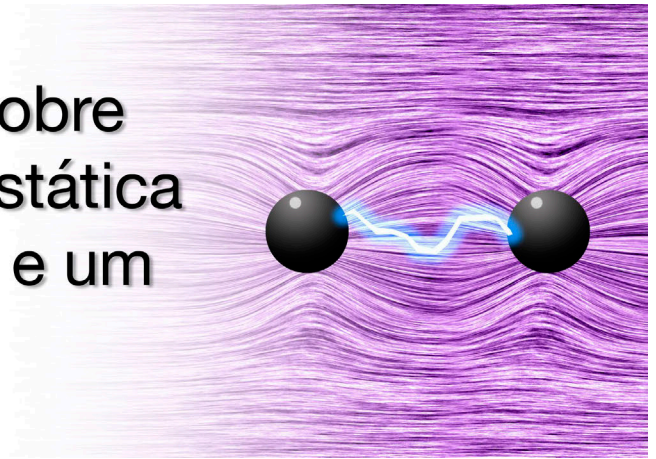


# Proposta experimental sobre a lei de Gauss da eletrostática com esferas condutoras e um eletroscópio eletrônico



.....

**Robson Bezerra da Silva**  
**Thiago Alves de Sá Muniz**  
**Sampaio**<sup>#</sup>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão  
Pernambucano, Campus Salgueiro,  
Salgueiro, PE, Brasil.

## RESUMO

*A descoberta dos fenômenos elétricos sempre esteve intimamente atrelada à experimentação. A maioria das descrições teóricas para explicar tais fenômenos é, por vezes, abstrata para o entendimento de muitos estudantes de física. Baseado nessa discussão, o presente trabalho propõe uma atividade experimental para o ensino da eletrostática, utilizando, para isso, duas esferas de aço idênticas presas a suportes isolantes. São descritos métodos práticos de como eletrizar tais esferas por meio de atrito, contato e indução. Usando um eletroscópio eletrônico de baixo custo, propõe-se um experimento que visa validar o resultado da lei de Gauss para esferas condutoras através da medição das distâncias da esfera eletrizada até a antena do eletroscópio, obtendo, assim, o comportamento quadrático previsto pela equação. Espera-se que tal metodologia seja um acréscimo às ferramentas didáticas que podem ser utilizadas nessa área de ensino.*

**Palavras-chave:** eletrostática; ensino de física; eletroscópio eletrônico; campo elétrico

.....

## 1. Introdução

Baseando-se na história da física, vemos que o pontapé inicial da maioria das descobertas do ramo da eletricidade e do magnetismo começou necessariamente pela observação empírica dos fenômenos. Desde a sua descoberta e seus primeiros estudos, os fenômenos eletrostáticos sempre estiveram intimamente ligados à experimentação. Seus estudos sistemáticos básicos se estendem entre os séculos XVII e XVIII e grande parte do seu desenvolvimento teórico veio justamente da experimentação, da observação direta e de análises e deduções das aparentes causas dos fenômenos [1, 2].

Quando nos referimos ao ensino dessa área da física nos dias atuais, McManus [3] relata que muitos estudantes de física têm dificuldades em internalizar conceitos importantes de eletrostática, e um dos motivos disso é a pouca ou nenhuma realização de atividades de cunho prático, que ajudaria esses estudantes a entender as ideias centrais e de como elas se desenvolveram ao longo da história.

De fato, há uma grande escassez de novas metodologias e experimentos para estudo e assimilação deste ramo da física. Além disso, os próprios laboratórios didáticos tradicionais não trazem muitas alternativas para isso. Assim, faz-se necessário uma abordagem voltada ao uso de laboratórios didáticos improvisados, assim como de novas metodologias experimentais voltadas para o ensino. Tais atividades se mostram necessárias não só aos alunos dos

ensinos fundamental e médio, mas também aos universitários, como é destacado por Pinho Alves [4].

