



simulando o arco-íris

Paulo C. Vargas Júnior, Jefferson A.R. Cunha, Ivo A. Marques# 

Universidade Federal de Goiás, Instituto de Física, Goiânia, GO, Brasil.

Palavras-chave

ensino de ciências
ensino de física
simulações computacionais
óptica geométrica
arco-íris

Resumo

O arco-íris é um fenômeno óptico que ocorre quando a luz solar, luz branca, é espalhada de uma forma particular por gotículas d'água, aproximadamente esféricas, em suspensão na atmosfera. No presente trabalho, desenvolvemos um programa de computador, o qual o nomeamos Bifrost, que simula o espalhamento da luz no arco-íris. O Bifrost possui distribuição livre e código fonte aberto, podendo ser baixado diretamente da internet ou solicitado por e-mail aos autores. Mostramos que os resultados do software Bifrost reproduzem com boa precisão as principais características do fenômeno óptico do arco-íris: a planaridade do trajeto dos raios no interior da gota esférica; o fato de o arco-íris ser um arco; a existência de um ângulo de espalhamento máximo para o arco-íris primário; o ângulo máximo do vermelho ser maior que o do violeta; a existência de um ângulo de espalhamento mínimo para o arco-íris secundário; o ângulo mínimo do vermelho ser menor que o do violeta; as larguras dos dois arcos e a existência da faixa escura de Alexandre. Esperamos que o material apresentado aqui venha a ser utilizado por professores de física em suas aulas e em demonstrações sobre o fenômeno do arco-íris, enfatizando as leis da óptica geométrica.

1. Introdução

O fenômeno do arco-íris sempre instigou a imaginação humana. Nos tempos antigos ele era imaginado como uma ligação entre o mundo terreno, dos homens, e o mundo celeste, dos deuses. Na mitologia grega, o arco-íris, ou arco de Íris, está relacionado à passagem da deusa grega Íris, a qual é a mensageira dos deuses [1]. Na mitologia nórdica, o arco-íris, ou ponte Bifrost, é o único acesso a

Asgard, que é a morada dos deuses [1]. Já na tradição hebraica, Deus criou o arco-íris, ou arco de Deus, como sinal de sua promessa de que nunca mais haverá um dilúvio para destruir a vida na Terra. Deus disse: “Eis o sinal da aliança que estabeleço entre mim e vós e todos os seres vivos que estão convosco, por todas as gerações futuras. Ponho meu arco nas nuvens, como sinal de aliança entre mim e a terra. Quando eu cobrir de nuvens a terra,

Nos tempos antigos o arco-íris era imaginado como uma ligação entre o mundo terreno, dos homens, e o mundo celeste, dos deuses

#Autor de correspondência. E-mail: ivo@ufg.br

Este é um artigo de acesso livre sob licença Creative Commons



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

aparecerá o arco-íris nas nuvens.”, Gênesis 9:12-14.

O arco-íris é um fenômeno óptico que ocorre quando a luz solar, luz branca, é espalhada de uma forma particular por gotículas (gotas muito pequenas) d'água, aproximadamente esféricas, em suspensão na atmosfera. A Fig. 1 mostra a fotografia do arco-íris que surgiu na região central da cidade de Goiânia, GO, no dia 23 de fevereiro de 2020. Na foto, vemos o arco-íris primário, o mais nítido, e o secundário, o mais tênue. Vemos também que a região do céu à direita do arco primário é mais clara do que o resto e que a região entre os dois arcos é a parte mais escura do céu. Essa região é conhecida como faixa escura de Alexandre, em homenagem ao filósofo grego Alexandre de Afrodísias, que a descreveu no início do século III [2]. Convém destacar que a ordem das cores dos dois arcos é invertida; no primário vemos azul, verde, amarelo, laranja e vermelho. Já no secundário, a ordem é vermelho, laranja, amarelo, verde e azul.

O físico inglês Isaac Newton, em seu artigo de 1672 [3], com o uso de experimentos de dispersão da luz por prismas, demonstrou que a luz branca é uma composição contínua de várias cores, que seriam então cores fundamentais. Dessa maneira, ele introduziu o conceito de espectro da luz branca. Tomando por base sua teoria sobre a luz e as cores, Newton foi a primeira pessoa a explicar corretamente o fenômeno do arco-íris [4]. Resumidamente, o arco-íris primário surge devido aos raios de luz solar que refratam para dentro das gotículas d'água, pela metade superior, e então sofrem uma reflexão interna e uma refração, saindo da gotícula. Por outro lado, o arco-íris secundário surge devido aos raios de luz solar que refratam para dentro das gotículas d'água, pela metade inferior, e então sofrem duas

As simulações computacionais têm se mostrado uma ferramenta auxiliar de grande valia para o processo de ensino/aprendizagem de ciências

reflexões internas e uma refração, saindo da gotícula. Em cada reflexão interna, uma parte da luz é simplesmente refratada para fora da gotícula, não indo em direção ao observador, fazendo com que o arco-íris primário seja mais intenso que o secundário. Atualmente, a descrição teórica detalhada do arco-íris já é bem conhecida na literatura [5-7]; assim, não é objetivo do presente trabalho refazer tal descrição.

A óptica geométrica (OG) é o ramo da física que estuda a luz a partir da descrição de raios luminosos, ou seja, que toma por base a propagação retilínea da luz. Dentre os vários fenômenos explicados no contexto da OG a formação do arco-íris merece destaque especial, tanto por ser um tópico que cativa a curiosidade dos alunos, quanto por usar vários conceitos da OG na descrição do fenômeno, como reflexão, refração, dispersão e lei de Snell/Descartes [7]. Muitas vezes, as aulas de OG são ministradas apenas por meio do modelo tradicional, de forma expositiva em lousa. De forma geral, tal condução não é suficiente para superar as dificuldades inerentes ao processo de ensino/aprendizagem de tópicos que envolvem abstrações, como, por exemplo, o uso de diagramas bidimensionais para representar situações tridimensionais, não sendo às vezes tangível à compreensão do aluno. Assim, o desenvolvimento de material pedagógico para auxiliar o professor em suas aulas é fundamental para melhorar a eficiência do processo de ensino/aprendizagem de óptica geométrica, bem como de ciências como um todo.

