). Por outro lado, vale o comentário curioso de que uma função quadrática do tipo apresentado abaixo consegue descrever com boa aproximação a relação entre y e S.

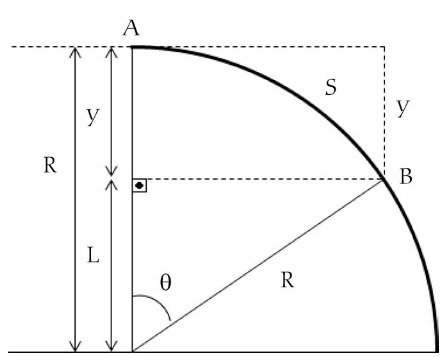

Figura 2 - Definições de parâmetros matemáticos de interesse.

Tabela 1: Valores calculados de y em função de S.

S	10 km	100 km	1000 km
y	7,8 m	780 m	78 km

$$y \cong 0,078.S^2. \tag{6}$$

Pode-se sugerir aos alunos que apliquem as Eqs. (5) e (6) para diferentes valores de S com o intuito de verificar até que distância entre os pontos A e B a concordância entre ambos os modelos é boa.

3. Navios no horizonte e discussão para a sala de aula

Em sala de aula, evitando iniciar o tema aqui proposto com o cálculo excessivo de uma série de "equações sem sentido", pode-se começar a discussão perguntando o que os estudantes esperam observar enquanto um navio se afasta da costa rumo ao horizonte. Em algum momento, após o início do debate de ideias, o professor pode mostrar imagens e vídeos do processo, para levar a novas reflexões e comentários por parte dos alunos. O professor terá a oportunidade, nesse momento, de verificar se as ideias dos alunos são, ou não, condizentes com o fato amplamente conhecido de que a Terra é esférica e, por isso, um navio se afastando no horizonte deve ter sua parte *superior* desaparecendo por último, enquanto o casco deve ser a primeira parte a sumir completamente.

Como problema motivador para a sequência da aula, pode-se questionar sobre "qual deve ser a distância a que um navio deve estar para que seu casco desapareça completamente?" ou "a que distância deve se encontrar para que esteja totalmente abaixo do horizonte visível?". E ainda "será que nossa matemática do ensino médio é capaz de resolver essa questão?".

Uma provocação interessante de se fazer é tentar desafiá-los a imaginar o que deveria acontecer se a Terra fosse, efetivamente, plana... A resposta é que o navio deveria diminuir seu tamanho aparente à medida que vai ao longe, mas não deveria "sumir em pedaços", como se espera no modelo de Terra esférica. À medida que se afastasse, iria diminuindo continuamente até ficar pequeno o suficiente para que não mais fosse resolvido pelos nossos olhos, ou que a própria extinção da luz na atmosfera tornasse sua imagem tão tênue que nem mais poderia ser percebida em contraste com o horizonte.

A Fig. 3, disponível na internet [17], é um exemplo de material que pode gerar discussão sobre o tema em sala de aula. Nela, aparecem três navios com as distâncias em milhas náuticas indicadas. Percebe-se claramente que o navio mais próximo, *Energy Panther*, está inteiramente visível (ou, pelo menos, a parte invisível inferior do casco é insignificante para ser notada na figura), ao passo que o mais distante, *Huangyan Spirit*, só pode ser observado parcialmente: enquanto o casco desapareceu, estão visíveis apenas o passadiço e três torres de guindaste, tudo na parte superior do navio.

Uma figura como essa ainda pode ser um bom *juiz* ao final da aula para decidir se os cálculos executados anteriormente para o desnível y estão corretos. Por exemplo, uma pesquisa sobre o navio *Huangyan Spirit* na rede permite encontrar uma fotografia dele e também dados de comprimento e largura, sendo, respectiva e aproximadamente, 160 m e 25 m. Por questões de direitos autorais da imagem, ela não será reproduzida neste artigo, porém tanto a imagem quanto os dados dimensionais podem ser encontrados em um *site* especializado em frotas marítimas [18]. Como a altura fora da água não é dada nas informações do navio e esse valor também depende da carga transportada, é possível usar a imagem do navio para *estimar* que, considerando a largura do casco de 25 m, é razoável supor que a altura do casco fora da água deva ser também algo da ordem de 20 m.

