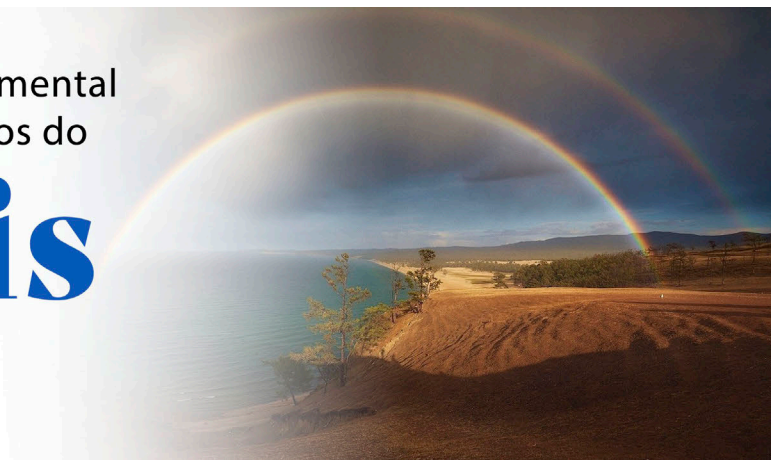


Uma proposta de atividade experimental
para abordar aspectos quantitativos do

arco-íris

com estudantes do Ensino Médio



.....
Camila Manni Dias do Amaral

¹Departamento de Física e Astronomia, Universidade de Utah, Salt Lake City, UT, Estados Unidos da América.
.....

Palavras-chave

arco-íris
proposta didática
Ensino Médio

Resumo

Este artigo apresenta uma discussão sobre a formação dos arco-íris e uma proposta didática para simular a criação de um arco-íris monocromático, com sugestões para que essa proposta seja efetivamente utilizada em sala de aula e que possa abordar aspectos quantitativos relacionados ao fenômeno observado. Apesar deste artigo ser dirigido a professores de física, foi oferecida a opção de utilizar apenas as ferramentas matemáticas disponíveis a alunos do Ensino Médio, a fim de que seja possível utilizar o texto base como material a ser apresentado a eles. A proposta apresentada foi aplicada no contexto da pandemia de COVID-19, de modo on-line, com alunos de curso livre que estavam no 3º ano do Ensino Médio ou que já haviam completado essa etapa de formação. Além disso, são abordadas neste trabalho sugestões e considerações elaboradas a partir do resultado dessa aplicação.

1. Introdução

A primeira tentativa de explicar a formação de um arco-íris provavelmente remonta à Grécia antiga, com a proposição de Aristóteles de que o arco-íris era resultado de um tipo particular de reflexão da luz do sol nas nuvens [1]. A explicação de Aristóteles estava parcialmente correta, pois faltava incorporar a ela principalmente os fenômenos de refração e dispersão. Contudo, ele previu corretamente que o arco-íris não se tratava de algo fixo no céu, e sim um resultado do espalhamento da luz em várias direções [1].

Aristóteles previu corretamente que o arco-íris não se tratava de algo fixo no céu, e sim um resultado do espalhamento da luz em várias direções

Foi apenas em 1304 que o fenômeno foi estudado a partir de uma perspectiva experimental, por Teodorico de Freiberg, através do estudo do desvio da luz em uma esfera de vidro preenchida com água. Os experimentos de Freiberg e, posteriormente, os de Descartes levaram ambos a concluir que cada gota de água é, individualmente, capaz de produzir um arco-íris.

O arco-íris, estudado pelos alunos desde o ensino fundamental, é abordado apenas de forma qualitativa no Ensino Médio, mas pode ser um ponto de partida para discutir quantitativamente alguns tópicos de ótica geométrica. As pá-

Autora de correspondência. E-mail: camilamanni@gmail.com.

Este é um artigo de acesso livre sob licença Creative Commons



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

Copyright © 2022, Copyright by Sociedade Brasileira de Física. Printed in Brazil.

ginas a seguir apresentam um texto sobre tópicos relacionados à formação do arco-íris e uma proposta de atividade didática, conectada ao texto apresentado, para ser realizada com alunos de Ensino Médio. Nesse texto, são utilizadas apenas ferramentas matemáticas acessíveis a estudantes da educação básica, sendo eles também parte fundamental para a execução da atividade.

