

**PROGRAMA MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL
EM ENSINO DE FÍSICA – MNPEF
POLO UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC - UFABC**

**O FENÔMENO DO BATIMENTO E O PRINCÍPIO DE
INDETERMINAÇÃO**

DEREK WILLIAN SEKI GAVA

Santo André – SP

2020



O FENÔMENO DO BATIMENTO E O PRINCÍPIO DE INDETERMINAÇÃO

DEREK WILLIAN SEKI GAVA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal do ABC no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador
Prof. Dr. Marcos Roberto da Silva Tavares

Santo André
Janeiro de 2020

O FENÔMENO DO BATIMENTO E O PRINCÍPIO DE INDETERMINAÇÃO

DEREK WILLIAN SEKI GAVA

Orientador

Prof. Dr. Marcos Roberto da Silva Tavares

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal do ABC no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física

Aprovada por:

Prof. Dr. Marcos R S Tavares (Presidente) -
CCNH - UFABC

Prof. Dr. Helio Dias - IEA - USP

Prof. Dr. Lucio Costa - CCNH - UFABC

Santo André
Janeiro de 2020

Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do ABC
Elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da UFABC
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

SEKI GAVA, DEREK WILLIAN

O fenômeno do batimento e o princípio de indeterminação / DEREK WILLIAN
SEKI GAVA. — 2020.

86 fls. : il.

Orientador: Marcos Roberto da Silva Tavares

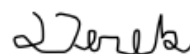
Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do ABC, Mestrado Nacional
Profissional em Ensino de Física - MNPEF, Santo André, 2020.

1. batimento. 2. indeterminação. 3. ondulatória. 4. fenômeno. 5.
princípio. I. Silva Tavares, Marcos Roberto da. II. Mestrado Nacional
Profissional em Ensino de Física - MNPEF, 2020. III. Título.

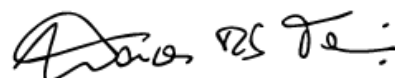
Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, de acordo com as observações levantadas pela banca no dia da defesa, sob responsabilidade única do(a) autor(a) e com a anuência do(a) orientador(a).

03 de junho de 2020

Assinatura do(a) autor(a):



Assinatura do(a) orientador(a):





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Fundação Universidade Federal do ABC
Av. dos Estados, 5001 - Bairro Santa Teresinha - Santo André - SP
CEP 09210-280 - Fone: (11) 4996-0017

FÓLHA DE ASSINATURAS

Assinaturas dos membros da Banca Examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato, DEREK WILLIAN SEKLJAVIA realizada em: 02 de Março de 2020:

Prof. Dr. HELIO DIAS
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Prof. Dr. LUCIO CAMPOS COSTA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

Prof. Dr. JOÃO CARLOS LOPES FERNANDES
INSTITUTO MALA DE TECNOLOGIA

Prof. Dr. MARCOS ROBERTO DA ROCHA GESUALDI
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

Prof. Dr. MARCOS ROBERTO DA SILVA TAVARES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC - Presidente

* Por ausência do membro titular, foi substituído pelo membro suplente descrito acima: nome completo, instituição e assinatura

Dedico esta dissertação à minha esposa.

Agradecimentos

Ao colégio Ranieri que permitiu que eu aplicasse meu produto.

Aos diretores Janaína e Kléber.

Aos coordenadores Cláudia e Erival.

Ao orientador Marcos R. S. Tavares que me ajudou muito no desenvolvimento desse trabalho.

Aos professores do programa do MNPEF, pólo UFABC.

À minha esposa pela compreensão, paciência e suporte.

À minha família pelo apoio.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de nível Superior (CAPES), código 001, e à Sociedade Brasileira de Física (SBF).

RESUMO

O FENÔMENO DO BATIMENTO E O PRINCÍPIO DE INDETERMINAÇÃO Derek Willian Seki Gava

Orientador:
Prof. Dr. Marcos R. Tavares

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal do ABC no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física

Neste trabalho apresentamos um produto educacional que trata de ensinar propriedades de Física Ondulatória para alunos do segundo e terceiro anos do ensino médio. Especial ênfase é dada aos fenômenos de Interferência e Batimento, sendo este último estendido para a formulação do princípio da indeterminação (incerteza). O produto consiste em uma sequência didática de 4 aulas onde são usadas ferramentas (objetos) de cena didática interativas e de multimídia. Particular atenção é dada ao simuladores de ensino *Phet* no uso de seus laboratórios virtuais que mostram efeitos ondulatórios pertinentes a presente sequência didática. O uso de instrumentos musicais e de objetos de uso caseiro também são discutidos de maneira breve. O método pedagógico para aprendizagem dos temas envolvidos foi baseado nos 3 Momentos Pedagógicos. Como fundamentação teórica para o leitor desta dissertação, usamos livros-texto de nível de Graduação em Física e de cursos de Física Básica do curso universitário. O Produto foi aplicado para duas turmas do ensino médio em que apenas uma das quais já havia lidado com Física Ondulatória. Os resultados da dinâmica destes dois grupos revelaram-se bastante semelhante.

Palavras-chave: Ensino de Física Teórica, Batimento, Princípio da Incerteza.

Santo André
Janeiro de 2020

ABSTRACT

THE BEATING PHENOMENA AND THE UNCERTAINTY PRINCIPLE

Derek Willian Seki Gava

Adviser:

Dr. Marcos R. S. Tavares

This abstract submitted to the Graduate Program at Universidade Federal of ABC (*Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física — MNPEF*) as a partial requirement to have the degree of Master in Teaching Physics.

In the present work we develop an educational product to teach wave physics phenomena and their theories to high school students. We mainly focus on Interference pattern and Beating phenomena, which naturally leads to the indeterminacy relation or to the Heisenberg Uncertainty Principle. The product consists of a sequence of 4 lectures where multimedia tools are explored to create a dynamical environment and enhance the didactical scene. Particular attention is devoted to the using of *Phet* simulators which provide us with virtual laboratory that shows the physical effects regarding the present sequel. The use of a musical instrument as well as other home-made tools to enhance the scene are also explored. The employed learning method is the 3 Pedagogical Moments. To assist the reader in using the present sequel, we based our theoretical formulation on books aimed to undergraduate Physics students. The sequel has been offered to two high-school classes. One of them has previously studied wave physics. Based on the individual reactions, the learning results were pretty much the same for the two classes.