Agora, de posse da informação de distância de 9,9 milhas náuticas, o que corresponde a cerca de 18 km, podemos utilizar a Eq. (5) e obter um valor de y de 25 m. Esse valor está dentro do que é esperado como *razoável* para altura do casco, por estimativa, o que explica de forma satisfatória o porquê de a Fig. 3 apresentar apenas a parte superior do navio.

Assim sendo, a Eq. (5), obtida de modo relativamente simples com o uso de matemática comumente discutida na educação básica, foi uma ferramenta eficaz para chegar a resultados coerentes com o que se encontra em fotografias disponíveis na rede que exemplificam, de modo completamente independente, o fenômeno de afastamento de um objeto no horizonte quando se considera um modelo de Terra esférica.

4. A distância do horizonte

Na mesma linha de raciocínio geométrico desenvolvido neste artigo,

Figura 3 - Navios a diferentes distâncias do observador, adaptada[1] da Ref. [17].

outra abordagem possível com os alunos é questionar "a que distância de um observador fica o seu horizonte?". Num modelo de Terra esférica, quanto mais alto estiver o observador, mais longe dele estará o horizonte, o que não aconteceria se a Terra fosse plana. De fato, a relação matemática entre a distância do horizonte ao observador (D) e a altura do observador em relação à superfície da esfera (h) pode ser encontrada por aplicação simples do Teorema de Pitágoras [19], que, no caso em que $h \ll R$, será

$$D \cong \sqrt{2.h.R}. \tag{7}$$

Destaca-se, portanto, que se a Terra for esférica, observadores em posições mais elevadas terão o horizonte mais afastado. O professor pode explorar a discussão lembrando que esse fato é usado em diferentes situações práticas, como o posto de observação dos navios antigos estar no topo do mastro e não no convés. Além disso, os *faróis* de sinalização marítima também são construídos no alto de torres com dezenas de metros de altura [7, 20].

Ainda, ao se analisar a Fig. 3, pode-se considerar que o navio *Energy Panther* encontra-se, aproximadamente, no limite do horizonte da câmera que fez a fotografia. Sendo a distância dele de 6,5 nm (aproximadamente 12 km), é possível aplicar a Eq. (7) e estimar que a câmera estava em uma altura em torno de 10 m em relação ao nível do mar quando fotografou os navios. Vídeos disponíveis na rede também auxiliam no debate sobre a variação da distância do horizonte com a altura [21].

5. Considerações finais

Existem ainda outras maneiras de abordar o problema e discutir a curvatura da Terra em sala de aula. Uma delas considera o ponto de vista histórico, a partir da apresentação e do debate do experimento de Eratóstenes, envolvendo varetas, sombras e a luz do Sol [22]. Como, em geral, essa abordagem histórica é a mais conhecida, este artigo mostrou que com fotografias disponíveis na rede e um pouco de matemática do ensino médio também é possível chegar às mesmas conclusões sobre o fato de a Terra ser redonda.

Na abordagem da problemática aqui discutida também podem ser exploradas as ideias de *modelização* no ensino de ciências. Modelos são sempre descrições simplificadas da natureza com o intuito de descrevê-la teoricamente da melhor maneira possível. Assim sendo, pode ser interessante escolher uma série de fatos conhecidos sobre fenômenos da natureza e gerar um debate sobre qual dos dois modelos simplificados de planeta Terra é o mais apropriado para descrevê-los. Por exemplo: ocorrência de dia e noite, solstícios e equinócios, gravidade, eclipses etc.

A lição final é que, independentemente da abordagem escolhida, vale a pena levar o assunto para a sala de aula. Querendo-se formar cidadãos críticos e atuantes na sociedade atual, torna-se essencial mostrar que os conhecimentos advindos da física e da matemática da educação básica são suficientes para que eles mesmos verifiquem a curvatura da Terra e tomem uma decisão acertada quando se depararem com conteúdos pseudocientíficos como esses que defendem que nosso planeta não passa de uma grande superfície plana em formato de disco...

