



Encontramo-nos em um contexto onde a maioria das escolas, principalmente as públicas, possui uma educação de baixa qualidade. Uma das causas dessa situação é a falta de condições financeiras para adquirir materiais necessários à confecção de experimentos que ofereçam aos alunos uma compreensão mais qualitativa e conceitual de determinado fenômeno, onde o aluno possa visualizar o conceito ensinado em sala de aula e não fique apenas na memorização de fórmulas que para ele são aplicações matemáticas sem muito sentido. Assim, este artigo propõe a construção de um experimento simples de colisão inelástica com materiais de baixo custo e tem como objetivo calcular o coeficiente de atrito entre superfícies utilizando as leis de conservação da quantidade de movimento e de energia, além do conceito de trabalho de forças dissipativas. O equipamento consiste em um suporte de madeira onde é acoplado um pêndulo com uma esfera metálica. O suporte é colocado em uma superfície de madeira, entre os quais se deseja medir os coeficientes de atrito estático e dinâmico. Para que a colisão entre o suporte e a esfera metálica seja inelástica, coloca-se no primeiro uma porção de massa de modelar, a fim de absorver toda a energia no impacto, como mostra a Fig. 1.

### Materiais

- suporte de madeira em formato de L
- haste metálica
- massa de modelar
- esfera metálica maciça
- fio de náilon
- tábua de madeira (o coeficiente de atrito será calculado entre a madeira do suporte e a tábua)
- uma régua milimetrada
- uma balança

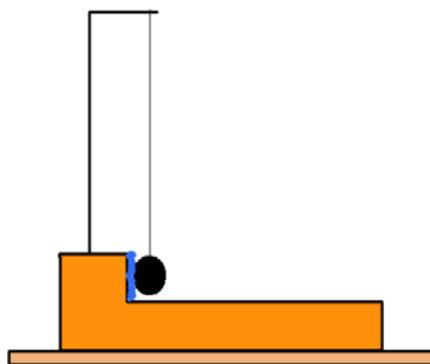


Figura 1 - Esquema de montagem para a realização do experimento.

### Procedimento experimental

#### Calculando o coeficiente de atrito dinâmico

Com o auxílio da balança, meça a massa  $M$  do suporte de madeira (incluindo a massa de modelar) e a massa  $m$  da esfera metálica. Levante a esfera metálica, mantendo-a no mesmo plano definido pelo fio e a haste metálica (Fig. 2). Meça a variação  $h$  da altura do centro de massa da esfera. Solte-a e meça o deslocamento  $x$  do sistema. Repita os procedimentos pelo menos cinco vezes e obtenha valores médios de  $x$  e  $h$ .

Através da altura  $h$  e utilizando o teorema da conservação da energia mecânica é fácil verificar que o módulo da velocidade da esfera no momento da colisão vale

$$v_c = \sqrt{2gh}. \quad (1)$$

Usando o teorema da conservação da quantidade de movimento é possível obter a velocidade do conjunto após a colisão. É importante ressaltar que após o choque a esfera passou a fazer parte do conjunto, ocorrendo assim uma colisão inelástica. Temos então

$$P_i = P_f,$$

.....  
**Maristela do Nascimento Rocha,**  
**Aline Ribeiro Sabino e**  
**Mikiya Muramatsu**  
 Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.  
 E-mail: mmuramat@if.usp.br  
 .....

Este artigo tem como principal objetivo propiciar aulas interativas através da construção de um experimento simples de colisão inelástica, com o qual é possível calcular o coeficiente de atrito entre superfícies utilizando as leis da conservação de energia e da quantidade de movimento, além do conceito de trabalho e forças dissipativas. Para isso construiu-se um aparato experimental com materiais de baixo custo, a fim de viabilizar a sua aplicação em escolas públicas. Após efetuar as medidas e aplicar os conceitos envolvidos, compararam-se os valores obtidos com os esperados teoricamente para o coeficiente de atrito entre duas superfícies de madeira. O resultado foi próximo do esperado, o que valida o método experimental e o torna uma boa opção a ser desenvolvida e discutida em sala de aula.