Nos últimos anos, as simulações computacionais têm se mostrado uma ferramenta auxiliar de grande valia para o processo de ensino/aprendizagem de ciências, particularmente no ensino da física. Como exemplo, podemos citar o software para simular os fenômenos de interferência e difração desenvolvido por Maurer [8], o desenvolvimento de uma hipermídia de tópicos de óptica por Heckler e cols. [9], o uso da simulação computacional no ensino do efeito fotoelétrico por Cardoso e Dickman [10], dentre outros. Assim, o desenvolvimento de simulações computacionais, como material didático auxiliar para o uso em ambiente de ensino aparece como uma opção para a melhora do processo de ensino/aprendizagem. Desse modo, talvez seja possível apresentar os fenômenos físicos de modo mais tangível ao aluno.

O presente trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de um programa de computador que faça simulações computacionais do fenômeno óptico de dispersão da luz branca por gotículas d'água, simulando assim o arco-íris. Para tanto, utilizamos a linguagem de programação C para desenvolver o software de simulação, o qual nomeamos Bifrost. Com o software Bifrost, em conjunto com o software GnuPlot, obtivemos imagens e gifs animados representativos para os



Figura 1 - Fotografia do arco-íris que surgiu na região central da cidade de Goiânia - GO, no dia 23 de fevereiro de 2020. Cortesia do Prof. Renato B. Pontes (IF/UFG).

principais aspectos físicos relativos à formação do arco-íris. Almejamos que o material apresentado aqui venha a ser utilizado por professores de física em suas aulas e em demonstrações sobre o fenômeno do arco-íris de forma geral, enfatizando as leis da óptica geométrica envolvidas. Assim, esperamos contribuir para a melhoria do ensino de ciências.

2. Metodologia

O programa Bifrost foi desenvolvido utilizando a linguagem de programação C. Para gerar as imagens em si, de posse dos dados da simulação, utilizamos o software livre de produção gráfica Gnuplot, ou seja, para que o programa funcione corretamente é necessário que o Gnuplot seja previamente instalado. A interface gráfica foi desenvolvida com o auxílio do conjunto de ferramentas gráficas GTK (versão 3.0), a qual possui o software livre Glade para a edição e visualização das janelas criadas. A Fig. 2 mostra a janela de controle do Bifrost.

A janela de controle do software Bifrost é em grande medida autoexplicativa, mas, em linhas gerais, os principais pontos são:

- “Número de Dimensões” - Indica se a simulação será realizada com uma gota circunferencial (em duas dimensões, 2D) ou esférica (em três dimensões, 3D);
- “Esquema de Cores” - Escuro ou Claro;
- “Raio da Gota” - Parâmetro constante, apenas para referência;
- “Número de Raios” - Quantos raios de luz serão simulados. Valor máximo 99;
- “Disposição dos Raios” - H-superior: raios igualmente espaçados incidindo apenas no hemisfério superior da gota. H-inferior: raios igualmente espaçados inci-

dindo apenas no hemisfério inferior da gota. Integral: raios igualmente espaçados incidindo na gota inteira. Manual: especificação manual, caixas de controle à direita, do ponto de início de cada raio;

- “Coordenadas do Raio Incidente” - X: indica de quão longe da gota o raio incidente partirá (deve ser menor do que -100). Y: altura de incidência, indica a coordenada vertical do ponto de partida do raio incidente (deve ser maior ou igual a -100 e menor ou igual a 100). Z: indica a terceira coordenada do ponto de partida do raio incidente (deve ser maior ou igual a -100 e menor ou igual a 100). A partir do ponto inicial, o raio incidente seguirá paralelo ao eixo X até atingir a gota;
- “Número de Reflexões” - Se simularemos apenas uma ou duas reflexões internas;
- “Cor do Raio” - Temos quatro opções de cor para os raios: Branco, Violeta, Amarelo e Vermelho. Para o programa, representativamente, Branco significa Violeta, Amarelo e Vermelho ao mesmo tempo, ou seja, as duas cores dos extremos do espectro visível mais uma cor no “meio” do espectro;
- “Ângulo de Espalhamento” - Se será, ou não, mostrado o valor do ângulo de espalhamento raio a raio. O ângulo Δ , ou ângulo de espalhamento, é o ângulo entre a direção do raio que emerge pelo meio da gota (ou seja, na mesma direção dos raios incidentes, mas em sentido oposto a eles) e a direção do raio emergente em questão [7];
- “Animar Desenho da Gota” - Opção utilizada apenas em conjunto com o botão “Gerar Animação GIF”.

Por questões didáticas, para não “poluir” as imagens, consideramos nas simulações que a luz branca é composta por apenas três cores fundamentais: violeta, amarelo e vermelho. Seguindo essa padronização, as simulações com luz monocromática serão realizadas também apenas para essas três cores. Lembremos que a cor violeta está no limite de altas frequências do espectro visível, ao passo que a cor vermelha está no limite de baixas frequências e a cor amarela está a “meio termo”, ou seja, essas três cores representam os extremos e o “centro” do espectro da luz visível. A Tabela 1 apresenta os índices de refração para as três cores utilizadas no trabalho. Os valores foram calculados a partir do relatório R9-97 da “The International Association for the Properties of Water and Steam” (IAPWS) [11, 12], considerando a temperatura de 25 °C e a densidade de 0,9970480 g/cm³ para a água das gotículas. Devemos

Consideramos nas simulações que a luz branca é composta por apenas três cores fundamentais: violeta, amarelo e vermelho

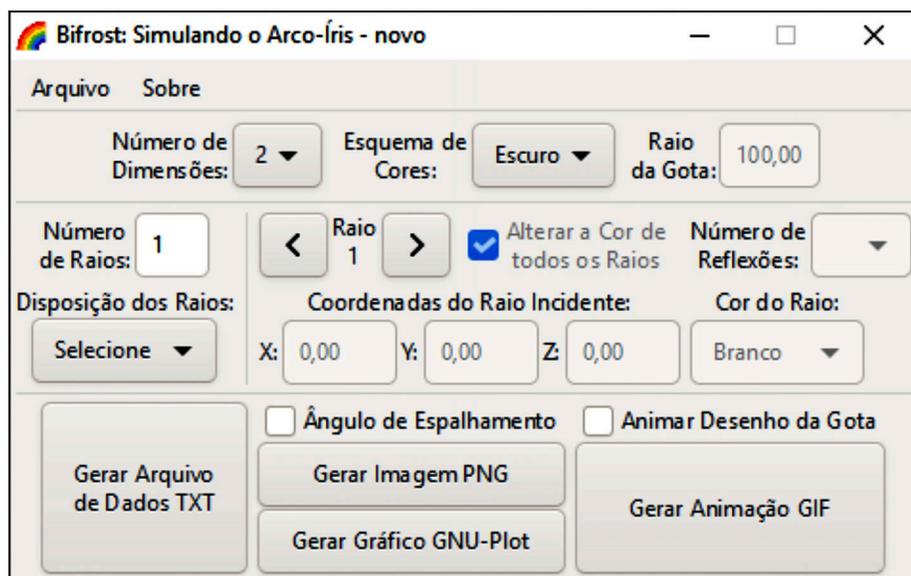


Figura 2 - Janela de controle do software Bifrost.

