

Problemas Olímpicos

Solução dos problemas da XIV Olimpíada Internacional de Física – Bucareste, Romenia (1988)

1 Do gráfico vemos que a força tem magnitude de 10 N e está aplicada na direção de x positivos. No caso da partícula movendo-se na direção de x positivo, a força de atrito estará direcionada ao longo de x negativo. No caso oposto, a partícula deslocando-se na direção de x negativo a força de atrito apontará na direção de x positivo. Resulta para a descrição geral do movimento da partícula que $|v|$ a magnitude da velocidade da partícula continua decrescendo enquanto vai se refletindo nas paredes até que sua velocidade final seja nula. A partícula estará completamente parada em $x = 0$.

Do problema,

$$f(x) = -\frac{dU(x)}{dx} = -10 \Rightarrow U(x) = 10x + c$$

Escolhendo $U(x) = 0$ para $x = 0$, $\rightarrow U(x) = 10x$.

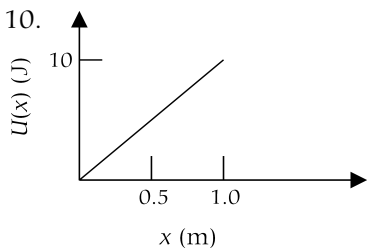
A energia perdida na forma de calor = energia potencial inicial + energia cinética inicial é

$$\vec{F} \cdot \vec{x} = 10x_0 + 10$$

Se s for a distância percorrida pela partícula até sua parada completa,

$$Fs = 10x_0 + 10$$

Substituindo $F = 1 \text{ N} \rightarrow s = 10x_0 + 10$.



Soluções do Número Anterior

A aceleração da partícula será $\vec{a} = \frac{1}{m} \left[\vec{F} - \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \right]$. O sinal de “-” na frente de $\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ indica que o atrito sempre está na direção oposta da direção de v .

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \left[-10\hat{x} - \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \right]$$

Da formula $v^2 = v_0^2 + 2ax$, sendo v a velocidade no tempo t , v_0 a velocidade inicial e x a distância da partícula medida a partir da origem, e

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = 10 J$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = 10 + \left[-10 - \frac{\vec{v} \cdot \hat{x}}{|\vec{v}|} \right] x$$

Se v for positivo, então $\frac{\vec{v} \cdot \hat{x}}{|\vec{v}|} = 1$ e

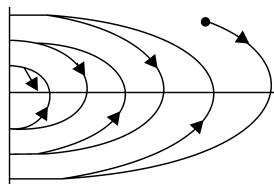
$$v^2 = \frac{1}{m} [20 - 11x] \quad (1)$$

Se v for negativo, então $\frac{\vec{v} \cdot \hat{x}}{|\vec{v}|} = -1$ e

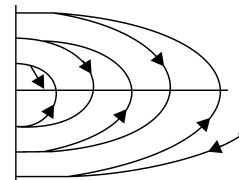
$$v^2 = \frac{1}{m} [20 - 9x] \quad (2)$$

Ou seja, se a partícula move-se se afastando da origem, a trajetória de v é uma parábola (Eq. 1), caso contrário a trajetória é dado pela Eq. (2).

A representação gráfica para um caso e para outro pode ser visto a seguir:



Partícula começa o movimento se afastando da origem



Partícula começa o movimento se aproximando da origem

2 a) A condição para que o raio de luz de comprimento de onda λ_0 , incidindo com qualquer ângulo em AB não seja refletido na superfície AC é

$$n_1 = n_2 \Rightarrow a_1 + b_1/\lambda_0^2 = a_2 + b_2/\lambda_0^2$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1}} = 500 \text{ nm} \quad \text{e também} \quad n_1 = n_2 = 1,5$$

Para a luz vermelha tendo um comprimento de onda de 500 nm os índices de refração n_1 e n_2 devem ser menores do que 1,5. De mesma forma para a luz azul tendo um comprimento de onda menor do que 600 nm, os índices de refração serão maiores do que 1,5.

A natureza da variação do índice de refração como função de $\Delta\lambda$ ao redor de λ_0 é:

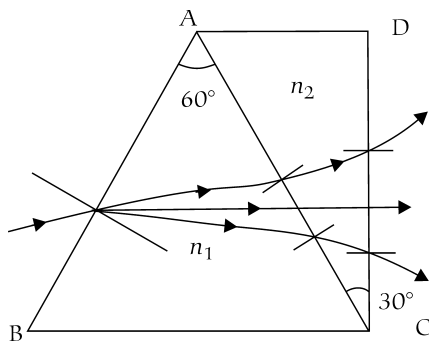
$$n_1 = a_1 + b_1/\lambda_1^2 \quad \text{e} \quad n_2 = a_2 + b_2/\lambda_2^2$$

Para a luz vermelha $\lambda_{\text{vermelha}} > \lambda_0$, $\Delta\lambda$ é positivo.