Tendo em vista essa discussão, o presente trabalho propõe uma abordagem experimental envolvendo a eletrostática, utilizando, para isso, duas esferas condutoras e um eletroscópio eletrônico de baixo custo. O texto está estruturado da seguinte forma: na seção 2 estão expostos os métodos e materiais gerais adotados para a proposta,

bem como descrições de como eletrizar as esferas e de como é construído o eletroscópio eletrônico. Na seção 3 é abordado o experimento que envolve o uso do eletroscópio eletrônico a fim

de validar a lei de Gauss para o caso de uma esfera condutora. Por fim, na seção 4, temos as considerações finais do trabalho.

**Sem a experimentação em sala de aula, o ensino-aprendizagem da eletrostática se torna vazio e abstrato**

## 2. Métodos para eletrização dos materiais

Para a realização do experimento proposto neste trabalho, foram utilizadas pelos autores duas esferas ocas de aço polido, cada uma com diâmetro de 14 cm. As esferas foram fixadas com cola quente a um suporte vertical feito de material isolante, que pode ser feito de canos e de junções PVC.

É imprescindível que as esferas sejam de material condutor. No entanto, também é possível utilizar, no lugar das esferas de aço, esferas de isopor forradas com uma fina e bem ajustada camada de papel alumínio. Essa alternativa produz um pouco mais de perda de cargas com o passar do tempo devido ao efeito do poder das pontas nas folhas

<sup>#</sup>Autor de correspondência. E-mail: thiago.muniz@ifsertao-pe.edu.br.

de alumínio, facilitando uma possível descarga de corona. Contudo, como verificado pelos autores, mesmo utilizando esses materiais de baixo custo, ainda se torna possível estudar qualitativamente as propostas discutidas no presente trabalho.

### 2.1. Eletrizando as esferas

Durante as atividades, as esferas precisaram ser eletrizadas por algum processo (indução ou contato) para que, dessa forma, adquirissem carga elétrica positiva ou negativa. Em alguns métodos, é necessário usar materiais isolantes previamente eletrizados por atrito com papel toalha (como forro de PVC ou uma bandeja de acrílico). Com isso, é possível eletrizar as esferas pelo processo de indução, aproximando-as dos isolantes carregados, como mostra a Fig. 1.

Outra forma de realizar a eletrização por indução é com o uso de um gerador eletrostático de Van de Graaff carregado, de acordo com a Fig. 2. Também é possível eletrizar a esfera por contato, encostando-a diretamente na cúpula do gerador.

Detectar experimentalmente o sinal da carga nos materiais não é possível por meio de instrumentos como o eletroscópio de folhas, por exemplo [5]. No entanto, com o uso de um eletroscópio eletrônico simples de baixo custo, pode-se determinar o sinal da carga dos materiais de forma bem simples, como é discutido por Sampaio e cols. [6].

É importante destacar que o manuseio das esferas eletricamente carregadas durante os experimentos deverá ser feito por meio do suporte isolante, pois o toque com as mãos nas esferas condutoras provoca o fenômeno de aterramento, dado que o corpo humano é um condutor em contato com a Terra, causando a descarga das esferas.

Para maximizar a capacidade de eletrização de maneira geral, é interessante que a umidade seja completamente removida dos materiais a serem utilizados. Isso pode ser feito expondo-os ao sol minutos antes do experimento, ou utilizando um jato de ar quente de um secador de cabelo, por exemplo. Outra alternativa é realizar os experimentos em uma sala com aparelho de ar-condicionado ligado, o que ajudará a retirar a umidade do ar, dificultando, assim, a perda de cargas dos objetos para o ar [2].