Tabela 1: Comprimentos de onda e respectivos índices de refração para a água a 25 °C e densidade de 0,9970480 g/cm³, calculados a partir do relatório R9-97 da IAPWS.

Cor	Comprimento de onda	Índice de refração
Violeta	400 nm	1,3430
Amarelo	580 nm	1,3342
Vermelho	700 nm	1,3311

mencionar que, a fim de melhorar o efeito visual das imagens geradas pelo Bifrost, optamos por usar a cor azul para representar a cor violeta.

Convém destacar que o Bifrost possui distribuição livre e código fonte aberto, podendo ser baixado diretamente da internet ou solicitado por e-mail aos autores do trabalho. O programa possui duas versões, uma destinada ao sistema operacional Windows (versão 7.0 ou superior) e outra destinada às distribuições Linux. Em sua versão para Windows, a distribuição do programa dá-se por meio de um pacote instalador único, que traz consigo todos os arquivos e estruturas de diretórios para a interface gráfica, bem como os arquivos de biblioteca de vínculo dinâmico (DLL, de *Dynamic-Link Library*) necessárias à execução do software. A versão para as distribuições Linux, por outro lado, é um tanto mais simples, sendo distribuída através de um pacote compactado contendo os arquivos e estruturas de diretórios para a interface gráfica, bem como o programa em si, necessitando apenas que o usuário o torne “executável” através do comando: “`chmod +x bifrost`”. Por fim, também as imagens presentes no artigo, e os respectivos gifs animados, podem ser baixados da internet ou solicitados por e-mail.

3. Resultados

Primeiramente, analisaremos o espalhamento de apenas um raio incidente, contido no plano XZ, de luz monocromática (vermelha) por uma gota d’água esférica. Consideraremos que esse raio entra pela parte superior da gota e sofre uma ou duas reflexões internas, Figs. 3A e 3B, respectivamente. A Fig. 3 mostra o fenômeno visto ao longo das três direções principais. Na situação com apenas uma reflexão, Fig. 3A, o raio emerge para

“baixo”, em direção a um observador no chão. Já na situação com duas reflexões, Fig. 3B, o raio emerge para “cima”. Vemos que embora os raios sejam espalhados por uma esfera, o trajeto do raio no interior da gotícula está contido em uma circunferência, caracterizando um fenômeno essencialmente bidimensional. A planaridade do trajeto do raio está de acordo com a primeira lei da óptica geométrica, a qual diz que o raio incidente, o raio refletido, o raio refratado e a normal são coplanares [7]. Ao refazer o experimento acima,