Keywords: Physics education, Beating Phenomena, Uncertainty Principle

Santo André
January - 2020

Sumário

Capítulo 1 Introdução	12
Capítulo 2 Fundamentação Teórica e Epistemológica	16
2.1 TEORIA DA FÍSICA DO PRODUTO	16
2.1.1 O Oscilador Harmônico.....	16
2.1.2 Ondas harmônicas uni-dimensionais (1D)	21
2.1.3 O Fenômeno do Batimento e a Relação de Indeterminação.....	25
2.1.4 O efeito Foto-elétrico e a fórmula $E = hf$	27
2.1.5 O princípio da Incerteza de Heisenberg/Bohr	29
2.2 MODELOS PEDAGÓGICOS.....	32
2.2.1 Os Três Momentos Pedagógicos	33
Capítulo 3 O Produto e Sua Aplicação.....	35
3.1 O PRODUTO	36
3.2 A APLICAÇÃO DO PRODUTO.....	55
3.2.1 Aula 1	55
3.2.2 Aula 2	57
3.2.3 Aula 3	59
3.2.4 Aula 4	60
Capítulo 4 Conclusões	62
Referências Bibliográficas.....	63
Apêndice A O Produto e seu guia	66

Capítulo 1

Introdução

O presente trabalho tem como objetivo primário fazer uma proposta para o ensino do fenômeno do batimento ondulatório, com ênfase no princípio de indeterminação (incerteza) em uma turma do terceiro ano e outra do segundo ano do ensino médio. Uma primeira motivação no desenvolvimento desse produto educacional se dá na elaboração de uma sequência didática que introduza conceitos básicos de física moderna como uma extensão natural do estudo de conceitos ondulatórios, cuja a abordagem é regulada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no ensino médio. [1]

A segunda motivação deste trabalho reside no fato de que o Ensino de Física no Ensino Médio e no Ensino Fundamental parece carecer de modelos inovadores de pedagogia pró-ativa no sentido de dinamizar o ambiente de sala de aula na busca de introduzir conceitos de Física Clássica (e Moderna) de forma mais natural. [2] Para isso, buscamos com esse produto fazer dos instrumentos acessíveis do dia-a-dia da vida escolar dos alunos, objetos (ferramentas) de cena de ambiente didático em sala de aula.

Talvez como uma consequência do que é mencionado no parágrafo anterior, o treinamento em física ondulatória (e em física moderna) por parte dos alunos ingressantes no curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia (BCT) da Universidade Federal do ABC (UFABC), a cujo Pólo de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF) essa dissertação está sendo submetida, revela-se bastante deficiente desde as primeiríssimas turmas de ingressantes que a Universidade recebeu. Portanto, afora as causas de natureza das boas políticas de inclusão a que parte dessa população de ingresso está sujeita, temos muito boas razões para afirmar que o produto educacional apresentado através da presente dissertação se revela contemporâneo e, por que não dizer, urgente. [3]

Em minha experiência laboral em diversas instituições de ensino público e privado, venho trabalhando com turmas de ensino médio do primeiro ao terceiro ano. A maioria destas instituições, especialmente as privadas, tem material próprio, apostilado e rígido no que diz respeito à estratégia de ataque didático. O raio de ação do professor fica, portanto, bastante restringido àquele conteúdo, devido sobretudo ao fato de estes (conteúdos) terem que versar em assuntos e modelos de questões de cunho comum aos principais vestibulares nacionais. De fato, há pouca flexibilidade nesse material que permite trabalhar conteúdos extra-curriculares e, como consequência, pouca

oportunidade de um desenvolvimento cognitivo maior por parte do discente em temas contemporâneos e mais, por dizer de alguma forma, universitários.

Felizmente, no desenvolvimento deste trabalho, houve liberdade de ação do docente na elaboração na presente sequência didática em sala de aula que contemplou o conteúdo exigido e introduziu, por outro lado, através de dinâmicas criativas, conteúdos modernos como uma extensão natural daquele já apostilado: o Fenômeno Ondulatório (do Batimento) como um efeito primário do princípio da incerteza da Física Quântica.

É de ciência da maior parte do professorado que trabalha com esse material apostilado que o enfoque na utilização do mesmo está na preparação dos estudantes para os grandes vestibulares nacionais. Trata-se, mais bem, de uma exigência de mercado e de donos de escolas privadas de quem sou empregado. Aqui reaparece a antiga discussão de até onde essa forma de avaliação (o vestibular) é eficiente ou justa. [4] De qualquer maneira, o presente trabalho se preocupa e foca em introduzir conteúdos levemente extra-curriculares de nível universitário sem esquecer, claro está, de relacioná-los aos do PCN adotados na escola, atacando assim os conteúdos comuns aos dos vestibulares nacionais de forma mais natural possível.

Por outro lado, vale neste instante citar a Paulo Freire [5-7], cujo apelo à “prática da liberdade” se dá dentro da margem de manobra a que pude ter acesso nas minhas atividades.

*Educação ou funciona como um instrumento
que é usado para facilitar a integração das gerações
na lógica do atual sistema e trazer conformidade com ele,
ou ela se torna a "prática da liberdade", o meio pelo qual
homens e mulheres lidam de forma crítica com a
realidade e descobrem como participar na
transformação do seu mundo
(Paulo Freire)*

Devemos também refletir que a física como é transmitida no ensino médio parece estar resumida em um apanhado de fórmulas matemáticas, cujo sentido Físico fica muitas vezes segundo plano. A principal preocupação dos estudantes parece ser apenas decorá-las. Tal procedimento tem levado, à maioria dos estudantes, uma evidente falta de interesse e afinidade pelo estudo. A presente proposta de sequência didática procura contribuir para combater essa prática, trabalhando formas diferentes e atuais para o ensino de física. Propomos fomentar uma dinâmica em sala de aula capaz de cativar e acolher os estudantes em busca de uma aprendizagem de conteúdo científico-tecnológico eficiente.

Devemos mencionar também que a nova base nacional comum curricular [8] prega que a prática do ensino se dê em um nível que o estudante possa compreender melhor o mundo que o cerca, isso seria mais um indício que o ensino de física deve ser refletido e melhor trabalhado. Para tal, retomaremos e fixaremos conceitos de Física Ondulatória já vistos pelos estudantes em anos anteriores do ensino fundamental.

Atualmente, existe um pluralismo metodológico muito vasto no ensino de um modo geral. Todos eles muito relacionados entre si e baseados em Estímulo (*Challenge-Based*), em Dinâmicas de Comunidades (*Community-Based*), em Arguição Direta (*Inquiry-based*), em Desenho Gráfico (*Design-based*), em Jogos (*Game-based*), em Emoção (*Passion-based*), em Equipe (*Team-based*), e etc ... Em todos eles, parece haver um ponto comum: todos buscam interagir, sobretudo, com o aspecto sócio e ambiental do educando [7]. Nesse sentido, apesar de divergências de nomenclatura, todos têm referências ao trabalho de Paulo Freire, em cujo trabalho o método dos três Momentos Pedagógicos (3MP) [9-11] se baseia. Trata-se de um método amplamente estudado e referenciado na literatura. Os três momentos podem ser compreendidos nas seguintes descrições: (i) problematização inicial, (ii) organização do conhecimento e (iii) aplicação do conhecimento. Na problematização inicial o professor propõe como resolver um problema comum ao cotidiano dos alunos e verificando as possibilidades propostas pelos alunos, ao mesmo tempo o educador vai verificando os conhecimentos prévios que os alunos possuem. No próximo momento o professor começa a organizar os conhecimentos expostos pelos alunos ao mesmo tempo que vai mostrando os conhecimentos técnicos corretos que versam sobre esse assunto. Finalmente os alunos verificam a aplicação desse conhecimento recém adquirido, extrapolando para outras situações de seus cotidianos.

Por se tratar esse método de uma metodologia mais *natural* de aprendizagem, iremos usá-lo nesse trabalho, mas sem a preocupação de delimitar muito rigidamente as

fronteiras de cada Momento. Não trataremos aqui de pesquisar a eficiência do método de aprendizagem e sim de introduzir conceitos físicos novos de maneira mais natural possível. A análise de estratégias de uso de diferentes métodos está fora do escopo desse trabalho.