### 2.2. Divisão de cargas entre esferas

Com uma esfera previamente ele-

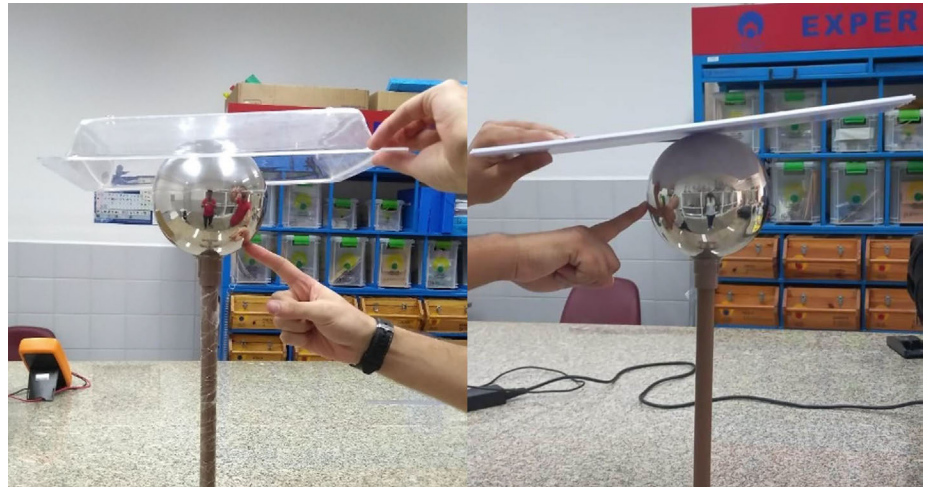


Figura 1 - Após o aterramento (contato com o dedo), a esfera ficará com cargas negativas (positivas) ao ser induzida pelo acrílico (PVC) carregado. Não é necessário encostar o isolante na esfera.



Figura 2 - Após contato com o dedo (aterramento), a esfera terá carga de sinal oposto ao da carga presente na cúpula do gerador de Van de Graaff.

trizada, é possível distribuir suas cargas com outra esfera condutora, inicialmente neutra, após o contato das duas, como mostra a Fig. 3. Depois desse contato, cada esfera terá uma fração da carga inicial.

Considerando que as esferas tenham o mesmo raio, sabemos que, pelo princípio de conservação da carga elétrica e pela igualdade dos potenciais elétricos das superfícies das esferas durante o contato, a quantidade de cargas inicialmente presente na primeira esfera passará a ser dividida pela metade entre as duas esferas após o contato. Esse método será utilizado na seção 3.2 como uma forma de variar a carga de



Figura 3 - Após o contato entre duas esferas condutoras, a carga elétrica é distribuída entre elas.

uma das esferas durante o experimento.

Com o uso de um eletroscópio de folhas ou eletrônico, é possível verificar que as cargas nas duas esferas terão o mesmo sinal após o contato, além de ser possível visualizar que as duas esferas tenham quantidades aproximadamente iguais de carga elétrica, verificando que a aproximação de ambas as esferas, uma por vez, a uma distância fixa do eletroscópio, produzirá um efeito semelhante nele.

### 2.3. O eletroscópio eletrônico

Para a realização da proposta experimental, é necessário a utilização de um eletroscópio eletrônico a base de um transistor de efeito de campo (FET –

Field Effect Transistor). Esse tipo de eletroscópio tem uma maior sensibilidade na detecção de campos eletrostáticos e apresenta inúmeras vantagens em relação a eletroscópios mecânicos. A discussão física sobre o funcionamento desse dispositivo é abordada em detalhes na Ref. [6].

Para a construção do eletroscópio em questão, são necessários uma *proto-board*, uma bateria de 9 V, um multímetro (com função amperímetro), um resistor de 1 kΩ (opcional), um resistor de 10 MΩ (opcional), um pedaço de fio de cobre de 20 cm (antena) e um transistor de efeito de campo JFET MPF102 (Fig. 4). Os detalhes sobre o papel de cada componente no circuito são explicados pela Ref. [6].

Ao aproximar um corpo carregado da antena do eletroscópio, é possível notar efeitos distintos na corrente elétrica do circuito dependendo do sinal da carga do corpo. Como o transistor MPF102 tem uma junção polarizada negativamente (junção pnp), ele funcionará melhor com corpos portando carga negativa. Sendo assim, torna-se importante que a esfera seja eletrizada negativamente durante o experimento.