2. Formação do arco-íris

A luz é uma onda eletromagnética que se propaga no vácuo e em meios materiais transparentes e translúcidos. No vácuo, a luz se propaga com uma velocidade conhecida (c), e, nos meios materiais, sua velocidade depende do índice de refração do meio no qual ela se propaga. Esse índice de refração absoluto (n) pode ser definido como

$$n = \frac{\text{Velocidade da luz no vácuo } (c)}{\text{Velocidade da luz em um meio material } (v)}, \quad (1)$$

e os índices de refração são diferentes para cada cor.

A dependência dos índices de refração de cada cor de sua frequência ondulatória resulta na diferença no desvio sofrido por cada cor e na conseqüente separação das cores percebida no arco-íris. Este é o fenômeno da dispersão da luz num meio material. Na formação do arco-íris, entretanto, estão envolvidos outros aspectos além da dispersão. Alguns são aspectos com os quais você está familiarizado, como a refração e a reflexão, e outros com os quais você provavelmente ainda não teve contato, como a polarização, que não será explorada nesse texto.

Um esquema das reflexões e refrações que ocorrem em uma gota é apresentado na Fig. 1, em que estão representados os raios refletidos e refratados, o raio da gota e o parâmetro de impacto, que é definido como a distância entre o raio incidente na gota e uma linha paralela a ele que passa pelo centro da gota.

Os raios indicados como de classe 3 e de classe 4 são responsáveis, respectivamente, pelos arco-íris primário e secundário. Como em cada reflexão interna parte da luz é refratada para fora da gota, bem como parte da luz é absorvida no percurso no interior da gota, o arco-íris secundário é menos intenso do que o primário, como mostra a Fig. 2.

2.1. Ângulo do arco-íris primário

Para que seja observado o arco-íris, uma das condições é que o ângulo formado entre os raios incidentes na gota e os raios de arco-íris assumam determinados valores, chamados ângulos de arco-íris. Roger Bacon mediu esse ângulo em 1226, considerando-o como o que, na Fig. 3, está representado por θ .

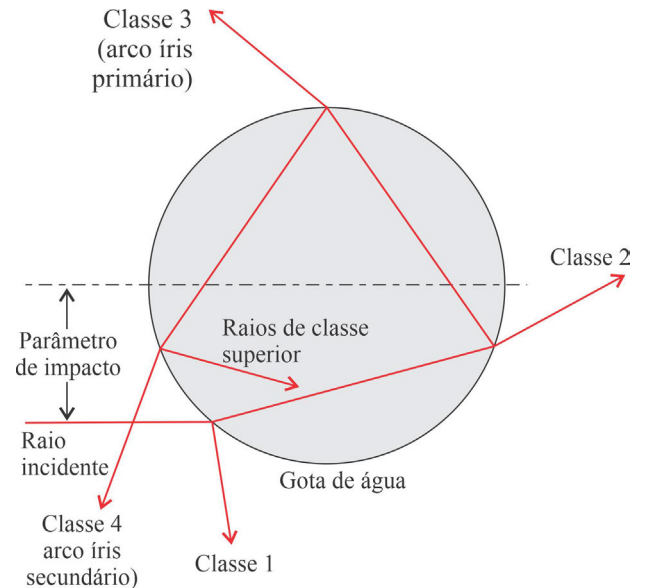


Figura 1 - O caminho da luz através da gota aplicando-se as leis da ótica geométrica. Retirado de [1].

Atualmente, esse ângulo é costumeiramente medido no sentido contrário, e por isso dizemos que o ângulo de arco-íris é $180 - \theta$ [1], representado na Fig. 3 como γ .

Começemos esclarecendo como o ângulo α , oposto à $(x.R)$, e o ângulo β foram determinados. Tendo definido como α o ângulo formado entre o raio luminoso incidente na gota e a normal à mesma no ponto de incidência, o ângulo oposto à $(x.R)$ é determinado a partir do reconhecimento de que ele e α são alternos internos. Já os ângulos β , de incidência e reflexão internas, fazem parte de dois triângulos isósceles. Esse fato, combinado com o conhecimento sobre a igualdade das medidas de ângulos opostos pelo vértice, permite identificar os outros ângulos de mesma medida apresentados na Fig. 3.

