



# Problemas Olímpicos

## Soluções dos problemas do número anterior

**1** Esteira rolante. A aceleração da pessoa que sobe na 1ª esteira aumenta seu momento linear de 0 para  $Mv_1$ . Note que a pessoa que se move para a 2ª esteira não ganha nenhum momento da 1ª esteira porque este deixa a esteira perpendicularmente ao seu movimento. Assim, a força pedida pode ser expressa através do aumento do momento do sistema por unidade de tempo:  $F_1 = NMv_1 = 1600 \text{ N}$ . Similarmente, para a segunda esteira devemos conhecer o aumento da velocidade do passageiro após chegar da primeira esteira, que é metade do valor anterior. Assim,  $F_2 = NM(v_2 - v_1) = 800 \text{ N}$ .

**2** Célula solar. Sejam  $R_2 = 10R_1$  e  $R_3 = 100R_1$  as resistências dos resistores em série para as escalas de 10 V e 100 V, respectivamente. Seja  $\varepsilon$  a fonte de força eletromotriz da célula solar e  $r$  sua resistência interna. Assim, ao ligá-la em série nas diferentes condições, teremos

$$V_1 = \frac{\varepsilon}{r+R_1}R_1 = \frac{\varepsilon}{1+\frac{r}{R_1}}, \quad V_2 = \frac{\varepsilon}{1+\frac{r}{10R_1}} \quad \text{e}$$

$$V_3 = \frac{\varepsilon}{1+\frac{r}{100R_1}}.$$

Resolvendo o sistema de equações, resulta em  $V_3 \approx 3,6 \text{ V}$ .

**3** Circuito oscilante. Da figura, vemos que no diodo  $D_1$  a corrente elétrica flui somente da esquerda para a direita, e no diodo  $D_2$  ela flui somente para a esquerda. Portanto este circuito é oscilante com uma tensão constante que está sempre se opondo a corrente. No instante em que a corrente é nula, a tensão aplicada no capacitor tem seu valor máximo  $V_n$ , e, portanto, a carga  $q_n = CV_n$ . No meio ciclo seguinte o capacitor irá se descarregar e começará a ser novamente carregado, mas

com polaridade oposta. A corrente através de  $D_1$  realizará trabalho ao passar pela bateria. Após a recarga de meio ciclo, o capacitor terá uma carga  $q_{n+1}$ , e, portanto, a carga  $q_n + q_{n+1}$  irá passar através da bateria (note que a polaridade do capacitor muda durante este processo). Da conservação da energia

$$\frac{q_n^2}{2C} - \frac{q_{n+1}^2}{2C} = (q_n + q_{n+1})\varepsilon,$$

ou

$$V_n - V_{n+1} = 2\varepsilon.$$

Portanto, em meio ciclo a voltagem no capacitor irá cair de  $2\varepsilon = 3 \text{ V}$ . Este processo continuará até que a voltagem seja menor que  $\varepsilon = 1,5 \text{ V}$  e corrente, nula. Do problema, a voltagem final é de 1 V, e então a voltagem inicial no capacitor pode ser  $V_0 = 4 + 6n$ , com  $n = 0, 1, 2, \dots$  Como seria a solução se no último meio-ciclo a carga no capacitor diminuir de  $q_{n-1}$  para  $q_n$  sem mudar sua polaridade?

## Soluções dos problemas do volume 5, número 1

**1** Tubo vertical com uma coluna de ar tampada por uma coluna de mercúrio. A pressão inicial do ar no tubo é igual a pressão hidrostática da coluna de mercúrio ( $H - h = 76 \text{ cm}$ ) mais a pressão atmosférica. Das condições fornecidas, a pressão atmosférica é  $10^5 \text{ Pa} = 76 \text{ cm de mercúrio}$ . No início, portanto, a pressão dentro do tubo é aproximadamente o dobro da pressão atmosférica. Supomos que o deslocamento do mercúrio ocorra lentamente, de modo que o sistema esteja sempre em equilíbrio. Próximo do estado final, quando quase todo o mercúrio foi expelido do tubo, a pressão do ar será igual à pressão atmo-

sferica, ou seja, metade da pressão inicial. Sendo  $A$  a área da seção transversal do tubo, o volume do ar será  $HA$ , que é o dobro do volume inicial  $hA$ . De acordo com a lei dos gases ideais, a temperatura do ar no estado final deverá ser a mesma do estado inicial! Vemos, pois, que o mercúrio só irá ser expelido se o ar for aquecido. Conseqüentemente, considerar somente os estados inicial e final não é suficiente para resolver este aparente paradoxo. Primeiro devemos considerar como a temperatura no tubo deve mudar para produzir um deslocamento gradual da coluna de mercúrio supondo que o sistema esteja sempre em equilíbrio. Seja  $z$  a

altura da coluna de mercúrio em um dado instante. A pressão no tubo será  $P(z) = P_0 + \rho g(H - z)$ , sendo  $\rho$  a densidade do mercúrio e  $P_0$  a pressão atmosférica, que dos dados do problema vale  $P_0 = \rho gh/2$ . Como estamos supondo que o ar está em equilíbrio termodinâmico, o volume ocupado é  $Az$ , e através da equação dos gases ideais podemos escrever