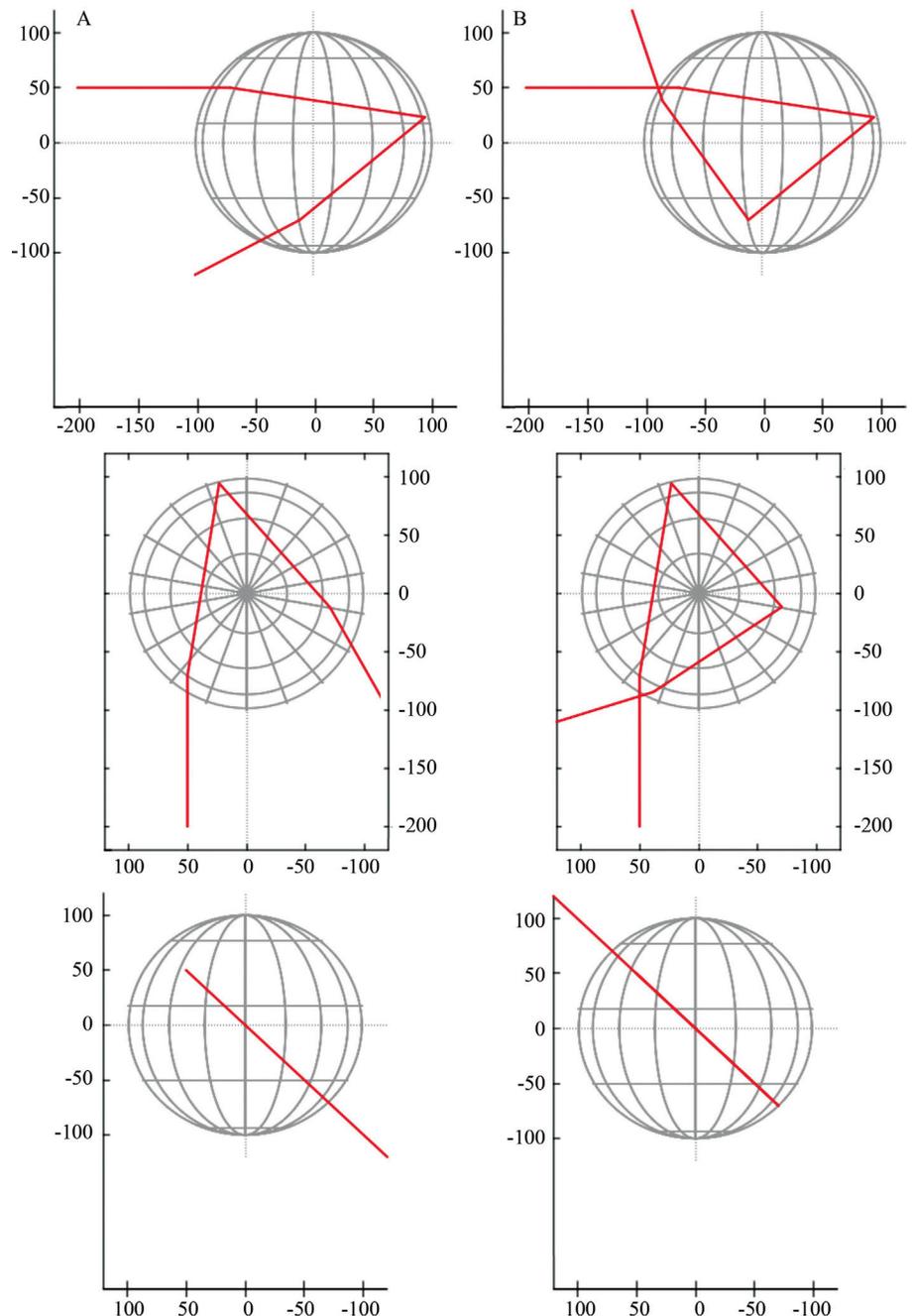


Figura 3 - Espalhamento da luz monocromática (vermelha) por uma gota d’água esférica, visto ao longo das três direções principais. (A) Situação com apenas uma reflexão interna e (B) Situação com duas reflexões internas.

com o Bifrost, para raios que atingem a gota em outras posições, obtemos sempre o mesmo comportamento, ou seja, o espalhamento da luz por gotas d'água esféricas é, em essência, um fenômeno bidimensional. Além disso, devido à simetria esférica da gota, o plano que contém o trajeto da luz poderá sempre ser associado ao plano XZ rotacionado por um determinado ângulo em torno do eixo X, o que explica o fato de o arco-íris ser um arco.

Visto que o arco-íris é essencialmente um fenômeno bidimensional, passaremos agora a estudar o espalhamento de luz por gotas circunferenciais, bidimensionais (2D). Consideremos dois raios incidentes de luz branca, um entrando pela parte superior e o outro pela parte inferior, para o caso de uma reflexão interna, Fig. 4A, e duas reflexões internas, Fig. 4B. Na situação de apenas uma reflexão, o raio que entra pela parte superior emerge para “baixo”, ao passo que o que entra pela parte inferior emerge para “cima”. Assim, pensando no fenômeno do arco-íris padrão, visto por uma pessoa no chão, percebemos que, para os raios que sofrem apenas uma reflexão interna, apenas os raios que entram pela metade superior contribuem para o fenômeno. Já na situação de duas reflexões, o raio que entra pela parte superior emerge para “cima”, ao passo que o que entra pela parte inferior emerge para “baixo”. Assim, nesse caso, para os raios que sofrem duas reflexões internas, apenas os raios que entram pela metade inferior contribuem para o fenômeno, como visto por uma pessoa em terra. Assim, o dito arco-íris primário será gerado pelos raios que entram na gotícula pela metade superior da gota e que internamente sofrem apenas uma reflexão. Já o dito arco-íris secundário será formado a partir dos raios que entram pela metade inferior da gotícula e sofrem duas reflexões internas. Em cada refle-

O espalhamento da luz por gotas d'água esféricas é, em essência, um fenômeno bidimensional

xão interna, uma parte da luz é simplesmente refratada para fora da gotícula; isso faz com que o arco-íris secundário seja mais tênue que o primário.

Analisaremos agora a situação com 60 raios monocromáticos (vermelho) incidentes para o arco-íris primário, ou seja, 60 raios incidindo pela metade superior e sofrendo apenas uma reflexão interna, Fig. 5A. Vemos que os raios emergentes não são espalhados em todas as direções, existe um ângulo de espalhamento máximo. De forma similar, com 60 raios monocromáticos (vermelho) incidentes para o arco-íris secundário, ou seja, 60 raios incidindo pela metade inferior e sofrendo duas reflexões internas, Fig. 5B, também vemos que os raios emergentes não são espalhados em todas as direções. Nesse caso, existe um ângulo de espalhamento mínimo. Em ambos os casos, percebemos que há uma densidade maior de raios emergentes próximo ao valor-limite do ângulo de espalhamento.

Com a opção “Ângulo de Espalhamento” do Bifrost é possível obter os ângulos Δ para todos os raios espalhados. A Fig. 6 mostra o gráfico do ângulo de espalhamento, Δ , em função do ângulo de incidência, Φ , para os 60 raios da Fig. 5, tanto para o arco-íris primário quanto para o secundário. Vemos que para o arco-íris primário o valor máximo do ângulo de espalhamento é $42,4^\circ$, e que para o secundário o valor mínimo do ângulo de espalhamento é $50,4^\circ$. Assim, temos uma região entre esses dois valores-limites em que não há luz espalhada, sendo então essa parte do céu mais escura do que sua vizinhança. Tal região é justamente a dita faixa escura de Alexandre [7].

Na Fig. 7, mostramos a situação com apenas 3 raios monocromáticos (vermelho) em torno do valor-limite do ângulo Δ , ângulo de espalhamento. Para o arco-íris primário, Fig. 7A, o Raio 1 possui Altura de Incidência