A seguir, calcularemos θ e, para encontrar γ , basta considerar $\gamma = 180 - \theta$. Na Fig. 3, o raio representado incide horizontalmente na gota, mas os valores encon-



Figura 2 - Arco-íris duplo. Fonte: <https://www.climatempo.com.br/participe/1432/super-arco-iris-duplo>.

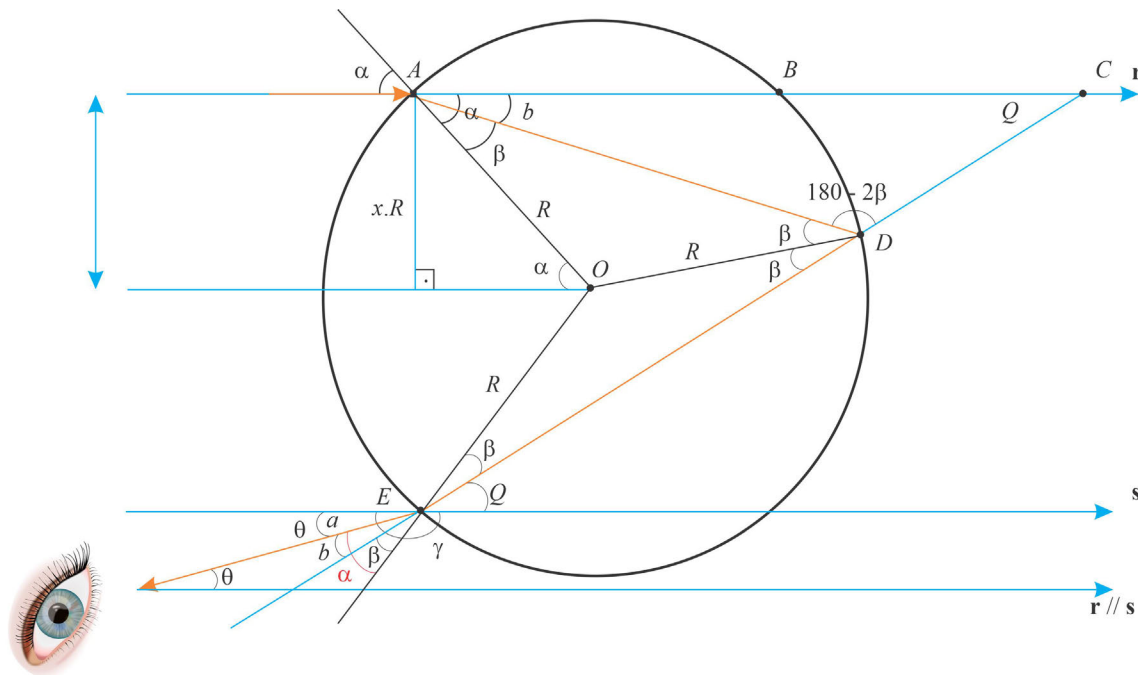


Figura 3 - Representação geométrica para o cálculo do ângulo de arco-íris.

trados para o ângulo de arco-íris se mantêm conforme o Sol sobe no horizonte.

Na Fig. 3 e nos cálculos a seguir, assume-se como α o ângulo sob o qual o raio de luz solar incide sobre a gota e β como o ângulo de refração. Seja $n(1)$ o índice de refração do meio (1), que, nesse caso, é o ar, cujo índice de refração é 1, e seja $n(2)$ o índice de refração do meio dois, nesse caso, a gota, escreveremos a lei de Snell da forma

$$n(1) \times \text{sen } \alpha = n(2) \times \text{sen } \beta. \quad (2)$$

Fazendo uma aproximação e tomando $n(1) = n(\text{ar}) = 1$, e chamando $n(2)$ simplesmente de n , temos