Referências

[1] D.J. Clark (direção), *Behind the Curve*. Delta-V Productions, 2018. (95 min.).

[2] C. Orsi, *Dez Argumentos para Refutar Quem Acha que a Terra é Plana*. Gazeta do Povo, abr. 2017. Disponível em: https://bit.ly/2YnDNOA, acesso em 8/4/2019.

[3] M. Alvim, *Quem São e o Que Pensam os Brasileiros Que Acreditam Que a Terra é Plana*. BBC Brasil, São Paulo, set. 2017. Disponível em https://bbc.in/2Kr878w, acesso em 8/4/2019.

[4] Gazeta do Povo, *11 Milhões de Brasileiros Acreditam Que a Terra é Plana, Mostra Pesquisa*. Gazeta do Povo, julho 2019. Disponível em https://bit.ly/2JGzg4B, acesso em 29/7/ 2019.

[5] F.L. Silveira, *Refutando a Terra Plana*. Centro de Referência para o Ensino de Física. Dez. 2015. Disponível em https://bit.ly/32VICCc, acesso em 1/7/2019.

[6] F.L. Silveira, *Como Eratóstenes Mediu 7° entre Assuã e Alexandria Para Achar a Circunferência da Terra?* Centro de Referência para o Ensino de Física. Jan. 2015. Disponível em https://bit.ly/2MxP8JR, acesso em 1/7/2019.

[7] F.L. Silveira, Física na Escola **15**(2), 4, 2017.

[8] *Terra plana – Paraquedista Desbanca Terra Plana*. Maio 2017. Disponível em https://bit.ly/2K37W1S, acesso em 1/7/2019.

[9] Fábrica de Noobs, *Desmistificando: Teoria da Terra Plana*. Junho 2017. Disponível em https://bit.ly/2GACGVM, acesso em 1/7/2019.

[10] G. Eler, Super Interessante, **Out. 2017**, disponível em https://bit.ly/2z8PZux, acesso em 1/7/ 2019.

[11] BBC Brasil, *Como Seria o Mundo se a Terra Fosse Realmente Plana, Segundo a Ciência*. BBC Brasil, São Paulo, fev. 2018. Disponível em https://bbc.in/2EcUEx7, acesso em 1/7/2019.

[12] *Earth Curvature Calculator*. Disponível em http://earthcurvature.com/, acesso em 1/7/2019.

[13] *Earth Curve Calculator*. Disponível em https://bit.ly/2Yv3Jf7, acesso em 1/7/2019.

[14] Walter Bislin's Blog-En, *Curvature App: Simulation of Globe-Earth and Flat-Earth.* Disponível em https://bit.ly/2w9tEJZ, acesso em 1/7/2019.

[15] Wolfram website, *Great Circle*. Disponível em https://bit.ly/2yjR5B4, acesso em 8/4/2019.

[16] Mathsisfun website, *Scientific Calculator*. Disponível em https://bit.ly/2SPZZzM, acesso em 8/4/2019.

[17] Figura disponível em https://bit.ly/2Y9pCRS, acesso em 8/4/2019.

[18] Marine Traffic, Disponível em https://bit.ly/32YknDk, acesso em 8/4/2019.

[19] Giga Matemática website, *Qual a Distância da Linha do Horizonte?* Março 2013. Disponível em https://bit.ly/2K0DQvR, acesso em 1/7/2019.

[20] F.L. Silveira, *Alcance dos faróis no mundo real e na mítica Terra Plana*. Centro de Referência para o Ensino de Física. Nov. 2017. Disponível em https://bit.ly/2ZeQEns, acesso em 29/7/2019.

[21] *Lakeway Center Elevator*. Março 2018. Disponível em https://bit.ly/2OqK6Br, acesso em 1/6/019.

[22] A.J.J. Santos, M.R. Voelzke e M.S.T. Araújo, Caderno Brasileiro de Ensino de Física **29**, 1137 (2012).

Nota

[1]Corrigida a grafia de um dos navios da figura.