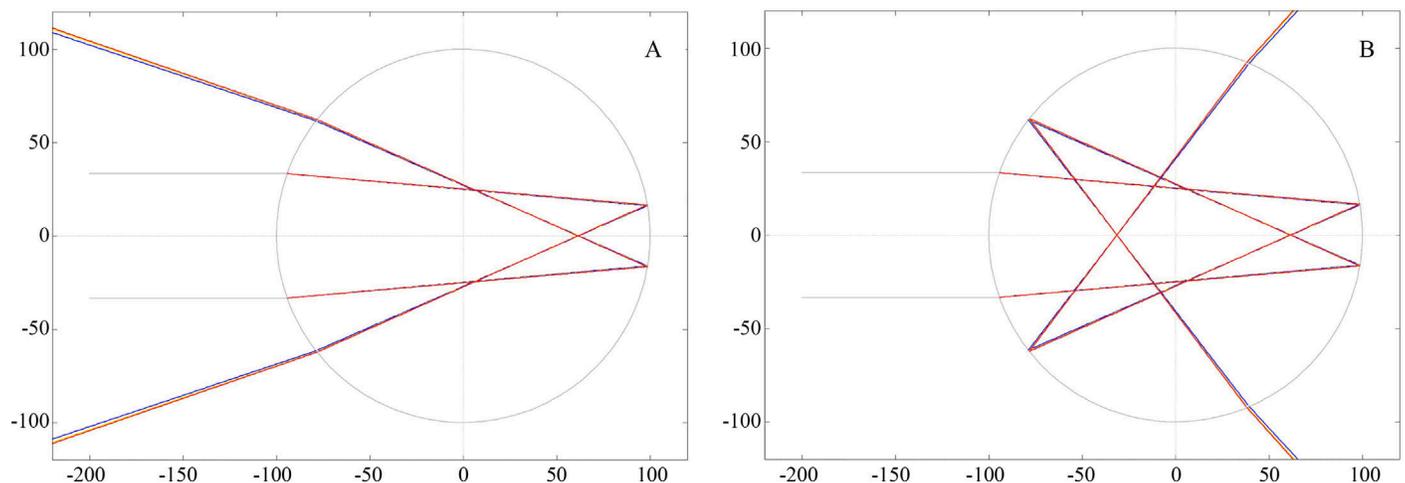


Figura 4 - Espalhamento de dois raios de luz branca por uma gota circunferencial, um entrando pela parte superior e o outro pela inferior. (A) Situação com apenas uma reflexão interna e (B) Situação com duas reflexões internas.

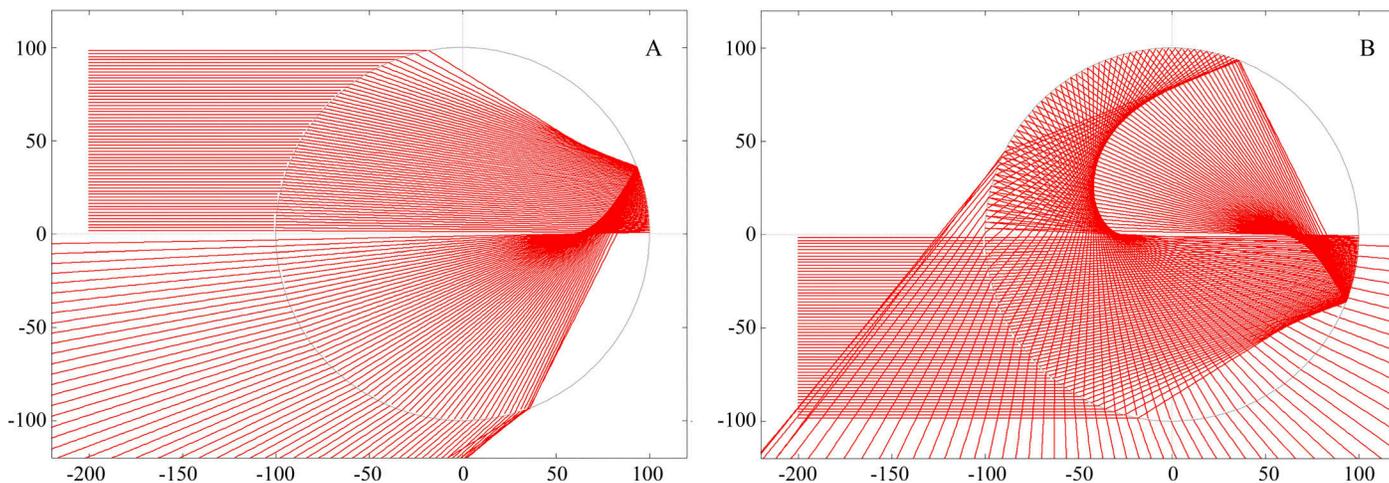


Figura 5 - Espalhamento de 60 raios monocromáticos (vermelho) incidentes. (A) Arco-íris primário e (B) Arco-íris secundário.

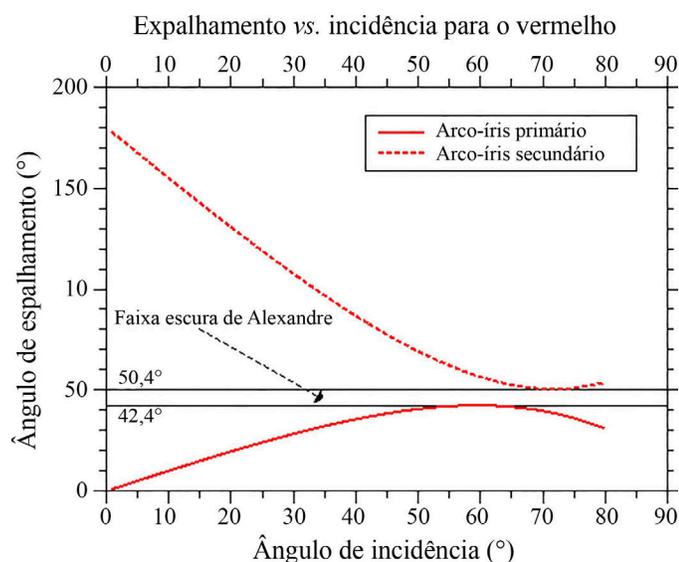


Figura 6 - Ângulo de espalhamento em função do ângulo de incidência para os 60 raios da Fig. 5, tanto para o arco-íris primário quanto para o secundário.

74,0 ($\Phi = 47,7^\circ$), o Raio 2 possui Altura de Incidência 86,3 ($\Phi = 59,7^\circ$) e o Raio 3 possui Altura de Incidência 98,0 ($\Phi = 78,5^\circ$). Neste momento, convém destacar que a relação entre a Altura de Incidência e o ângulo de incidência, Φ , vem diretamente de uma relação trigonométrica simples, sendo o ângulo de incidência dado pela função arco seno do módulo da Altura de Incidência dividido por 100 (Raio da gota). Do Raio 1 ao Raio 2 o aumento na Altura de Incidência leva ao aumento do ângulo de espalhamento, de $39,64^\circ$ para $42,36^\circ$, mas do Raio 2 ao Raio 3 o efeito é contrário, levando a uma diminuição de $42,36^\circ$ para $32,60^\circ$. Visualmente, vemos, na Fig. 7A, que o Raio Emergente 3 cruza o Raio Emergente 2, indicando que, de fato, após o valor-limite os raios voltam a emergir em ângulos menores.