$$\text{sen } \alpha = n \times \text{sen } \beta. \quad (3)$$

Consideremos agora o parâmetro de impacto, que é definido como a distância entre o raio incidente na gota e uma linha paralela a esse raio e que passe pelo centro da mesma. Esse parâmetro de impacto assume valores que variam entre 0 e R , onde R é o raio da gota, então podemos dizer que o parâmetro de impacto é uma porcentagem da gota, definindo esse parâmetro como $x.R$, sendo que x está entre 0 e 1. Tomando isso como princípio e observando a Fig. 3, podemos escrever que

$$\text{sen } \alpha = \frac{x.R}{R}, \text{ logo } \text{sen } \alpha = x,$$

e podemos escrever

$$\alpha = \text{sen}^{-1}(x). \quad (4)$$

Retomando a Eq. (1), temos que

$$\text{sen } \alpha = x = n \cdot \text{sen } \beta.$$

Logo,

$$\text{sen } \beta = \frac{x}{n}. \quad (5)$$

Dessa forma, podemos escrever que

$$\beta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{x}{n}\right). \quad (6)$$

Na Fig. 3, foram desenhadas duas retas suportes, uma que contém os pontos A, B e C (reta r) e outra que contém os pontos C, D e E, sendo as retas s e r paralelas.

A diferença entre os ângulos α e β foi chamada de b , então podemos escrever que $b = \alpha - \beta$, e

$$b = \text{sen}^{-1}(x) - \text{sen}^{-1}\left(\frac{x}{n}\right). \quad (7)$$

Olhando agora para o triângulo ΔACD , podemos escrever que

$$b + a + 180 - 2\beta = 180. \quad (8)$$

Logo,

$$b + a = 2\beta, \quad (9)$$

e temos que

$$a = 2\beta - b. \quad (10)$$

Substituindo os valores de β e b , encontramos que

$$a = 2 \text{sen}^{-1}\left(\frac{x}{n}\right) - \text{sen}^{-1}(x) + \text{sen}^{-1}\left(\frac{x}{n}\right). \quad (11)$$

Logo,

$$a = 3 \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{x}{n}\right) - \operatorname{sen}^{-1}(x) \quad (12)$$

Olhando o que acontece com o raio de luz que forma o arco-íris, que sai da gota em direção ao observador, podemos observar que o ângulo formado entre esse raio e a direção horizontal é θ , e escrever que:

$$\theta = a - b = a - (\alpha - \beta). \quad (13)$$

substituindo b da Eq. (7), chegamos a

$$\theta = 3 \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{x}{n}\right) - \operatorname{sen}^{-1}x + \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{x}{n}\right), \quad (14)$$

$$\theta(x) = 4 \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{x}{n}\right) - 2 \operatorname{sen}^{-1}(x). \quad (15)$$

A Fig. 4 apresenta o gráfico da função $\theta(x)$ considerando os índices de refração (n) para as cores verde e violeta, que correspondem aos extremos do espectro da luz visível.

Para a cor verde, o valor máximo que θ assume é $0,73\pi$ rad (aproximadamente 42°), e, para a cor violeta, o valor máximo que θ assume é $0,70\pi$ rad (aproximadamente $40,1^\circ$).

A partir do gráfico apresentado na Fig. 4, reconhecemos que os valores que o ângulo θ pode assumir variam entre 0 e 42° . Entretanto, o arco-íris primário é observado em uma faixa de valores mais estreita, quando θ varia entre 40° e 42° , próximo dos valores máximos da função $\theta(x)$. Isso ocorre porque, conforme discutido em [3], a concentração de raios espalhados não é uniforme em qualquer direção. Essa concentração é maior quando os raios que emergem da gota o fazem segundo um ângulo próximo do valor máximo que θ pode assumir, e é devido a essa maior concentração de raios espalhados nessa direção que essa região se sobressai em relação ao céu iluminado, sendo possível observar o arco-íris. Essa concentração maior de raios espalhados nessa região é ilustrada na Fig. 5. Em contrapartida, quando θ varia entre 42° e 50° (ângulo suplementar do arco-íris secundário), há pouquíssima luz espalhada [1], por isso, entre o arco-íris primário e o secundário, há uma região mais escura que o restante do céu, como pode ser observado na Fig. 2.