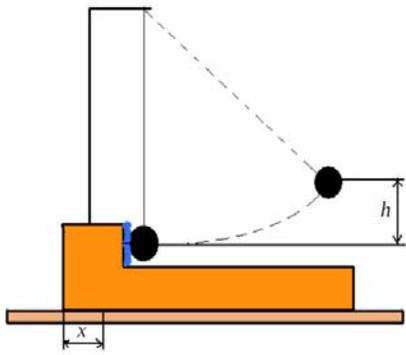


Figura 2 - Esquema de procedimento experimental.

$$m\mathbf{v}_e = (m + M)\mathbf{v}_f$$

Como há apenas velocidade na direção horizontal

$$mv_e = (m + M)v_f$$

E então obtemos a velocidade  $v_f$  de partida do conjunto

$$v_f = \frac{mv_e}{m + M} \quad (2)$$

A partir dessa velocidade é possível calcular a quantidade de energia transferida ao sistema

$$E' = \frac{(m + M)v_f^2}{2} \quad (3)$$

Substituindo as Eqs. (1) e (2) na Eq. (3) temos

$$E' = \frac{m^2gh}{(m + M)} \quad (4)$$

Após o deslocamento  $x$ , o conjunto para e, portanto, a variação de energia será

$$\Delta E'_c = E'_{cf} - E'_{ci} = 0 - \frac{m^2gh}{(m + M)} = -\frac{m^2gh}{(m + M)} \quad (5)$$

O sinal negativo indica que houve dissipação de energia através do atrito entre as superfícies. Por outro lado, a variação da energia cinética é igual ao trabalho da força de atrito

$$W = \int \mu_d N dx = \Delta E'_c$$

Pelo referencial adotado, a força de atrito é negativa. Temos que  $\mu_d$  e  $N$  (força normal) são constantes, então

$$W = \mu_d N \int_{x_0}^{x_f} dx = \mu_d N x,$$

onde

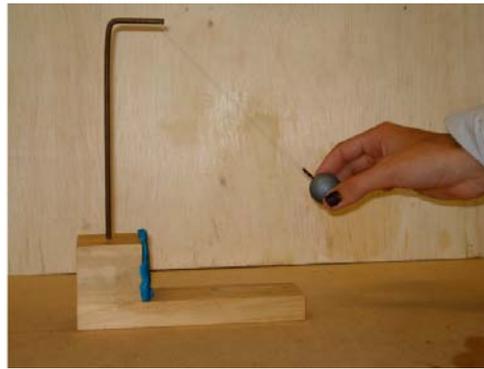
$$N = (m + M)g.$$

Então

$$-\mu_d(m + M)gx = -\frac{m^2gh}{(m + M)}$$

$$\mu_d = \frac{m^2h}{(m + M)^2x} \quad (6)$$

Dessa forma, utilizando a Eq. (6) e medindo o deslocamento  $x$ , pode-se obter o coeficiente



de atrito dinâmico entre as superfícies.

### Calculando o coeficiente de atrito estático

Para iniciar esta etapa, incline o plano gradativamente até que o sistema fique na iminência de deslizar (Fig. 3), onde qualquer mínima influência externa provoca o escorregamento no plano. Como veremos no próximo item, o coeficiente de atrito estático depende apenas da tangente do ângulo entre a tábua e o solo. Portanto não é necessário repetir os procedimentos de 1 a 3 do item anterior, podendo ser utilizado apenas o suporte de madeira ou um bloco qualquer do mesmo material. Meça a altura  $h'$  e a distância  $d$  conforme o esquema a tangente do ângulo  $\theta$ . Repita os procedimentos pelo menos cinco vezes e obtenha um valor médio.