A largura angular do arco-íris primário será de $1,7^\circ$, valor em pleno acordo com o observado

Para o arco-íris secundário, Fig. 7B, o Raio 1 possui Altura de Incidência $-91,0$ ($\Phi = 65,5^\circ$), o Raio 2 possui Altura de Incidência $-95,0$ ($\Phi = 71,8^\circ$) e o Raio 3 possui Altura de Incidência $-99,0$ ($\Phi = 81,9^\circ$). Do Raio 1 ao Raio 2 o aumento no módulo da Altura de Incidência leva à diminuição do ângulo de espalhamento, de $52,23^\circ$ para $50,39^\circ$, mas do Raio 2 ao Raio 3 o efeito é contrário, levando a um aumento de $50,39^\circ$ para $55,48^\circ$. Visualmente, vemos na Fig. 7B, que o Raio Emergente 3 cruza os Raios Emergentes 1 e 2, indicando que, de fato, após o valor-limite os raios voltam a emergir em ângulos maiores.

A Fig. 8 mostra o gráfico do ângulo de espalhamento, Δ , em função do ângulo de incidência, Φ , para 60 raios do arco-íris primário, para o vermelho e para o violeta. Vemos que o valor máximo do ângulo de espalhamento para o vermelho é $42,4^\circ$, ao passo que para o violeta é $40,7^\circ$. Como há uma densidade maior de raios próximo ao ângulo-limite, teremos que essa diferença dará origem às cores características do arco-íris primário. Sendo o ângulo máximo para o vermelho maior do que para o violeta, a cor vermelha aparecerá mais alta no céu. Assim, a ordem das cores será violeta, amarelo e vermelho. Além disso, como vermelho e violeta são as cores dos extremos do espectro visível, teremos que a largura angular do arco-íris primário será de $1,7^\circ$, valor em pleno acordo com o observado [7].

A Fig. 9 mostra o gráfico do ângulo de espalhamento, Δ , em função do ângulo de incidência, Φ , para 60 raios do arco-íris secundário, para o vermelho e para o violeta. Vemos que o valor mínimo do ângulo de espalhamento para o vermelho é $50,4^\circ$, ao passo que para o violeta é $53,5^\circ$. Novamente, como há uma densidade maior de raios próximo ao ângulo-limite, teremos que essa diferença dará origem às cores características do arco-íris secundário. Sendo o ângulo mínimo para o vermelho menor do que para o violeta, a cor vermelha

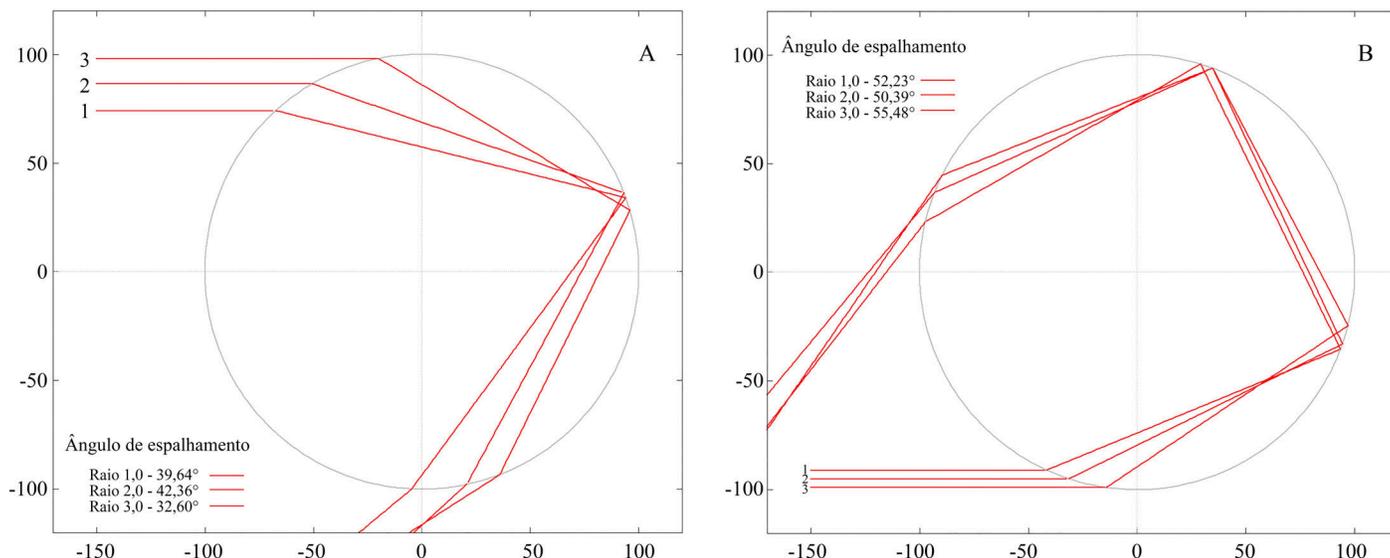


Figura 7 - Espalhamento de apenas 3 raios monocromáticos (vermelho) em torno do valor-limite do ângulo Δ , ângulo de espalhamento. (A) Arco-íris primário e (B) Arco-íris secundário.

aparecerá mais baixa no céu. Assim, a ordem das cores será vermelho, amarelo e violeta, na sequência contrária ao observado para o arco-íris primário. Teremos que a largura angular do arco-íris secundário será de $3,1^\circ$, quase o dobro da largura angular do primário, valor também em pleno acordo com o observado [7].

Por fim, trazemos o espalhamento de 99 raios de luz branca para o arco-íris primário, Fig. 10A, e para o secundário, Fig. 10B. Destacamos que os resultados do software Bifrost reproduzem com boa precisão as principais características do fenômeno óptico do arco-íris: a planaridade

A largura angular do arco-íris secundário será de $3,1^\circ$, quase o dobro da largura angular do primário

do trajeto dos raios no interior da gota esférica; o fato de o arco-íris ser um arco; a existência de um ângulo de espalhamento máximo para o arco-íris primário; o ângulo máximo do vermelho ser maior que o do violeta; a existência de um ângulo de espalhamento mínimo para o arco-íris secundário; o ângulo mínimo do vermelho ser menor que o do violeta; as larguras dos dois arcos e a existência da faixa escura de Alexandre. Assim, podemos afirmar que os resultados apresentados aqui corroboram a confiabilidade do software Bifrost para a produção de material didático auxiliar para as aulas de óptica geométrica.