Quando corpos negativos são aproximados do eletroscópio, o valor da corrente elétrica medido pelo amperímetro tende a diminuir, podendo chegar a zero. O pressuposto inicial deste tipo de teste experimental é hipotetizar que, quanto menor for o valor de corrente elétrica atravessando o FET, maior seria a intensidade do campo elétrico nas imediações da antena. Esse entendimento é fundamental para assumirmos que a diminuição do valor de corrente obtida no multímetro, por mais que dependa de processos quânticos que estão ocorrendo nas junções pnp do FET [7], teria como gerador fundamental o campo eletrostático gerado pelo objeto carregado que aproximamos da antena.

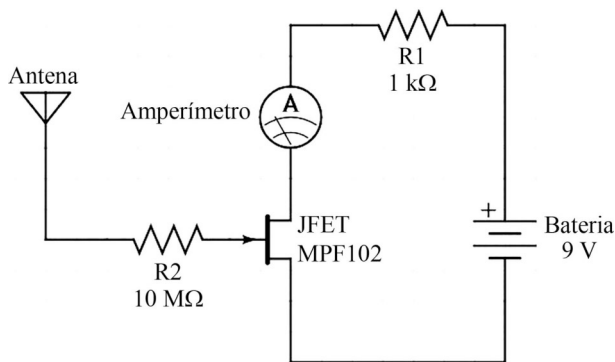


Figura 4 - Diagrama do circuito do eletroscópio eletrônico.

Encontrar uma relação matemática empírica entre a corrente elétrica no FET e o módulo do campo eletrostático nas suas imediações é uma tarefa difícil, devido às limitações físicas do transistor e de outros fatores que perturbam medições precisas na eletrostática, como a umidade do ar e as induções e polarizações em objetos próximos. No entanto, ainda podemos dispor de algumas estratégias experimentais para o uso deste dispositivo. Podemos, por exemplo, assumir que o campo elétrico nas imediações da antena permanece constante, se, e somente se, o valor da corrente elétrica permanecer constante no circuito do eletroscópio.

### 3. Verificando a lei de Gauss para uma esfera carregada

#### 3.1. A lei de Gauss para uma esfera condutora carregada

A lei de Gauss é uma alternativa à lei de Coulomb para resolução de problemas eletrostáticos. Embora sejam equivalentes, apresentam, de uma forma diferente, uma relação entre a carga elétrica e o campo elétrico. Esta lei afirma que o fluxo elétrico total através de uma superfície fechada é diretamente proporcional à carga elétrica líquida  $Q_{int}$  existente no interior dessa superfície. Matematicamente [8]

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}.$$

Para o caso particular de uma esfera condutora de raio  $R$  carregada com carga  $Q$ , podemos aplicar a lei de Gauss tomando uma superfície gaussiana esférica de raio  $r > R$  concêntrica à esfera carregada. Nesse caso, o campo elétrico gerado será radial e perpendicular a cada ponto da superfície gaussiana (Fig. 5).

Sendo assim, o fluxo elétrico calculado através dessa superfície será simplesmente  $E \cdot 4\pi r^2$ , que, aplicando-se à lei de Gauss, obtém-se o módulo do campo elétrico a uma distância  $r$  a partir do centro da esfera carregada

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (1)$$

que vale para quaisquer pontos no exterior da esfera carregada. Tal resultado é idêntico ao obtido direta-

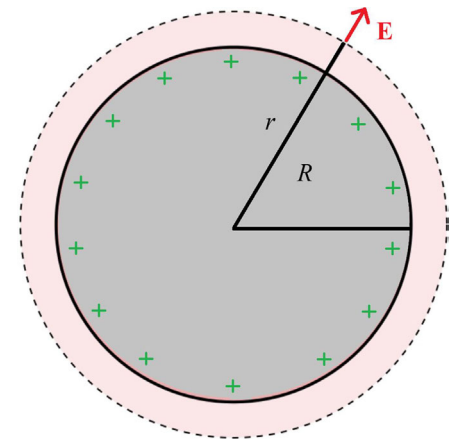


Figura 5 - Superfície gaussiana esférica de raio  $r$  envolvendo uma esfera com cargas positivas de raio  $R$ .

mente da lei de Coulomb para o campo elétrico a uma distância  $r$  de uma carga puntiforme  $Q$ .