3. Aspectos a serem discutidos

O primeiro aspecto a ser discutido é relativo às cores. A percepção das cores é definida pelos cones existentes na nossa retina, capazes de proporcionar a percepção das três cores primárias (vermelho, verde e azul). A deficiência nesses cones é responsável pelo daltonismo, doença que, de acordo com o cone ou os

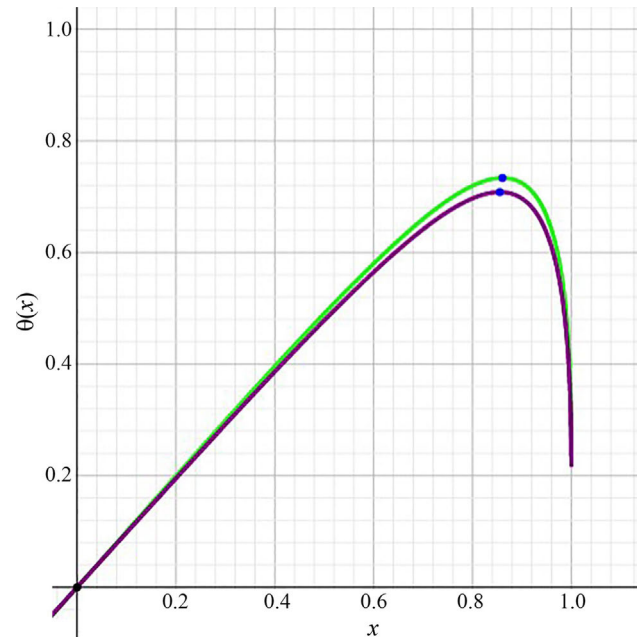


Figura 4 - Gráfico da função $\theta(x)$ para as cores violeta e verde, onde θ é dado em radianos e x é o parâmetro de impacto, medido em termos da fração do raio da gota.

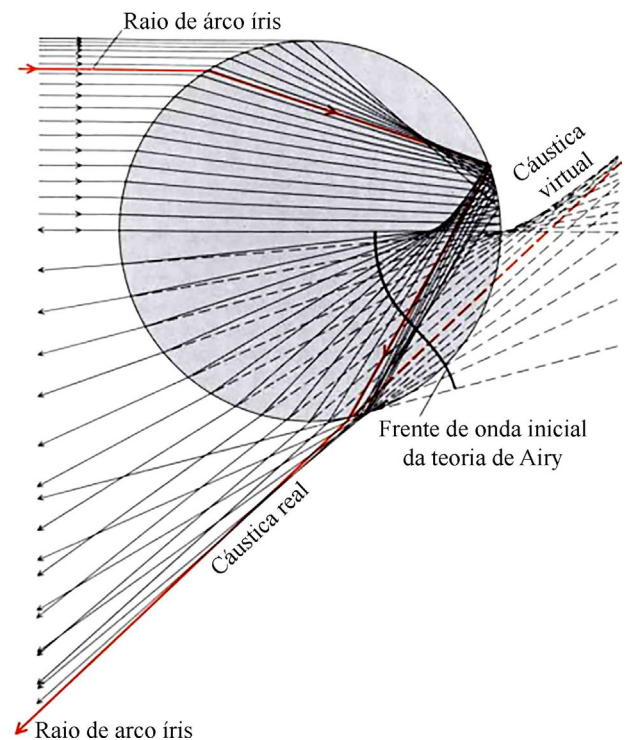


Figura 5 - “Em torno do raio de arco-íris espalhado encontra-se a maior concentração de luz espalhada.” Adaptado de Tragtenberg [1].

cones que acomete, impede a pessoa de distinguir parte dessas cores. Mas além de variações na percepção das cores devido a características individuais, há também um componente cultural nessa percepção. Um exemplo disso é que os esquimós percebem uma vasta

gama de tons de branco, enquanto algumas sociedades indígenas brasileiras percebem tons de verde que nosso olhar urbano não percebe [4].

As cores do arco-íris estão no espectro da luz visível, sendo possível associar uma frequência a cada uma delas. As cores que não cumprem esse requisito são chamadas extra espectrais, e são percebidas quando nossa retina recebe simultaneamente luzes de diferentes cores. Um exemplo de cor extra espectral é o magenta, que percebemos quando as luzes de cor vermelha e azul atingem simultaneamente nossa retina, o que desmistifica a afirmação comum de que o arco-íris “contém todas as cores”.