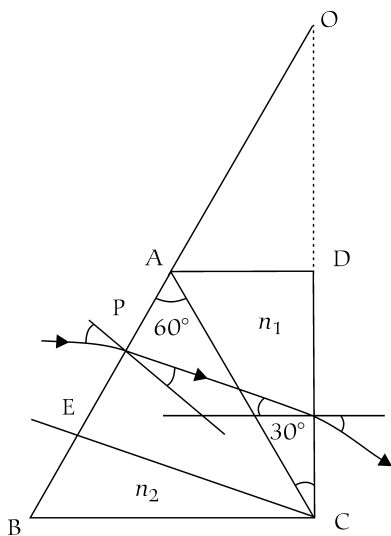
Para a luz azul $\lambda_{\text{azul}} < \lambda_0$, $\Delta\lambda$ é negativo.

Isto significa que o desvio da luz vermelha torna-se menor no primeiro prisma, mas aumenta no segundo, enquanto que o desvio da luz azul aumenta no primeiro prisma mas decresce no segundo.

b) A solução gráfica do problema é vista a seguir:



c) Para a luz de comprimento de onda λ_0 os dois prismas podem ser considerados como um único prisma uniforme. Prolongando os lados AB e CD, os mesmos irão se interceptar em O (veja figura abaixo).



Da lei de refração,
 $\text{sen } i = n_{\text{ar}} \text{ sen } r$

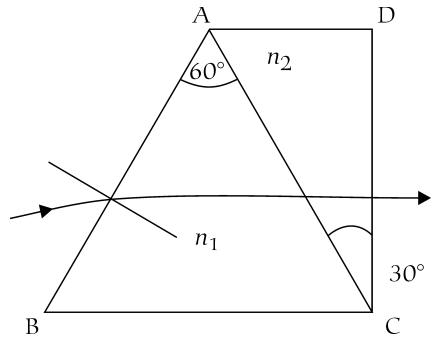
sendo i o ângulo de incidência no ar, r o ângulo de refração no prisma e n_{ar} o índice de refração relativo ao ar (luz viaja do ar para o prisma).

Da geometria,
 $r = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$

$\text{sen } i = 1.5 \text{ sen } 15 = 22^\circ 50'$,

$i - r = 6^\circ 10'$, e portanto o ângulo de mínimo desvio será $2(i - r) = 12^\circ 20'$.

d) A partir da geometria do problema, o raio incidente na direção de 30° paralelo a BC terá um ângulo de incidência de 30° e o raio refratado sairá do prisma na lado CD normal a CD (ângulo de refração no ar de 90°).



A partir da lei de refração no lado AB resulta

$$\text{sen } 30 = n_1 \text{ sen } r$$

em AC,

$$\text{sen } (60 - r) = n_2 \text{ sen } 30$$

Resolvendo para n_1 e n_2 resulta em

$$n_2^2 + n_2 + (1 - 3n_1^2) = 0.$$

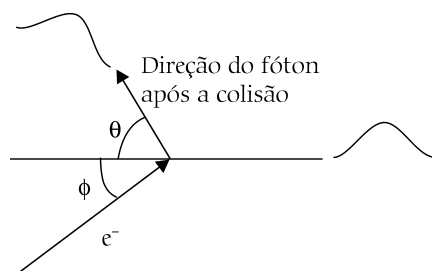
Substituindo os valores fornecidos pelo problema,

$$n_1 = 1,1 + 10^5/\lambda^2 \text{ e } n_2 = 1,3 + 0,5 \times 10^5/\lambda^2 \text{ resulta para } n_1 \text{ e } n_2$$

$$n_1^2 = 1,21 + 2,2 \times 10^5/\lambda^2 + 10^4/\lambda^4 \text{ e}$$

$$n_2^2 = 1,69 + 1,3 \times 10^5/\lambda^2 + 0,25 \times 10^4/\lambda^4 \text{ resolvendo as equações resultará } \lambda = 1,18 \mu\text{m}.$$

3 A colisão entre fóton e elétron em movimento resultando em um elétron em repouso somente é possível se o choque for frontal, mas não necessariamente ao longo da mesma linha de movimento. Na figura, o elétron se move na direção fazendo um ângulo ϕ com a direção inicial do fóton.