Se tomarmos uma superfície gaussiana com  $r < R$ , concluiremos que o campo elétrico será necessariamente nulo em todos os pontos no interior da esfera condutora carregada, visto que não há carga elétrica contida no interior dessa superfície. Em outras palavras: toda a carga elétrica está contida na camada externa da esfera [9].

#### 3.2. Verificação experimental da lei de Gauss

Para a realização do experimento, é necessário colocar o eletroscópio em um suporte vertical de modo que ele fique próximo da altura da esfera. Além disso, a antena do eletroscópio pode ser posicionada de forma que ela fique diretamente apontada para o centro da esfera condutora, como mostra a Fig. 6. Para garantir esse alinhamento, o centro da esfera precisa ser posicionado sobre o eixo central onde a antena está posicionada. Isso pode ser conseguido colando-se na bancada uma fita adesiva em linha reta, partindo da parte de baixo da antena. Podem ser feitas marcações de distância na própria fita, ou dispor de papéis milimetrados colados à bancada, o que facilitará as medições de distância.

Considerando uma distância  $x$  que deve ser tomada do centro da esfera até a extremidade da antena do eletroscópio, a ideia do experimento é estudar para qual valor de  $x$  a corrente no eletroscópio atinge o valor zero (Fig. 7). Assumindo que para um mesmo valor de corrente no eletroscópio, a intensidade do campo elétrico nas imediações seja constante, podemos estudar uma rela-



Figura 6 - Aparato experimental: esfera condutora carregada e eletroscópio eletrônico.

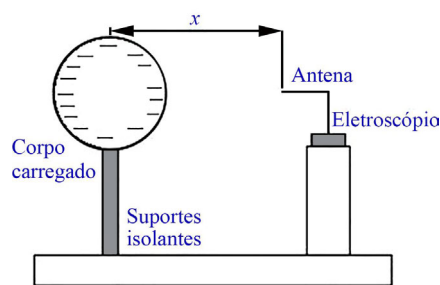


Figura 7 - A esfera carregada é aproximada até que a corrente se anule no eletroscópio. Anota-se o valor da distância  $x$ . Depois, sua carga é dividida pela metade pelo contato com outra esfera condutora neutra idêntica, e repete-se o processo.

ção entre a carga da esfera em função da distância  $x$ . Para isso, torna-se necessário um método para mudar a carga elétrica da esfera de modo controlado.

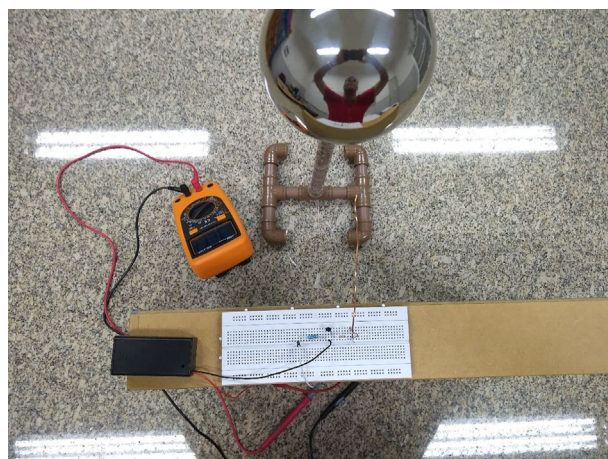


Figura 8 - Esfera carregada bem próxima da antena do eletroscópio.