Este produto educacional apresenta uma sequência didática de 4 aulas que procura ensinar o fenômeno do batimento com uma extensão natural aos conceitos de Física moderna (Mecânica Ondulatória), nomeadamente, o princípio de indeterminação (incerteza). Conceitos além desses mencionados serão evitados, mas a aplicação do produto revelou o interesse por expandi-los. Procuramos, destarte, deixar tal interesse como um terceiro momento pedagógico *per se* a ser explorados pelos próprios interessados. Na primeira aula será abordado o tópico de introdução à Física Ondulatória, onde revisaremos os principais conceitos que precisam ser estudados para que eles possam entender de forma adequada as principais grandezas que caracterizam uma onda, a saber: amplitude, período, frequência, comprimento de onda e velocidade da onda.

Na segunda aula estudaremos a diferença entre ondas mecânicas e ondas eletromagnéticas, analisaremos também o fenômeno de interferência associado à esses dois tipos de ondas.

Na terceira aula introduziremos um fenômeno pouco estudado no ensino básico, mas de fundamental importância para a compreensão de muitos efeitos quânticos: o fenômeno do batimento. Aqui iniciaremos o estudo do princípio da indeterminação que será de grande importância para eles entenderem melhor o princípio da incerteza em si.

Na quarta e última aula explicaremos o efeito fotoelétrico, conceito que faz parte da grade do ensino básico, recorrente também aos conceitos da aula 3 para discutir o princípio de incerteza de Heisenberg com uma linguagem matemática e física mais natural e acessível possível [12-13].

Esta dissertação está organizada da seguinte maneira. No Capítulo 2 apresentamos a formulação teórica da Física usada no produto, bem como um breve relato da fundamentação epistemológica e em Teorias de Aprendizagem. Procuramos usar aqui um nível de física de graduação para dar subsídios aos Professores-leitores do conteúdo deste trabalho. No Capítulo 3 apresentamos o produto educacional e a experiência de sua aplicação. A aplicação do produto foi gravada e cada aula foi, portanto, transcrita. No Capítulo 4 apresentamos nossas conclusões e encaminhamentos.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica e Epistemológica

Neste Capítulo apresentaremos a teoria que serve como base para o nosso produto pedagógico que é formado por uma sequência didática compreendida em quatro aulas. Com o propósito de servir como guia ao colega professor do ensino médio no uso deste produto, procuraremos focar no conteúdo desta teoria em nível de graduação em Física ou, em algumas vezes, no nível dos cursos universitários básicos de Física. O leitor vai se deparar com a formulação dos conceitos com os quais o usuário do produto deve trabalhar e entender. A divisão deste Capítulo estará, portanto, dada pela fundamentação de Física Teórica e um breve apanhado da epistemologia do modelo pedagógico seguido neste trabalho.

2.1 TEORIA DA FÍSICA DO PRODUTO

2.1.1 *O Oscilador Harmônico*

A equação de movimento para um oscilador harmônico (um sistema massa-mola) unidimensional (1D) e não amortecido pode ser obtida ao substituirmos a força resultante, na segunda lei de Newton, pela força elástica definida pela lei de Hooke ($F = -k \cdot x$), ou seja,

$$k \cdot x = m \cdot \ddot{x}, \quad (1)$$

onde, \ddot{x} denota a segunda derivada da coordenada x (em metros) com relação ao tempo t (em segundos), m (em Kg) a massa do corpo preso à mola e k (em Kg/seg², ou Newton / metro) a constante elástica desta mesma mola.

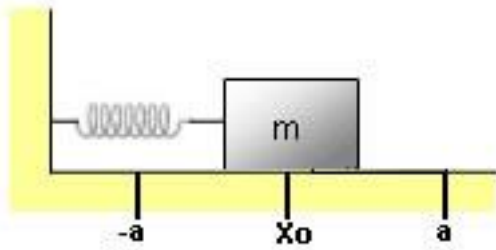


Fig.1 O Oscilador Harmônico simples

não amortecido, ou seja, sem atrito entre o plano horizontal e o corpo de massa m . No texto consideramos a posição de equilíbrio $x_0 = 0$, sendo a a amplitude do movimento, ou seja, a posição do corpo quando a mola é estendida até $x = a$ antes de ser liberada.

Esse conteúdo faz parte da grade do primeiro ano do ensino médio, de maneira que o exploraremos aqui com o propósito de introduzir e trabalhar as definições de Frequência, ω , Período, T , e funções matemáticas especiais de caráter periódico, *seno* e *coosseno*. [14] Desta forma, se definirmos

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

cuja unidade é [Segundo]⁻¹ ou [Hertz], a Eq. (1) pode ser escrita como

$$\ddot{x} = -\omega^2 \cdot x \quad (3)$$

Trata-se de uma equação diferencial ordinária (EDO) de segunda ordem, cujas soluções são simples de serem encontradas e serão discutidas em seguida. [15]

Ao resolver a Eq. (1) o colega Professor encontrará a equação de movimento $x(t)$ do corpo. Note que a solução da Eq. (1), ou seja $x(t)$, deve ser uma função periódica no tempo, pois tal solução representará um movimento que oscila harmônica e indefinidamente no tempo. Desta forma, vale a pena mencionar que não existe apenas uma solução para a Eq. (1) e sim uma classe de soluções que são funções matemáticas especiais representando esta oscilação harmônica no tempo. Analisando a Eq. (1) vemos que estas funções matemáticas são tais que, quando derivadas duas vezes em relação ao tempo, devem resultar na mesma função $x(t)$ multiplicada pela constante $-\omega^2$. Estas funções serão, portanto, do tipo seno e/ou coosseno, cujas derivadas segundas resultam nelas próprias. Funções exponenciais de argumento complexo também são soluções desta EDO. Outra característica importante das equações diferenciais é que combinações lineares de seus diferentes tipos de soluções, também será solução da mesma EDO. Não

entraremos em detalhe sobre mais características e mais aspectos das EDOs e deixaremos ao colega Professor a Ref. [15] para mais detalhes.

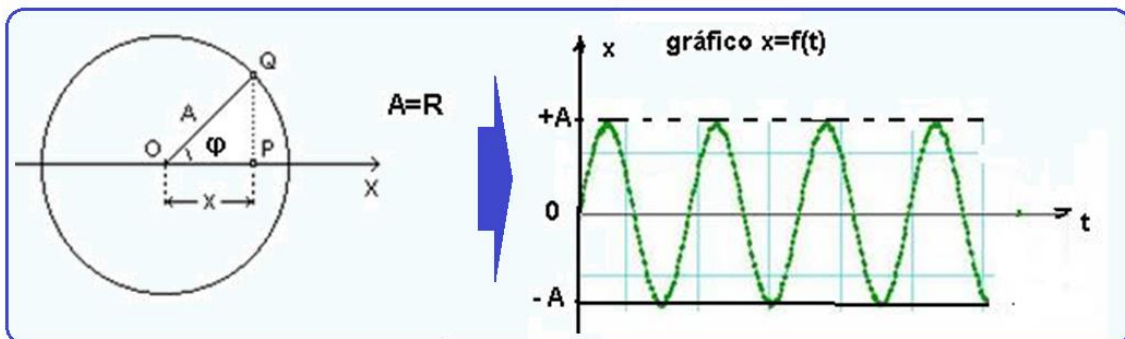
Desta forma, podemos escrever uma solução mais geral para a Eq. (1) como sendo

$$x(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \phi) , \quad (4a)$$

onde A e ϕ são constantes de integração [7]. Veja que A é claramente a amplitude máxima do movimento, ou seja $A = a$, e ϕ depende da condição inicial de quando o corpo é liberado. A alternância no valor para a fase ϕ tem a ver com o instante inicial considerado para o movimento e de sua posição neste instante de tempo, ou seja, $x(t = 0)$. Note ainda que poderíamos ter escrito a Eq. (4a) como sendo

$$x(t) = A \cdot \text{cos}(\omega \cdot t - \phi') , \quad (4b)$$

onde $\phi' = \phi + \pi/2$. As Eqs. (4a) e (4b) são idênticas se fazemos uso de identidades trigonométricas. [16] O colega Professor deve se convencer que de fato as Eqs. (4) satisfazem à EDO descrita na Eq. (1) fazendo um exercício de derivação simples de funções seno e cosseno considerando A , ω e ϕ constantes que dependem tão somente das condições iniciais e das características do sistema massa-mola, ou seja, de k e m .