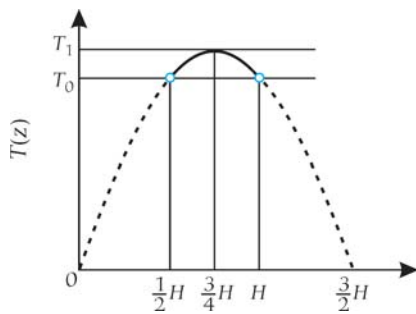
$$\frac{P(z)Az}{T(z)} = \frac{2P_0AH/2}{T_0},$$

sendo  $T_0$  a temperatura inicial,  $2P_0$  a pressão inicial e  $AH/2$  o volume inicial do ar no tubo. Manipulando estas equações

obtemos

$$T(z) = T_0 \frac{(3H - 2z)}{H^2} z.$$

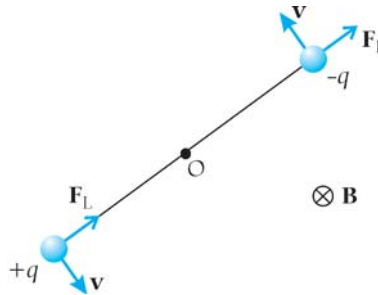
A figura mostra a dependência da temperatura com a altura  $z$ . O processo de expulsão do mercúrio corresponde a parte da parábola entre os pontos  $z = H/2$  e  $z = H$  (linha sólida). Portanto, para expulsar o mercúrio do tubo, o ar primeiramente deve ser aquecido até  $T_1$  e depois resfriado ao seu valor inicial  $T_0$ .



**2** Movimento de estado estacionário de um dipolo elétrico. Quando o campo magnético é ligado, cada partícula será afetada pela força de Lorentz (veja a figura) dirigida ao longo da barra e igual a  $F_L = qvB = q\omega LB/2$ . A força resultante no dipolo é  $F = 2F_L = q\omega LB$ . O valor desta força é constante, mas sua direção varia continuamente. O vetor  $\mathbf{F}$  roda com a barra com uma velocidade angular  $\omega$ . Desta forma, o centro do dipolo (o

ponto  $O$ ) também irá girar com a mesma velocidade angular  $\omega$  ao longo de um círculo de raio  $r$  que pode ser determinado pela segunda lei de Newton:

$$F = 2m\omega^2 r \Rightarrow r = \frac{qLB}{2m\omega}$$



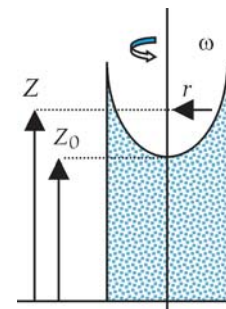
**3** Paradoxo da velocidade do som no ar. A velocidade do som de fato aumenta com a temperatura, variando com sua raiz quadrada:  $v_{som} \propto \sqrt{T}$ . Acontece que a velocidade do som não depende diretamente da densidade do ar. Repare que o quadrado da velocidade é diretamente proporcional à pressão (que assegura a força restauradora responsável pelas oscilações do gás) e inversamente proporcional à densidade do ar (que funciona como uma inércia). A velocidade do som é dada por  $v_{som} = \sqrt{B/\rho}$ , sendo  $\rho$  a densidade do meio e  $B$  o módulo de elasticidade volumar. No modelo dos gases ideais, o módulo de elasticidade volumar

é facilmente determinado, valendo  $B = -V \frac{\partial P}{\partial V} = P$  e, portanto,  $v_{som} = \sqrt{P/\rho}$ . Como a pressão é proporcional à densidade e à temperatura, a densidade do numerador é cancelada com a do denominador. Resta, portanto, somente a temperatura no numerador.

**4** Forma da superfície de um líquido em um recipiente que gira com velocidade angular constante. Quando a caneca gira uniformemente, a superfície do líquido atinge o equilíbrio sob a ação das forças gravitacional e centrífuga (quando visto no sistema de coordenadas girante). Resulta para a seção transversal uma forma parabólica dada por

$$Z(r, \omega) = Z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g},$$

sendo  $Z$  e  $r$  as coordenadas de um ponto na superfície do líquido e  $g$  a aceleração da gravidade.



## Novos problemas

(Selecionados da revista The Physics Teacher)

**1** Um garoto desliza por uma encosta de grama utilizando uma caixa de papelão e escorrega até parar ao longo de um terreno plano. Se um outro garoto também entrar na caixa, dobrando a quantidade de massa, e deslizar da mesma altura, a distância atingida será: a) menor, b) a mesma, c) o dobro, d) quatro vezes mais longe, e) nenhuma das anteriores. Discuta.

**2** Suponha que a altura de um pé de feijão na Terra dobre a cada dia, e em 36 dias atinja a Lua. Qual será o número de dias necessário para que o pé de feijão atinja a metade dessa distância?

**3** Compare o peso de uma bola de futebol com o peso do ar contido em uma geladeira vazia. Considere a temperatura da geladeira em  $0^\circ\text{C}$ .

**4** Um foguete é lançado a partir do chão com uma velocidade  $v$  e com ângulo de lançamento  $\theta$  com a horizontal. Nota-se que decorrido um tempo  $t$  (desconhecido) após o lançamento, a distância entre o foguete e o ponto de lançamento começa a decrescer. Determine  $t$ , desprezando a resistência do ar.