Para que seja possível repetir o experimento com valores diferentes de carga, após a medição da distância  $x$ , a esfera carregada deve ser rapidamente encostada na segunda esfera idêntica a esta, inicialmente neutra (Fig. 3), como discutido na seção 2.2. No momento do contato, a carga da esfera será dividida pela metade entre as duas esferas. A segunda esfera pode ser então aterrada para que perca suas cargas, tocando-se nela com o dedo da mão. A esfera principal agora está com carga igual à metade do seu valor inicial e pode

ser novamente aproximada em direção ao eletroscópio até que a corrente no mesmo se anule para obter um novo valor de distância  $x$ , que deverá ser menor que o primeiro valor mensurado.

Sendo assim, o procedimento pode ser repetido algumas vezes: aproxima-se a esfera ao longo do eixo central até que a corrente apontada pelo multímetro seja zero e anota-se o valor da distância  $x$ . Depois, ela é colocada em contato com a esfera neutra, dividindo sua carga pela metade. A segunda esfera é aterrada para descarregá-la, repetindo o processo até que a esfera chegue tão próxima da antena que não consiga mais provocar uma corrente nula no eletroscópio, sendo, assim, impossível de obter um novo valor para  $x$  (Fig. 8). É interessante que haja agilidade nos processos por conta da possível perda de cargas para o ar que a esfera possa

sofrer devido à descarga de corona.

Sendo  $Q_0$  a carga inicial da esfera, após  $n$  divisões por contato com a esfera secundária neutra, a carga na esfera principal pode ser obtida em função de  $Q_0$  pela relação  $Q = 2^{-n} Q_0$ , onde  $Q$  é dividida pela metade após cada contato com a outra esfera neutra.

A equação teórica que o experimento tenta sondar parte da Eq. (1), resultado direto da lei de Gauss. Considerando o módulo do campo elétrico como uma constante, temos

$$Q(x) = 4\pi\epsilon_0 E x^2. \quad (2)$$

Com dados extraídos por um dos testes experimentais realizado pelos autores, foi possível gerar um gráfico entre os valores relativos de carga  $Q$  da esfera em função das distâncias  $x$  (Fig. 9).

O gráfico mostra uma parábola que se ajusta bem aos dados mensurados, confirmando o comportamento que deveria ser esperado pela Eq. (4). Linearizando os dados, podemos ver também um comportamento linear entre  $Q$  e  $x^2$  (Fig. 10).

Os testes experimentais foram repetidos diversas vezes pelos autores, sendo mantido o comportamento gráfico mostrado nas Figs. 9 e 10. Devido à impossibilidade de mensurar o valor da carga absoluta no experimento, bem como de conseguir repetir a mesma configuração com a mesma quantidade de carga inicial, não foi possível realizar análises estatísticas dos resultados, nem analisar fisicamente o coeficiente angular da regressão. Contudo, vemos que, com um dispositivo relativamente simples e de baixo custo, é possível mostrar que há uma relação entre a

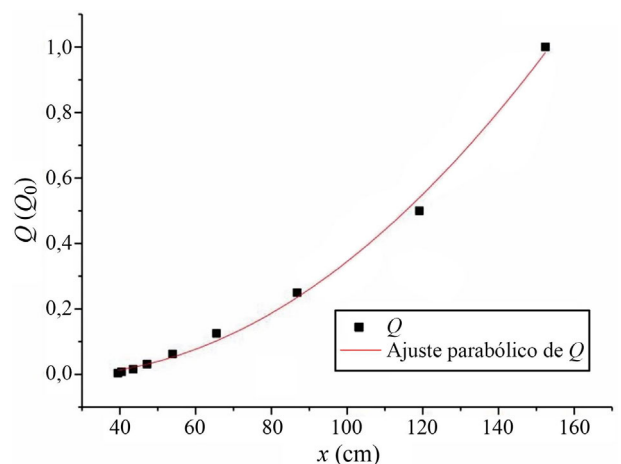


Figura 9 - Gráfico dos valores de carga  $Q$  da esfera em unidades de  $Q_0$ , em função das distâncias  $x$  da esfera até a antena do eletroscópio.