[Esta Foto](#) de Autor Desconhecido está licenciado em [CC BY-SA](#)

Fig.2. À direita: esboço da função $x(t)$ da Eq. 4(a) para $\phi = 0$. À esquerda: analogia com o Movimento Circular Uniforme de raio R onde $\vartheta = \omega t$.

O colega Professor nesse momento deve atentar para a definição da quantidade ω e o seu significado que deverá ser trabalhado posteriormente com seus alunos. Lembremos que ω tem unidade de $[\text{seg}]^{-1}$, ou seja [Hertz], a unidade de frequência. Mas veja que podemos interpretá-la também como sendo uma velocidade angular, ou seja

$$\omega \equiv \frac{\text{Radianos}}{\text{Segundo}} \equiv [\text{Hertz}], \quad (5)$$

uma vez que a unidade da quantidade física ω fica preservada nessa interpretação. De fato, a analogia com um Movimento Circular Uniforme fica latente neste caso, como mostrado na Fig.2. Tal analogia se dá desde que a amplitude A seja o valor do raio R do círculo e que o ângulo $\vartheta = \omega t$ descreva a posição do corpo em um dado instante de tempo t . Por conseguinte, o período do movimento, ou seja, o intervalo de tempo T para completar uma volta completa nesse círculo, é encontrado quando

$$\omega \cdot T = 2 \pi \quad (6)$$

Portanto, a frequência de oscilação deste movimento periódico é dada por

$$f = 1 / T = \omega / 2 \pi . \quad (7)$$

Trata-se do número de vezes que o corpo de massa m atinge a posição $x = A$, após ter sido liberado deste mesmo ponto, por unidade de tempo. É como se os alunos ligassem um cronômetro exatamente quando liberam a mola com o corpo em $x = A$, e parassem o mesmo cronômetro quando o corpo retornasse ao mesmo ponto de origem, $x = A$. O valor de f será o inverso do número que aparece no cronômetro dos alunos, ou seja:

$$f = [\text{número de voltas completas}] / [\text{tempo em segundos para completá-las}].$$

Por fim, chamaremos $\omega = 2 \pi \cdot f$ de frequência angular somente para diferenciá-la da expressão dada pela Eq. (7). A Figura (3) mostra vários sistemas do nosso dia-dia, cujos os movimentos podem ser aproximados como harmônicos simples que podem ser regidos pela Eq. (4). Descrevemos tais sistemas por ordem de aparição na Fig. (3). Ou seja,

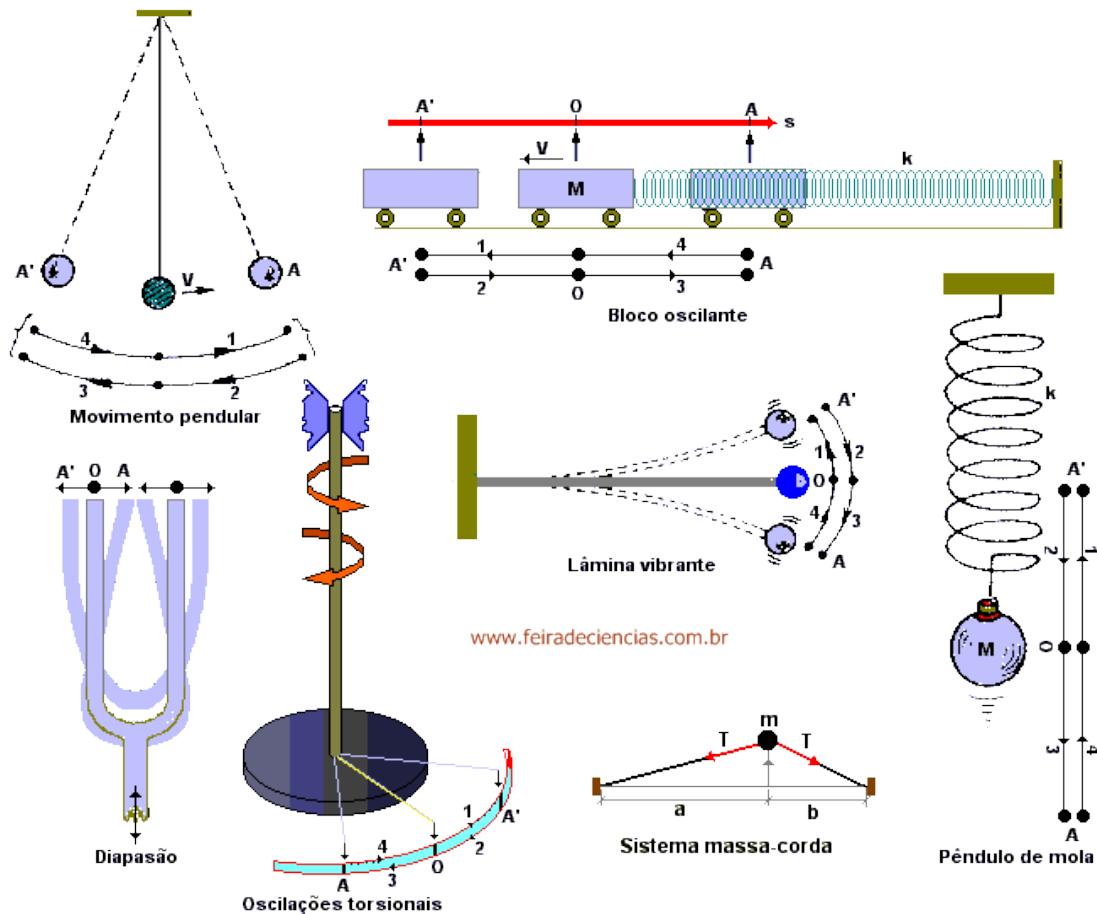
(i) O movimento pendular que, para pequenas oscilações, a equação de movimento (para o ângulo $\theta(t)$) é dada pela Eq. (4) e tem como frequência angular $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$, onde g é aceleração da gravidade e l o comprimento do fio que sustenta o pêndulo; [11]

(ii) Um carrinho (Bloco Oscilante) com rodas no plano horizontal preso a uma mola. Há de ser tomar cuidado em considerar pouco atrito para que a Eq. (4) seja aplicada para este caso;

(iii) Diapazão vibrante;

(iv) Oscilações Torcionais;

- (v) Lâmina vibrante;
- (vi) Sistema massa-mola e
- (vii) Pêndulo de mola.



Esta Foto de Autor Desconhecido está licenciado em [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/)

Fig. 3. A imagem acima mostra alguns exemplos de movimentos harmônicos simples. Esse movimento pode ser associado ao movimento circular uniforme, de modo que, enquanto um objeto descreve um movimento circular uniforme, a sua projeção descreve um movimento harmônico simples.