Além disso, como as frequências no espectro da luz visível variam gradualmente, não é possível afirmar objetivamente a partir de que momento as cores mudam. Dessa forma, não apenas a afirmação de que o arco-íris “contém todas as cores”, mas também a afirmação de que “o arco-íris contém sete cores” não parece exata.

Outro aspecto a ser discutido é relativo ao formato do arco-íris. O que determina o formato de um arco-íris é o fato de esse fenômeno ser resultado do efeito de um grande número de gotas, que espalham a luz solar de 138° , estando todas as gotas que espalham a luz dessa forma contidas em um mesmo arco [1]. É válido lembrar, entretanto, que o arco-íris não é algo fixo no céu, e a percepção dele pode ser diferente de acordo com a posição do observador. Assim, o arco-íris visto por uma pessoa a partir do solo será a metade superior de uma circunferência, enquanto um observador que esteja de costas para o Sol, acima das gotículas que formam o arco-íris, pode ver um arco-íris com a forma de uma circunferência completa. Por isso temos fotos de “círculo-íris”, como a mostrada na Fig. 6, tirada por um paraquedista.

Finalmente, o último aspecto é relativo às condições para que seja observado um arco-íris, já que nem sempre ele pode ser observado quando chove durante o dia. Ocorre que, considerando as condições relativas aos valores do ângulo θ , discutidas na seção anterior, um observador no solo observa a formação de um arco-íris se o ângulo formado entre o raio luminoso incidente e a direção horizontal for no máximo 42° . Isso ocorre porque, do contrário, o arco-íris se formaria abaixo da linha do horizonte. O ângulo formado entre o raio incidente e o horizontal é menor que 42° , próximo ao nascer e ao pôr do sol, por isso é próximo desses períodos que vemos a formação do arco-íris [2].

Com relação ao último aspecto, uma atividade experimental de baixo custo e de complexidade relativamente baixa é apresentada a seguir. Na seção 2.1., foi feita a escolha de utilizar ferramentas matemáticas das quais estudantes de Ensino Médio dispõem, utilizando



Figura 6 - Arco-íris fotografado por um paraquedista. Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Rainbow#/media/File:Circular_rainbow.jpg.

a leitura de gráficos em vez de calcular explicitamente o valor de θ utilizando ferramentas que são aprendidas apenas no nível universitário. Essa escolha foi motivada pelo interesse em criar um material que pudesse ser apresentado aos alunos para subsidiar uma abordagem quantitativa de aspectos relativos à formação do arco-íris.

4. Proposta de atividade

Nessa atividade, os alunos farão a medição de alguns valores do ângulo formado entre um raio luminoso que emerge de uma gota após sofrer reflexão dentro dela e a direção do raio luminoso incidente, representado como θ na Fig. 3. Uma possibilidade que deve ser explorada é a de discutir com os alunos a noção de incerteza ou erro experimental¹ e estimulá-los a analisar essa incerteza no curso da atividade. Outra possibilidade é a de explorar o índice de refração de frequências diferentes em meios variados², o que pode ser uma ferramenta útil para outras atividades.

Nessa atividade, consideraremos raios luminosos que se propagam na horizontal, mas os valores medidos são válidos para outras direções, como visto anteriormente. A situação descrita está representada na Fig. 3 e, como já apresentado, esse ângulo θ foi medido no século XIII por Roger Bacon. Atualmente, o ângulo

É válido lembrar que o arco-íris não é algo fixo no céu, e a percepção dele pode ser diferente de acordo com a posição do observador

de arco-íris é medido no sentido oposto ao considerado por Roger Bacon, de modo que atualmente escrevemos que o ângulo de arco-íris é $\gamma = 180 - \theta$. Os alunos irão, então, relacionar esse ângulo com o valor do parâmetro de impacto, definido anteriormente como a distância entre o raio incidente na gota e uma linha paralela a esse raio e que passe pelo centro da mesma.