Após a colisão o fóton viaja fazendo um ângulo de 60° em relação a direção inicial. Do princípio de con-

servação de energia,

$$E + hv_0 = E_0 + hv_0' \quad (1)$$

sendo E a energia total mc^2 do elétron em movimento antes da colisão, m sua massa relativística, v_0 a frequência do fóton correspondente ao comprimento de onda λ_0 , v_0' a frequência do fóton após a colisão e correspondendo ao comprimento de onda λ_0' , $E_0 = m_0c^2$ a energia total do elétron no repouso.

Do princípio de conservação do *momentum*, aplicado ao longo da direção do movimento resulta em

$$\frac{h}{\lambda_0} \cos\theta + |p| \cos\phi = \frac{h}{\lambda_0'}$$

Normal a esta direção

$$\frac{h}{\lambda_0} \sin\theta = |p| \sin\phi,$$

sendo p o momento do elétron antes da colisão.

Lembrando que $E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$, e manipulando as equações acima resulta que

$$\lambda_0 - \lambda_0' = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta).$$

Isto implica que na primeira colisão o elétron doa energia para o fóton.

A segunda colisão tem um processo similar ao da primeira colisão. A mudança no comprimento de onda do fóton pode ser imediatamente escrita como segue:

$$\lambda_0 - \lambda_0' = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta).$$

Adicionando estas duas últimas equações resulta em

$$\lambda_0 = \lambda_0'' = 1,25 \times 10^{-10}.$$

Substituindo os valores nas equações acima, resulta finalmente em

$$p = \frac{h}{1,24 \times 10^{-10}}, \text{ e como } \lambda = h/p,$$

o comprimento de onda de de Broglie do primeiro elétron será:

$$\lambda = 1,24 \times 10^{-10} \text{ m}$$

Novos Problemas

1 Uma pequena coluna de ar de altura $h = 76$ cm é tampada por uma coluna de mercúrio através de um tubo vertical de altura $H = 152$ cm. A pressão atmosférica é de 10^5 Pa e a temperatura é de $T_0 = 17$ °C. Para qual temperatura T_1 deve o ar do tubo ser aquecido para remover todo o mercúrio do tubo?

Quantum
Março/Abril 1999

2 Um dipolo elétrico é feito de duas partículas de mesma massa m . As partículas estão co-

nectadas por uma barra rígida, sem peso, isolante de comprimento L . Cada partícula tem cargas elétricas $+Q$ e $-Q$. Este dipolo está rodando com uma velocidade angular no plano horizontal ao redor do eixo que passa pelo centro do dipolo. Em algum instante, um campo magnético vertical \mathbf{B} é aplicado. Descreva o movimento de estado estacionário do dipolo.

Quantum
Março/Abril 1999

3 Ao aumentarmos a temperatura do ar, este se torna menos denso. A velocidade do som no ar aumenta com o aumento da temperatura. Explique este aparente paradoxo.

4 Encontre a forma da superfície de um líquido, em um recipiente cilíndrico, que gira com velocidade angular constante em redor do eixo vertical.

Navegando na WEB



<http://www1.fis.uc.pt/museu/index.htm>

Sítio do Departamento de Física da Universidade de Coimbra, Portugal. Além do museu virtual, podemos conhecer um pouco mais sobre nossos colegas portugueses.

<http://gaelgrossman.tripod.com/sosf.html>

Um resumo e descrição de um curso de ciências da ficção científica. "Uma visão da ficção científica e alguma ciência por traz dela. Inclui uma pequena história da ficção científica e a ciência por traz dela bem como alguns dos maiores sub-ramos da ficção científica de modo a se poder ver o impacto nos vários campos da ciência".

<http://www.flinnsci.com/homepage/sindex.html>

Uma riqueza de materiais em laboratório e segurança química. Segurança em laboratórios de Química: artigos que auxiliam na segurança de armazenagem, uso, manipulação e dejetos dos laboratórios químicos. Informações que ajudam a criar as condições seguras de se montar um laboratório.

<http://www.tcaep.co.uk/science/index.html>

Neste sítio são fornecidos mais de 600 constantes físicas, e mais de 400 equações científicas, uma seção para as unidades no sistema internacional, conversões, tabela periódica

e muito mais.

<http://webbook.nist.gov>

O NIST Chemistry Webbook é um repositório extenso de dados físico-químicos. Entre eles existem mais de 7000 dados termoquímicos de compostos orgânicos e pequenos compostos inorgânicos, espectros de infravermelho, espectros de massa e dados termo físicos de vários fluidos.

<http://www.exploratorium.edu/marsrover>

Em colaboração com o Laboratório de Propulsão da NASA, o Exploratorium vem mostrando ao vivo imagens da superfície de Marte.