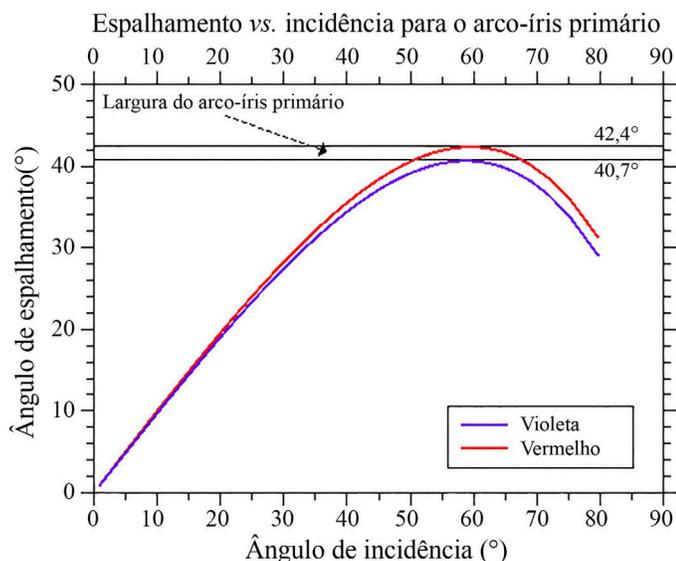


Figura 8 - Ângulo de espalhamento em função do ângulo de incidência para 60 raios do arco-íris primário, para o vermelho e para o violeta.

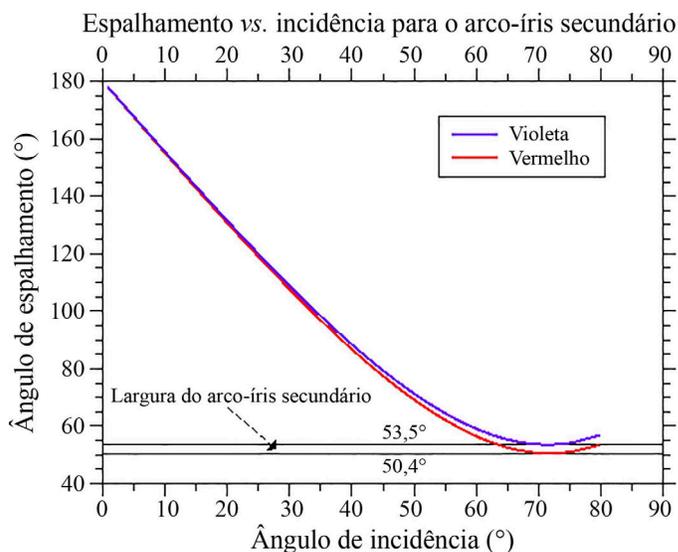


Figura 9 - Ângulo de espalhamento em função do ângulo de incidência para 60 raios do arco-íris secundário, para o vermelho e para o violeta.

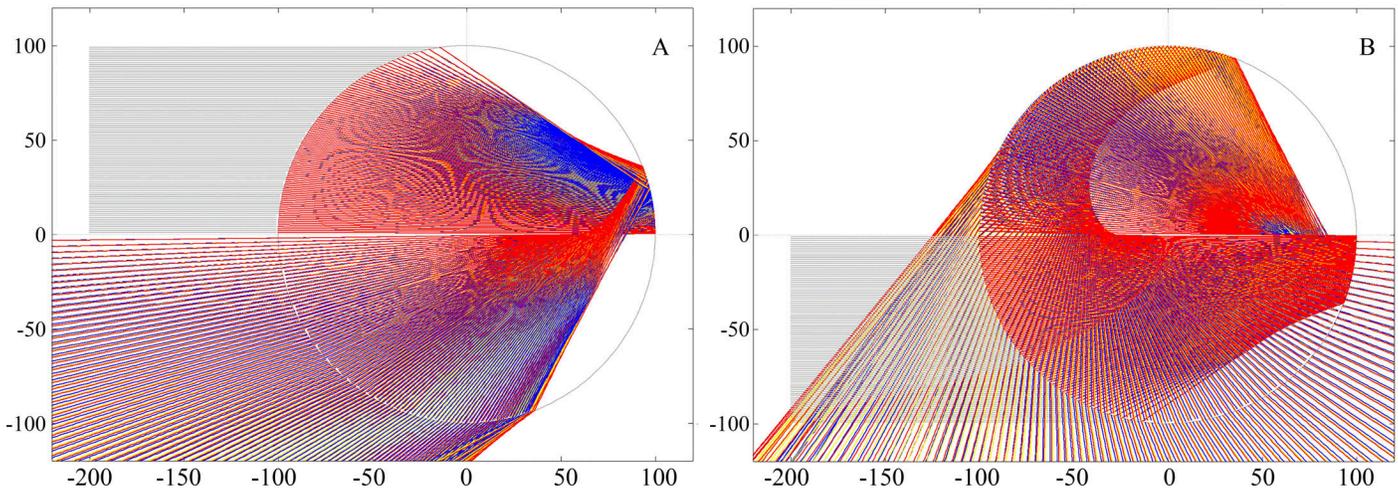


Figura 10 - Espalhamento de 99 raios de luz branca. (A) Arco-íris primário e (B) Arco-íris secundário.

4. Conclusão

No presente trabalho, desenvolvemos um programa de computador, o qual o nomeamos Bifrost, para simular o fenômeno óptico da dispersão da luz branca por gotículas d'água, simulando assim o fenômeno físico do arco-íris. Para tanto, utilizamos a linguagem de programação C. Destacamos que o Bifrost possui distribuição livre e código-fonte aberto, podendo ser baixado diretamente da internet ou solicitado por e-mail aos autores do trabalho. Também as imagens presentes no artigo, e os respectivos gifs animados, podem ser baixados da internet ou solicitados por e-mail. Lembramos que para que o programa funcione corretamente é necessário que o software Gnuplot seja previamente instalado.