Para calcular o coeficiente de atrito estático é necessário analisar as forças envolvidas. Para esta situação, temos o diagrama de forças mostrado na Fig. 4.

Como não há movimento na direção perpendicular ao deslocamento, a força resultante é nula. Na direção do movimento, pode-se considerar a projeção em  $x$  da força peso como sendo igual em módulo à força de atrito, pois o corpo está na iminência de deslizar. Logo, temos a seguinte expressão

$$-P \sen \theta = -\mu_e N,$$

$$-(m + M)g \sen \theta = -\mu_e(m + M)g \cos \theta,$$

$$\mu_e = \frac{\sen \theta}{\cos \theta} = \tg \theta. \quad (7)$$

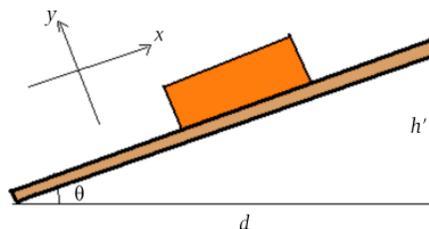


Figura 3 - Sistema na iminência de deslizar com a inclinação  $\theta$  do plano.

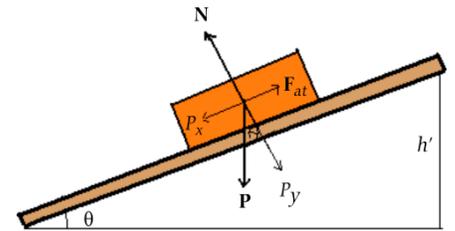


Figura 4. Esquema de forças para o cálculo do coeficiente de atrito estático.

### Resultados e discussão

Utilizando as Eqs. (6) e (7), os valores médios obtidos para os coeficientes de atrito dinâmico e estático foram, respectivamente, 0,19 e 0,21. A título de comparação, os valores encontrados em tabelas foram 0,20 e de 0,25 a 0,50, respectivamente. Analisando os resultados, vê-se que os valores teóricos são próximos dos tabelados. Essa variação pode ser explicada pelo fato de ter sido utilizada neste experimento uma madeira mais lisa do que a utilizada para o mesmo cálculo nos livros didáticos, o que ocasiona a diminuição do coeficiente de atrito entre as superfícies.

### Conclusão

Este experimento é uma alternativa interessante para professores do Ensino Médio, uma vez que utiliza material de baixo custo e de fácil acesso. Além da atividade experimental, a parte mais interessante é a aplicação das leis de conservação de energia, da quantidade de movimento e do teorema da energia cinética. É uma boa oportunidade para se discutir as principais fontes de energia mecânica que intervêm neste experimento e como elas podem ser manipuladas. Seria interessante também uma justificativa do papel da força de atrito no cotidiano: em algumas situações é desejável aumentar o coeficiente de atrito entre as superfícies e, em outras, minimizá-lo. Discutir a natureza das forças de atrito e ações para aumentar e/ou minimizar sua atuação deveria ser o ponto de partida para justificar a medida dessa grandeza.

### Saiba mais

P.G. Hewitt, *Física Conceitual* (Ed. Bookman, Porto Alegre, 2002).  
P. Tipler, *Física 1* (LTC, Rio de Janeiro, 2000).  
R.A. Serway e .W. Jewett Jr, *Princípios de Física - Mecânica* (Ed. Pioneira Thomson Learning, São Paulo, 2004).  
D. Halliday, R. Resnick e K.S. Krane, *Física 1* (LTC, Rio de Janeiro, 2003).

### Sites indicados

[www2.fc.unesp.br/experimentosdefisica/](http://www2.fc.unesp.br/experimentosdefisica/)  
[www.if.usp.br/profis/sites\\_ft.html](http://www.if.usp.br/profis/sites_ft.html)  
[www.sbfisica.org.br/fne/](http://www.sbfisica.org.br/fne/)