Para finalizar essa seção, é conveniente o colega Professor atentar na expressão para a energia mecânica desse oscilador harmônico Newtoniano na ausência de forças dissipativas (de atrito). Por exemplo, a energia cinética é por

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2, \tag{8}$$

que de acordo com a Eq. (4), pode ser escrita como

$$T = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t - \phi). \quad (9)$$

Por outro lado, a energia potencial U é obtida da expressão da força, $F = -kx$:

$$U = -\int F dx = k \int x dx = \frac{1}{2}kx^2, \quad (10)$$

onde o zero de energia potencial é escolhido para a posição $x=0$. Dessa forma, usando a Eq. (4), teremos a energia potencial dada por

$$U = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t - \phi). \quad (11)$$

Sendo a energia mecânica E a soma da energia potencial U e a cinética T , temos, usando a relação fundamental da trigonometria [8], que

$$E = T + U = \frac{1}{2}kA^2. \quad (12)$$

Note que a energia mecânica é uma constante de movimento, pois depende apenas de constantes. Não poderia ser diferente uma vez que estamos lidando com sistemas conservativos, onde forças dissipativas (atrito) estão ausentes. Mais ainda, a energia mecânica depende do quadrado da amplitude do movimento. Essa característica aparecerá sempre quando estamos tratando de movimentos periódicos Newtonianos, cujas equações na forma da Eq. (1) representam matematicamente esta periodicidade.

O propósito dessa sub-seção se encerra aqui. Tratamos de apresentar ao Colega Professor uma equação matemática geral, ou seja a Eq. (4) que descreve um movimento periódico simples, cujas as definições de frequência de oscilação e de período do movimento são muito bem apresentadas. Tal propósito ficará ainda mais claro no decorrer das próximas Seções.

2.1.2 Ondas harmônicas uni-dimensionais (1D)

O propósito desta sub-seção é mostrar que ondas eletromagnéticas, ou ondas harmônicas que viajam no espaço tri-dimensional (3D), também podem ser representadas matematicamente por equações diferenciais harmônicas como do tipo da Eq. (1), cujas

soluções podem ser representadas por funções seno ou cosseno. Mas, estas oscilações de aqui, esses movimentos harmônicos, diferentemente dos da seção anterior, se dão no espaço e no tempo. Os campos elétricos e magnéticos dependem, além da posição da onda no espaço, do instante de tempo que elas são medidas. Ademais, são campos vetoriais, de maneira que possuem sentido, direção e intensidade. Destarte, propomos aqui identificar os parâmetros que definem essas ondas da mesma forma que fizemos no caso do oscilador harmônico 1D, inclusive mostrando que estas ondas também carregam energia que depende, a exemplo do oscilador harmônico 1D, da amplitude da oscilação. O colega Professor deverá se basear na proposta desta seção para obter os subsídios necessários e para aplicação da sequência didática do produto educacional mostrado nesta dissertação

A onda eletromagnética tem direção, sentido e velocidade e se propaga até no vácuo, ou seja, não depende de nenhum meio para se propagar. Elas são diferentes das ondas mecânicas, que usam o meio para se propagar, mas deixam a morfologia desse meio inalterado. As equações que regem as ondas eletromagnéticas, por exemplo, surgem da manipulação matemática das equações de Maxwell. O colega Professor deve se referir às Refs. [17] e [18] para lembrar como as equações de onda de Maxwell são escritas e manipuladas de forma a prover as equações de onda para o campo eletromagnético.

Mas aqui, e por brevidade, podemos deduzir as equações (de onda) diferenciais 1D que viajam a uma velocidade constante v de forma análoga. Vamos inicialmente supor que esta onda é representada por uma função matemática que depende de duas variáveis: a coordenada x e o tempo t . Essa dependência temporal é implícita, no sentido de que a sua coordenada, digamos x' , em um instante de tempo t é dada por

$$x' = x \pm vt, \quad (13)$$

onde x é a posição (inicial) anterior ao instante de tempo t . Além disso, o sinal $+$ ($-$) representa o sentido de propagação desta onda 1D. Por padrão, podemos considerar o sinal $+$ ($-$) como aquele que representa uma propagação para direita (esquerda), sendo ambos esses sentidos na direção horizontal. Portanto podemos considerar que a função matemática que representa a onda harmônica é dada por, digamos,

$$B(x') = B(x \pm vt). \quad (14)$$

Considere, por agora, que a $B(x')$ seja uma quantidade puramente matemática sem significado (unidade) físico(a). A partir desta dependência, não é difícil mostrar, usando derivadas parciais, [19] que

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \pm v \frac{\partial B}{\partial x} \quad (15)$$

Derivando a Eq. (15) parcialmente em relação ao tempo, invertendo a ordem das derivadas e usando o próprio resultado da Eq. (15), chegamos na equação de onda para $B(x,t)$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}. \quad (16)$$

Se $B(x,t)$ é o campo magnético, a velocidade v torna-se a velocidade da luz $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s que é a velocidade da onda eletromagnética, uma constante universal. A Equação de onda para o campo elétrico é idêntica à Eq. (16).

Note a semelhança entre a Eq. (16) e a Eq. (1). O colega Professor deve se convencer de que uma solução da Eq.(16) pode ser escrita como

$$B(x, t) = B_0 \text{sen}(kx - \omega t), \quad (17)$$

onde $k = \omega/v$ é chamado de número de onda, sendo ω é a frequência angular tal como vimos na seção anterior. Ainda mais, B_0 é amplitude da onda, cujo quadrado é proporcional à quantidade de energia carregada pela onda. O número de onda k também define o comprimento da onda λ , ou seja

$$k = 2\pi/\lambda. \quad (18)$$

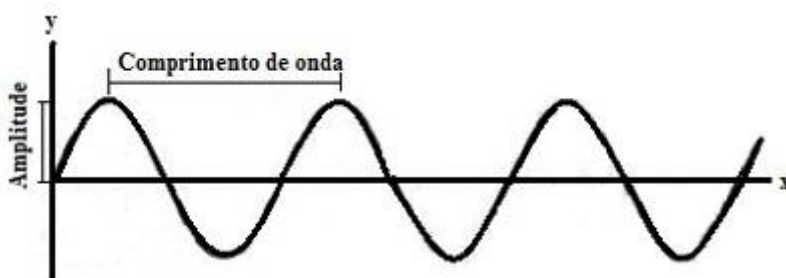


Fig. 4.

Representação esquemática de uma onda harmônica $B(x,t)$ (ordenada) em função da posição x (abscissa) para um instante de tempo t fixo. A distância entre as duas cristas é o comprimento da onda λ .

Não é difícil reparar e prever que se na Fig. 4 o eixo horizontal (abscissa) descrevesse o tempo t em vez da posição x , ou seja, se graficamos $B(x,t)$ (ordenada) em função do tempo t para um valor de coordenada x fixo, a distância entre duas cristas de onda daria o período T da oscilação em vez do comprimento da onda λ .