Primeiramente, utilizamos o Bifrost para analisar o espalhamento de raios de luz monocromática por gotas d'água esféricas, Fig. 3. Embora os raios sejam espalhados por uma esfera, vimos que o trajeto do raio no interior da gotícula está contido em uma circunferência, ou seja, o espalhamento da luz por gotas d'água esféricas é, em essência, um fenômeno bidimensional. Além disso, devido à simetria esférica da gota, o plano que contém o trajeto da luz poderá sempre ser associado ao plano XZ rotacionado por um determinado ângulo em torno do eixo X, o que explica o fato de o arco-íris ser um arco.

Em seguida passamos a analisar gotas circunferenciais, bidimensionais (2D). Mostramos então que o arco-íris primário é gerado pelos raios que entram na gotícula pela metade superior e que internamente sofrem apenas uma reflexão, Fig. 4A, ao passo que o arco-íris secundário é formado a partir dos raios que entram pela metade inferior e sofrem duas reflexões internas, Fig. 4B. Em cada reflexão interna uma parte da luz é simplesmente refratada para fora da gotícula, o que faz com que o arco-íris secundário seja mais tênue.

O Bifrost possui distribuição livre e código-fonte aberto, podendo ser baixado diretamente da internet

Analisando a situação com vários raios monocromáticos incidentes para o arco-íris primário, Fig. 5A, mostramos que os raios emergentes não são espalhados em todas as direções, existe um ângulo de espalhamento máximo. De forma similar, com vários raios monocromáticos incidentes para o arco-íris secundário, Fig. 5B, mostramos que os raios emergentes também não são espalhados em todas as direções. Nesse caso, existe um ângulo de espalhamento mínimo. Em ambos os casos percebemos que há uma densidade maior de raios emergentes próximo aos valores-limites do ângulo de espalhamento. Graficamente, Fig. 6, mostramos que existe uma região, a dita faixa escura de Alexandre, onde não há luz emergente. Na Fig. 7, exemplificamos os comportamentos dos raios que são espalhados próximos aos ângulos-limites.

Para o arco-íris primário, Fig. 8, mostramos que o valor máximo do ângulo de espalhamento para o vermelho é $42,4^\circ$, ao passo que para o violeta é $40,7^\circ$. Como há uma densidade maior de raios próximo ao ângulo-limite, teremos que essa diferença dará origem às cores características do arco-íris primário. Sendo o ângulo máximo para o vermelho maior do que para o violeta, a cor vermelha aparecerá mais alta no céu. Para o arco-íris secundário, Fig. 9, mostramos que o valor mínimo do ângulo de espalhamento para o vermelho é $50,4^\circ$, ao passo que para o violeta é $53,5^\circ$. Novamente, como há uma densidade maior de raios próximo ao ângulo-limite, teremos que essa diferença dará origem às cores características do arco-íris secundário. Sendo o ângulo mínimo para o vermelho menor do que para o violeta, a cor vermelha aparecerá mais baixa no céu. Por fim, ilustramos o espalhamento de vários raios de luz branca para o arco-íris primário, Fig. 10A, e para o secundário, Fig. 10B.

Destacamos que os resultados do software Bifrost reproduzem com boa precisão as principais caracterís-

ticas do fenômeno óptico do arco-íris: a planaridade do trajeto dos raios no interior da gota esférica; o fato de o arco-íris ser um arco; a existência de um ângulo de espalhamento máximo para o arco-íris primário; o ângulo máximo do vermelho ser maior que o do violeta; a existência de um ângulo de espalhamento mínimo para o arco-íris secundário; o ângulo mínimo do vermelho ser menor que o do violeta; as larguras dos dois arcos e a existência da faixa escura de Alexandre. Assim, podemos afirmar que os resultados apresentados aqui corroboram a confiabilidade do software

Bifrost para a produção de material didático auxiliar para as aulas de óptica geométrica.

Por fim, almejamos que o material apresentado aqui venha a ser utilizado por professores de física em suas aulas e em demonstrações sobre o fenômeno do arco-íris de modo geral, enfatizando as leis da óptica geométrica envolvidas. Dessa maneira, esperamos contribuir para a melhoria do ensino de ciências.

Recebido em: 22 de Abril de 2022

Aceito em: 17 de Novembro de 2022

Endereços de Internet

Instalador Bifrost (versão Windows) https://drive.google.com/file/d/14rFIWb_zwRat_BJAeY89xtGajs8_FhR4/view?usp=sharing

Instalador do GnuPlot 5.2.8 (versão Windows) <https://drive.google.com/file/d/1d71A1EeN4-NZ5uSQE7myO2jK3LSUVge/view?usp=sharing>

Instalador Bifrost (versão Linux) https://drive.google.com/file/d/111xDdSWXD_d1rydfXkEYz7egPlvqJLvM/view?usp=sharing

Imagens e gifs animados <https://drive.google.com/file/d/1BBmQuNN2DlCHHahkObmg2O2ac-e74VqY/view?usp=sharing>

Referências

- [1] T. Bulfinch, *O Livro de Ouro da Mitologia: Histórias de Deuses e Heróis*, tradução de David Jardim Júnior (Harper Collins: Rio de Janeiro, 2018).
- [2] M.A. Corradi, *Lettera Matematica: International Edition* **4**, 49 (2016).
- [3] C.C. Silva; R.A. Martins, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **18**, 313 (1996).
- [4] I. Newton, *Óptica*, Tradução: André Koch Torres Assis (São Paulo, Edusp, 2017).
- [5] A.V. Andrade-Neto, *Caderno de Física da UEFS* **13**, 1405.1 (2015).
- [6] H.M. Nussenzveig, *Scientific American* **236**, 116 (1977).
- [7] H.D. Young; R.A. Freedman, *Física IV: Ótica e Física Moderna*, Tradução: Daniel Vieira (São Paulo, Pearson, 2016), 14° ed.
- [8] L.N. Maurer, *Physics Education* **48**, 227 (2013).
- [9] V. Heckler; M.F.O. Saraiva; K.S.O. Filho, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **29**, 267 (2007).
- [10] S.O.O. Cardoso; A.G. Dickman, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* **29**, 891 (2012).
- [11] A.H. Harvey; J.S. Gallagher; J.M.H.L. Sengers, *Journal of Physical and Chemical Reference Data* **27**, 761 (1998).
- [12] The International Association for the Properties of Water and Steam (IAPWS). Relatório R9-97. Disponível em <http://www.iapws.org>
Acesso em: 23 de abril de 2021.