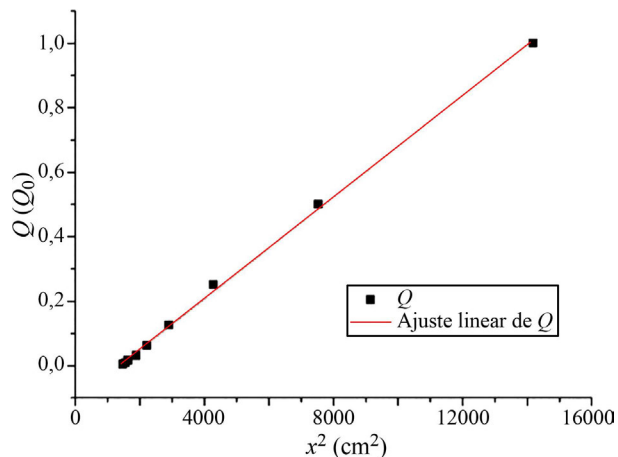


Figura 10 - Gráfico de  $Q(Q_0)$  por  $x^2$  (cm<sup>2</sup>), com reta ajustada por regressão linear.

carga de uma esfera condutora em função da sua distância para um dado valor constante de campo elétrico, e que esta relação é aproximadamente quadrática, como prevê a lei de Gauss.

## 5. Considerações finais

Reiteramos que as atividades experimentais são totalmente indissociáveis do processo de aprendizagem. Vimos que é possível, dispendo de materiais de relativo baixo custo, levantar algumas discussões importantes e essenciais acerca de efeitos e particularidades da teoria eletrostática. Embora a teoria seja muito importante, todo o desenvolvimento da teoria eletromagnética começou de forma experimental, ou seja, tentativas de entender, quantificar e obter equações que expliquem os efeitos dos fenômenos que são observados se mostram de fundamental importância para o ensino-aprendizagem desses assuntos.

Sobre o experimento proposto, observou-se que o eletroscópio eletrônico é mais uma entre várias ferramentas úteis e simples que podem contribuir para o processo de ensino. O experimento obteve êxito em mostrar uma relação quadrática prevista pela lei de Gauss para o caso de uma esfera condutora. Tal resultado não é encontrado na literatura de ensino de física existente. Além disso, espera-se que no futuro seja possível encontrar uma relação matemática empírica entre a corrente elétrica que atravessa o FET e o potencial ou o campo eletrostático detectado pela antena, servindo, assim, para quantificar medições de potencial ou de campo elétrico de forma simples.

Recebido em: 15 de Outubro de 2022  
Aceito em: 16 de Novembro de 2022

## Referências

- [1] B. Baigrie, *Electricity and Magnetism: A Historical Perspective* (Greenwood Press, Westport, 2007), p. 20.
- [2] H.M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica, Vol. 3* (Edgard Blücher, São Paulo, 1997).
- [3] J. Mcmanus, *Phys. Teach.* **55**, 252 (2017).
- [4] J. Pinho Alves, *Caderno Catarinense de Ensino de Física* **17**, 174 (2000).
- [5] A.M.R. Luz, B. Alvarenga, *Física: Volume Único* (Scipione, São Paulo, 2007).
- [6] T.A.M. Sampaio, E.S. Rodrigues, C.J.M. Souza, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* **34**, 298 (2017).
- [7] P.A. Tipler, R.A. Llewellyn, *Física Moderna* (LTC, Rio de Janeiro, 2014).
- [8] H.D. Young, R.A. Freedman, *Física III* (Pearson, São Paulo, 2015).
- [9] P.A. Tipler, G. Mosca, *Física Para Cientistas e Engenheiros. Vol. 2: Eletricidade e Magnetismo, Óptica* (Grupo Gen-LTC, São Paulo, 2000).