Em suma, uma onda é uma função periódica (ou um pulso) que se propaga indefinidamente de um ponto a outro transportando energia, mas sem transportar matéria. As ondas podem ser classificadas com relação à sua natureza de vibração como mecânicas e eletromagnéticas. As ondas mecânicas são todas aquelas que dependem de um meio para se propagar e surgem em consequência da deformação de um meio elástico. As ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo e, em alguns meios, surgem em consequência de cargas elétricas oscilantes. As ondas podem ser classificadas também com relação ao seu tipo, quando a direção da vibração e propagação da onda são comparadas. As ondas nas quais a direção de vibração é perpendicular à direção de propagação são ondas transversais. As ondas nas quais a direção de vibração coincide com a direção de propagação são ondas longitudinais. As ondas transversais e longitudinais ao mesmo tempo são denominadas ondas mistas. Na Figura 5 mostramos um mapa mental das ondas.

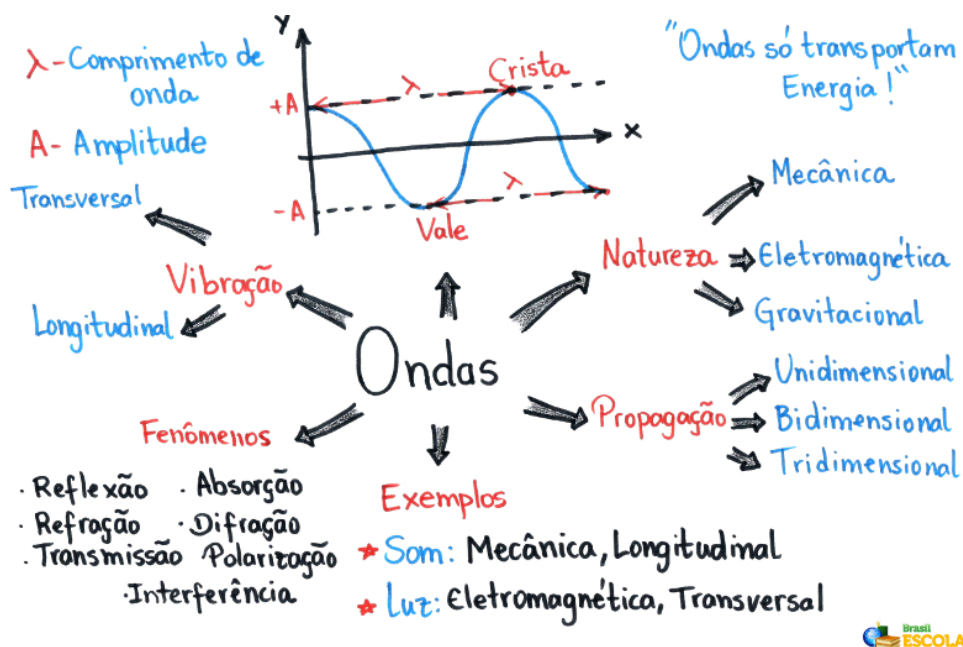


Fig. 5. Um mapa mental das ondas. Imagem disponível em <https://brasilecola.uol.com.br/fisica/ondas.htm> acesso em 13 de Outubro de 2019.

2.1.3 O Fenômeno do Batimento e a Relação de Indeterminação

Suponha que tenhamos duas fontes de ondas harmônicas uni-dimensionais (1Ds) independentes uma da outra. Suponha ainda que consigamos controlar os parâmetros dessas ondas de maneira a fazer com que elas sejam muito parecidas entre si, ou até exatamente iguais. Por simplicidade, vamos escolher fixar a posição (coordenada) x desta onda e considerá-la apenas sua variação temporal t . No final, devemos nos convencer que essa escolha não destrói a generalização do procedimento, no sentido que poderíamos fixar t em vez de x e fazer a mesma discussão que será feita em seguida. Portanto, vamos considerar duas ondas senoidais com frequências angulares ω_1 e ω_2 diferentes entre si e com mesma amplitude A , ou seja

$$\psi_1(t) = A\text{sen}(\omega_1 t) \quad \text{e} \quad \psi_2 = A\text{sen}(\omega_2 t) . \quad (18)$$

Podemos pensar que estas funções senoidais representam duas ondas sonoras (som) de mesma(o) intensidade (volume), mas com diferentes frequências de oscilação, o que pode representar o som de duas diferentes notas musicais, por exemplo. O propósito aqui é discutir o resultado da soma destas duas funções e, eventualmente, o resultado da soma de mais de duas funções seno com frequências diferentes entre si, mas cujos valores numéricos estejam relacionados de alguma forma.[19-20] Para isso, vejamos.

Se definirmos que $\omega_1 = a + b$ e $\omega_2 = a - b$, e usarmos identidades trigonométricas, [13] podemos escrever as Eqs. (18) como

$$\psi_1(t) = A[\text{sen}(at)\cos(bt) + \cos(at)\text{sen}(bt)] \quad (19a)$$

e

$$\psi_2(t) = A[\text{sen}(at)\cos(bt) - \cos(at)\text{sen}(bt)]. \quad (19b)$$

De maneira que

$$\psi_1(t) + \psi_2(t) = 2A\text{sen}\left[\frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2}\right]\cos\left[\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2}\right] \quad (20)$$

representa o resultado da soma. Esse resultado mostra que as diferentes ondas vão sofrer um processo de interferência destrutiva e também construtiva entre si. [20] Note que o termo cosenoidal na Eq.(20), cujo argumento apresenta o termo $(\omega_1 - \omega_2)/2$, é

responsável pelo Batimento. Isso acontece quando a crista de uma onda é somada com o vale de outra onda no mesmo instante de tempo, resultando na ausência de onda (som). Este termo controla a amplitude da onda resultante e causa a percepção auditiva dos Batimentos. Ou seja, a amplitude da onda resultante vai a zero sempre quando $(\omega_1 - \omega_2)t/2 = (2n + 1)\pi/2$, onde $n = 0, 1, 2, 3 \dots$. Tal condição leva a formulação da Eq.(21) abaixo. Para isso, analisemos a Figura 5.

A linha mais fina da Figura 5 mostra o gráfico dessa soma, ou seja o *plotting* da Eq. (20), em função do tempo em mili-segundos [ms] para valores de frequências angulares tais que $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = 2\pi[\text{ms}]^{-1}$.