4.1. Materiais

Para a realização da atividade proposta, os seguintes materiais são necessários:

- Um copo cilíndrico
- Papel quadriculado (ou milimetrado)
- Um pedaço de papel alumínio³
- Um transferidor
- Fita métrica
- Régua
- Uma caneta *laser*
- Fita durex, lápis e borracha
- Água

4.2. Preparando a atividade

Antes de realizar a atividade, é necessário utilizar os materiais relacionados para prepará-la, para isso os alunos deverão:

- Posicionar o copo, o papel quadriculado e o laser conforme mostrado na Fig. 7.
- Contornar a base do copo com um lápis no papel quadriculado e, em seguida, traçar uma linha horizontal que passe pelo centro desse círculo, conforme mostrado na Fig. 8.
- Com a fita métrica, medir o perímetro da base do copo e, depois, recortar um pedaço de papel alumínio com largura de 3 cm e com a metade do comprimento da base do copo.
- Colar esse papel alumínio próximo à base do copo, conforme mostrado na Fig. 7, tomando cuidado para que o papel alumínio não fique enrugado, e garantindo que ele esteja liso antes de colá-lo no copo com a fita durex.
- Colocar o copo no círculo desenhado, de maneira que as extremidades do papel alumínio coincidam com a linha vertical mostrada na Fig. 8. Não esquecer que a parte do copo em que estiver o papel alumínio deve ficar à direita, conforme mostrado na Fig. 7.
- Preencher o copo com a água até a altura do papel alumínio.

Antes de proceder com a realização da atividade, algumas questões devem ser respondidas pelos alunos:

- Qual é a cor do laser utilizado?

- Qual é o comprimento de onda emitido? (Consulte as especificações da caneta *laser* que você usará.)
- Qual é a incerteza experimental da medida do parâmetro de impacto? E da medida do ângulo θ ?

4.3. Sugestão de sequência a ser realizada com os alunos

Nessa atividade, os alunos deverão posicionar a caneta laser horizontalmente na parte superior do papel milimetrado e descê-la cuidadosamente, garantindo que ela permaneça na horizontal até que ela esteja sobre a linha horizontal traçada.

Primeiramente, os alunos devem ser convidados a observar como o ângulo θ se comporta conforme deslocam a caneta *laser* para baixo (ou seja, variam o parâmetro de impacto).

Então, devem posicionar novamente a caneta na posição inicial e repetir o procedimento, mas dessa vez marcando no papel quadriculado qual é a posição da saída do laser no momento em que começam a ver a formação do ângulo θ na parte inferior do papel quadriculado. Devem medir o parâmetro de impacto e o valor do ângulo θ nesse momento, anotando o valor obtido como a medição 1 da Tabela 1.

Os alunos devem continuar movendo para baixo a caneta *laser* e, em alguns pontos equidistantes, medir o parâmetro de impacto e o ângulo θ , anotando na tabela esses valores.

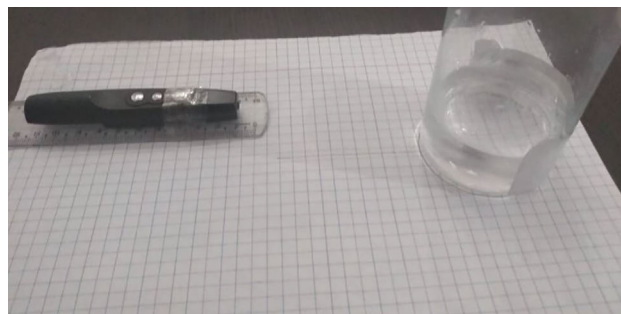


Figura 7 - Configuração inicial para preparar a atividade.

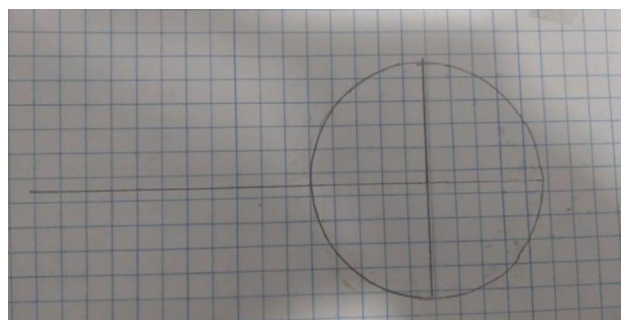


Figura 8 - Procedimento para preparar a atividade.