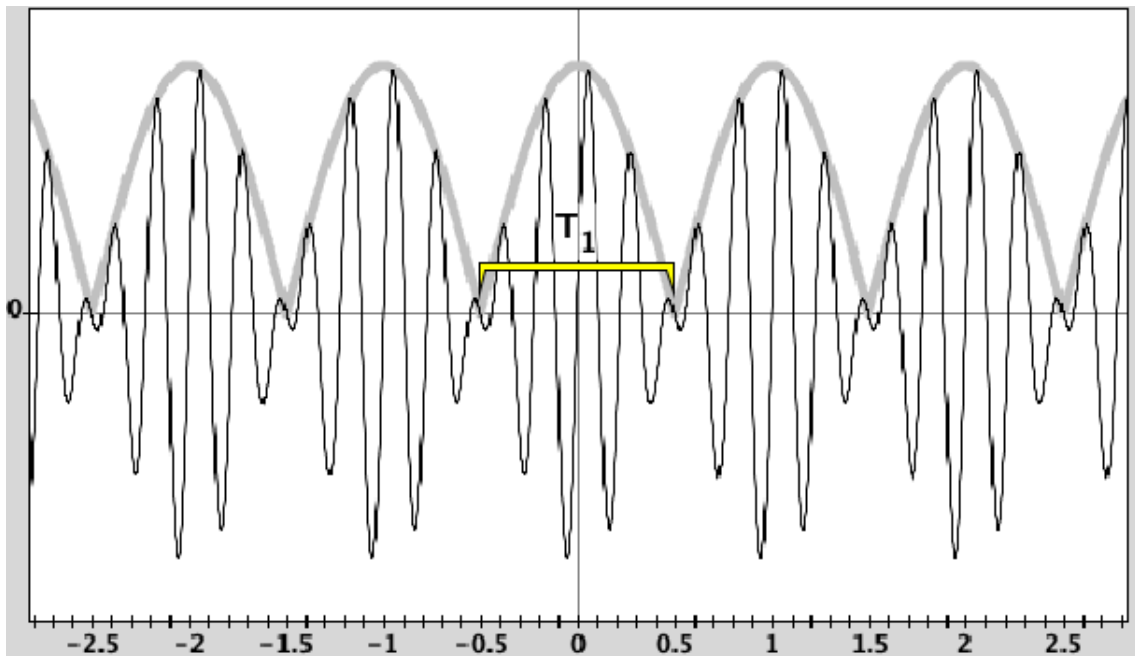


Fig.5 A linha mais fina mostra o gráfico da Eq.(20) em função do tempo t [ms] para um valor arbitrário de A . Aqui $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = 2\pi[\text{ms}]^{-1}$. A linha mais grossa mostra uma função envelope do resultado da soma. O intervalo de tempo entre batimentos é indicado aqui como $T_1 = \Delta t = 1[\text{ms}]$. (Figura extraída, *screen-shot*, do simulador público <https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/fourier>).

Note que se tomamos a frequência do batimento $\Delta f = \Delta\omega/2\pi$, os resultados da Fig. 5 observam, não por coincidência, a seguinte equação

$$\Delta f \times \Delta t = 1. \quad (21)$$

A Eq. (21) representa uma *Relação de Indeterminação (Princípio de Incerteza* [12]) intrínseca(o) à teoria ondulatória. Expressa claramente a relação de anti-proporcionalidade entre Δf e Δt . O Professor deve ser capaz, a partir da teoria apresentada neste Capítulo 2, a formar subsídios para ministrar a sequência didática do produto e em especial a Aula 3 que apresenta o Fenômeno do Batimento. Através da dinâmica proposta nessa aula 3, o Professor deverá verificar a validade da Eq. (21) de maneira qualitativa, mais bem, tal como está proposto na dinâmica da aula. Poderá desde lá propor uma interpretação *teste* para Δf como sendo a *incerteza* no valor da frequência, já que se esse valor é nulo se as duas fontes de onda (os dois celulares) emitem na mesmíssima frequência. De maneira análoga, Δt pode ser *testado* como sendo um *tempo de espera* para que os nossos ouvidos percebam o batimento ocorrer. Claramente, na situação limite $\Delta\omega \rightarrow 0$ obteremos $\Delta t \rightarrow \infty$. Essa interpretação foi muito bem sucedida quando da aplicação do produto. A reação dos alunos foi de satisfação quando puderam *ouvir* a Relação de Indeterminação (Incerteza) entre Δf e Δt .

Entretanto, o Professor tem de levar em conta que para fazer uma definição mais moderna (apropriada) de Δf como sendo uma Incerteza (no sentido da Física Quântica) no valor da frequência, uma série de Fourier tem de ser formada a partir de várias equações senoidais do tipo da que escrevemos na Eq. (18). [19] É preciso construir um pacote de onda e definir, aí sim, a incerteza Δf como sendo a largura (da altura média) desse pacote de ondas, e tratar Δf como a incerteza no valor da frequência deste pacote de onda. [21] Vamos deixar essa atividade como um exercício ou como uma continuação futura do presente trabalho.

2.1.4 O efeito Foto-elétrico e a fórmula $E = hf$

A principal motivação da inclusão deste ponto neste produto educacional é que, mais e mais, os vestibulares nacionais têm incluído em suas provas questões sobre o efeito foto-elétrico. De fato, este tema faz parte do conteúdo a ser abordado na turma de terceiro ano do ensino médio para a qual o produto foi aplicado. Além disso, outra motivação está na formulação da Física Moderna para a energia de uma onda eletromagnética de frequência f , ou seja,

$$E = hf, \quad (22)$$

onde h é uma constante universal de Planck [22]. Esta fórmula carece da mesma publicidade que $E = mc^2$ de Einstein possui. [23] Mesmo sem saber muito bem o significado da fórmula relativística de Einstein, o alunado em nível de ensino médio sempre “ouviu falar” mais dela. Como um último motivador, ao deduzir a Eq. (22) estendemos *naturalmente* a Eq. (21) à Física Moderna ao discutir o princípio de Incerteza entre energia e tempo, tal como propõe a Ref. [13]. Ali os autores alegam uma melhor oportunidade cognitiva de compreensão do Princípio quando analisado entre ΔE e Δt e não entre Δx e Δp , este último sendo a Incerteza no valor do momento linear. De fato, assim também se mostrou a aplicação deste produto quando da Aula 4 que está descrita no próximo Capítulo.

A Eq.(22) foi proposta primeiramente por Max Planck em 1900 para explicar a radiação do corpo negro [22]. A teoria envolvendo a dedução desta expressão, essa sim, foge do escopo deste produto, não por ser menos importante, e sim por ser o efeito foto-elétrico o mais cognitivamente acessível à população em que este produto está mirando. De todas as formas, o Professor deve ficar compelido a ler as Referências aqui citadas referentes à radiação de um Corpo Negro e atentar para os seguintes comentários sobre a Eq. (22) proposta por Planck: (i) Planck propõe que a Luz (onda eletromagnética) deve ser absorvida pela matéria somente com valores de energia muito bem definidos; (ii) Essa energia deve ser *diretamente* proporcional à frequência da onda eletromagnética absorvida e não à amplitude (intensidade) da onda; (iii) A constante de proporcionalidade $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ [Joule][seg]}$ foi ajustada a esse valor por Planck até que sua teoria reproduzisse os resultados obtidos no laboratório; e (iv) outros experimentos envolvendo a interação da radiação da Luz com a matéria deveriam revelar, caso a Eq. (22) estivesse certa, o mesmo valor da constante h .

Com o propósito de elaborar sobre o item (iv) acima, deixemos o assunto do Corpo Negro nesse patamar e voltemos ao Efeito Fóton-Elétrico, que é explicado por Einstein em 1905 com uma simples consequência da conservação de energia [24-26], ou seja,

$$E_{Eletron} = E_{Luz} - \phi . \quad (23)$$

Aqui, $E_{el\acute{e}tron}$ é a energia cinética do elétron que é retirado do metal devido à absorção da energia (de um fóton) E_{Luz} , sendo ϕ uma energia de ligação desse elétron ao metal. A Eq.(23) só reproduz os resultados do laboratório se $E_{Luz} = hf$, com o valor da constante h igual ao que Planck usou na explicação da radiação do Corpo Negro. O simulador *Phet* usado na aula 4 é bastante auto-explicativo, de maneira que, ao descrever a aplicação do produto nos capítulos seguintes, fica claro a função de cada termo na equação (23).

Outra maneira de entender a equação desse efeito é frisar que os foto-elétrons só poderão alimentar o circuito, ou seja, ser retirados da placa emissora, se a energia do fóton (da partícula de luz) for maior que a energia que prende o elétron à placa emissora, Φ . Desta forma, a energia da Luz

$$hf = \Phi + \text{“Extra”},$$

onde a energia “Extra” é a energia cinética do foto-elétron.