Tabela 1: Medições.

Medição	Parâmetro de impacto	θ	Razão entre o parâmetro de impacto e o raio γ
1			
2			
3			
4			
5			

É importante ressaltar com os alunos que, na [Tabela 1](#), devem constar as medidas e suas incertezas, tema que terá sido discutido com a turma antes da atividade.

4.4. Questões para discussão em turma

Como o ângulo θ se comporta conforme é variado o parâmetro de impacto?

Quando o parâmetro de impacto é zero, que valor θ e γ assumem?

Qual é o maior e o menor valor que θ assume?

Qual é o valor do parâmetro de impacto para o qual o ângulo θ assume seu valor máximo? E seu valor mínimo?

Qual é o maior e o menor valor que o ângulo de arco-íris (γ) assume?

Qual é a razão entre o parâmetro de impacto e o raio do copo quando o ângulo θ assume seu valor máximo?

Avalie se os valores que você encontrou estão coerentes com os valores calculados. Note que a razão entre o parâmetro de impacto e o raio foi definida no texto pela variável x .

5. Conclusões

Essa atividade já foi realizada com alunos de Ensino Médio, e a versão do texto apresentada foi aquela resultante de um processo de reestruturação motivada pelas sugestões desses alunos. A atividade proposta foi realizada durante a pandemia de COVID-19, em aula síncrona, e os alunos receberam o roteiro da atividade com uma semana de antecedência para providenciarem os materiais necessários. Além disso, essa atividade foi realizada em turma de curso livre, não havendo bonificação ou prejuízo em participar ou não. Ainda assim, todos os alunos optaram por participar dela, e a atividade transcorreu sem dificuldade. Entretanto, os cálculos apresentados na seção 2.1. foram considerados difíceis por eles, que requisitaram maiores explicações para compreenderem certas passagens.

Com relação aos aspectos debatidos na seção 3, a discussão sobre as cores do arco-íris tomou rumos interessantes quando os alunos perceberam que o nome que uma cor recebe e a percepção dessas cores podem não estar relacionadas. O fato de os esquimós terem diversas classificações para a cor branca captou o interesse deles de um modo inesperado, e a discussão tomou a forma de um debate antropológico. Outro aspecto que captou o interesse deles foi o fato de o arco-íris não ser um objeto fixo no céu, ideia que pareceu demasiadamente abstrata para alguns deles. Uma possibilidade para lidar com esse nível muito abstrato que eles atribuíram à ideia de que o arco-íris não é um objeto fixo é o uso de aplicativos⁴, que pode ser um material mais concreto e relevante para serem abordadas em turmas de Ensino Médio, fazendo parte da discussão sobre o tema.

Recebido em: 2 de Fevereiro de 2021

Aceito em: 25 de Janeiro de 2022

Notas

¹<https://www.if.ufrj.br/~marta/introd-fis/unidade3-04-incertezaexperimental> (link a ser disponibilizado aos alunos para discussão da incerteza experimental).

²<https://refractiveindex.info/?shelf=main&book=H2O&page=Hale>

³Antes de propor a atividade para os alunos, testei realizar o experimento utilizando somente o copo. Entretanto, a intensidade do raio de arco-íris primário quando a reflexão era devido à reflexão interna na superfície do copo foi fraca, e a linha ficou indefinida, o que inviabilizaria a atividade.

⁴Dois exemplos que podem ser utilizados para uma discussão em sala de aula são <https://www.geogebra.org/m/HWxADKYH> e <https://www.geogebra.org/m/xAMsmnJb>.

Referências

[1] H.M. Nussenzveig, Scientific American **236**, 116 (1977).

[2] M. Tragtenberg, Cad. Cat. Ens. Fis. **3**, 26 (1986).

[3] A.V. Andrade-Neto, Caderno de Física da UEFS **13**, 1405 (2015).

[4] N. Dias, L. Antunes, F. Teixeira, M. Schneider, Revista Rascunhos - Caminhos da Pesquisa em Artes Cênicas **4**, 47 (2017).