2.1.5 O princípio da Incerteza de Heisenberg/Bohr

A partir da confirmação feita por Einstein da fórmula de Planck $E=hf$, propomos refletir sobre o seguinte exercício. É possível escrever a relação de indeterminação $\Delta f \times \Delta t \approx 1$ sabendo da Eq. (22)? Se h é constante, a única variação que existirá no valor da energia do fóton terá origem da variação da frequência f . Portanto, usando uma linguagem matemática, podemos escrever

$$\Delta E = h\Delta f. \tag{23}$$

Assim, se comparamos as Eqs. (21) e (23) encontramos a equação que descreve o princípio de incerteza

$$\Delta E \times \Delta t \approx h. \tag{24}$$

Aqui, o sinal de aproximado é introduzido devido ao valor da constante de Planck.

A Eq. (24), que procuramos deduzir usando apenas argumentos matemáticos, é de vital importância quando estudamos Física Quântica, que é a Física das incertezas. Enquanto a Física Newtoniana (as 3 leis Newton) procura(m) determinar de maneira

precisa a mecânica que ocorre na natureza, a Física Quântica trata de explicar a natureza através de probabilidades de um movimento ocorrer ou não, ou dito de outra forma, a Física Quântica lida com as incertezas inerentes de um movimento. Em um universo quântico uma relação de indeterminação, tal como você aprendeu quando estudou o Batimento e ondas, deve ser um princípio básico a ser respeitado. Lembre-se que qualquer movimento que é descrito por uma onda obedece intrinsecamente o princípio da incerteza (indeterminação), tal como vimos nas simulações da Aula 3. Portanto, seria razoável dizer que a Física Quântica é uma Física de natureza ondulatória, ou dito de outra forma, a Física Quântica procura dar tratamento ondulatório a qualquer objeto em movimento. [12]

Desta forma, na linguagem quântica todas aquelas grandezas que foram estudadas na Física Newtoniana, tais como Posição (em metros no Sistema Internacional — SI), Quantidade de Movimento linear (em Kg.metro/segundo), Energia (em Joule), Tempo, e etc... devem apresentar suas incertezas correspondentes. Vamos chamá-las de Δx , Δp , ΔE e Δt , respectivamente, e discutir um pouco os seus significados. Começamos dizendo que a Unidade de cada uma destas incertezas é a mesma da dos seus valores principais, ou seja,

$$\Delta x \equiv [m], \quad (25)$$

$$\Delta p \equiv \frac{[Kg][m]}{[s]}, \quad (26)$$

$$\Delta E \equiv \frac{[Kg][m]^2}{[seg]^2} \equiv [Joule], \quad (27)$$

e

$$\Delta t \equiv [seg]. \quad (28)$$

Veja, se multiplicamos a Eq. (27) pela Eq. (28), ou seja,

$$\Delta E \Delta t \equiv [Joule][seg], \quad (29)$$

teremos como resultado a mesma unidade da constante de Planck. Da mesma forma, se multiplicamos a Eq. (25) pela Eq. (26), ou seja,

$$\Delta x \Delta p \equiv [Joule][seg], \quad (30)$$

temos igualmente um resultado que também tem a mesma unidade da constante de Planck. Portanto, não é difícil afirmar que as incertezas de qualquer par de quantidades físicas, cujo o produto resulte na mesma unidade da constante de Planck, devem satisfazer o princípio da incerteza de Heisenberg, ou seja,

$$\Delta E \Delta t \approx h \quad (31)$$

$$\Delta x \Delta p \approx h. \quad (32)$$

Veja ainda que as Eqs.(31) e (32) dizem que quanto MAIOR é o valor de uma incerteza, por exemplo Δx , MENOR será o valor de Δp , pois seu produto deve ser sempre igual a uma constante (de Planck). Isso quer dizer que as incertezas nunca podem ser zero na Física Quântica, pois isso violaria tal princípio.

E o que dizer do significado das incertezas? Na Tabela 1 mostramos exemplos didáticos de como entendê-las. A coluna da tabela que mostra exemplos de como podemos compreender incertezas no nosso dia-a-dia (não quântico) dá uma idéia de como o conceito da incerteza está relacionado com um erro na medição. Por outro lado, a razão da existência de incertezas na Física Quântica não é um problema do aparato experimental em si. Sua origem está na própria natureza da matéria e do movimento das objetos e das partículas que a compõem. Existe movimento, ou seja, existe a mecânica das partículas que compõem os átomos e, portanto, devido às suas propriedades quânticas, ao realizarmos medidas de posição destas partículas, por exemplo, estamos interferindo nessa medida pelo simples fato de as observarmos, ou seja, pelo simples fato de sabermos onde elas se encontram.

Terminamos este texto com um direcionamento ao vídeo que mostra quando as características quânticas de um elétron se manifesta: <https://www.youtube.com/watch?v=zKiCEU6P3U0>, ou seja, em que circunstâncias os elétrons da matéria revelam sua natureza ondulatória (quântica). Essa circunstância se dá sempre quando temos uma incerteza na posição do elétron, ou seja, sempre quando $\Delta x \neq 0$ que é a condição necessária e suficiente para que o princípio de incerteza seja respeitado, originando assim um tratamento ondulatório para tudo que se move.

INCERTEZAS	NO DIA-A-DIA	NA FÍSICA QUÂNTICA
ΔE	Imagine que seu médico receitou uma dieta em que você só poderá consumir 2000 calorias diárias. Um pedacinho de pão de 10 calorias representaria a incerteza da sua dieta, ou seja, $\Delta E = 10$ calorias. Lembre que 1 cal = 4,186 Joule. [13]	Incerteza no valor da ENERGIA medida da partícula em um ambiente quântico.
Δt	Tempo de espera de um encontro marcado para uma determinada hora. Os britânicos têm fama de serem mais pontuais que o brasileiro, portanto a incerteza Δt na Inglaterra seria bem menor que no Brasil.	Tempo de vida de uma partícula quântica. A partícula só existe em um intervalo de tempo finito.
Δx	Imagine uma maratona de 40 Km que você terá de cumprir. A largura de seu passo, ou seja 1 metro pode ser considerada sua incerteza no percurso, $\Delta x = 1$ metro.	Incerteza na medida do valor da posição da partícula.
Δp	O momento linear $p=mv$, onde a m é a massa e v é a velocidade. Se a massa é constante, $\Delta p = m\Delta v$. Portanto, Δv pode ser considerado como a imprecisão do velocímetro do seu carro.	Incerteza no valor da velocidade medida da partícula.

Tabela 1. Exemplo de significado de incertezas que podemos encontrar no nosso dia-a-dia e seus conceitos na Física Quântica.[13]- [21]

2.2 MODELOS PEDAGÓGICOS

Para trabalhar os diversos modelos pedagógicos existentes devemos analisar as transformações que os métodos educacionais vêm sofrendo. O sistema tradicional de

ensino de antanho lida inicialmente com a exposição de fundamentos científicos para, sem seguida, desenvolver a dedução correspondente e por último fornecer exemplos praticados com problemas através de lição de casa ou aulas de laboratório. Atualmente utilizam-se estratégias de aprendizagem mais ativas, onde a partir de desafios propostos, definem-se problemas e necessidades associadas aos mesmos. [27] A parte científica vem para agregar conhecimento para poder desenvolver uma solução mais coerente e plausível com a realidade. Para o melhor desenvolvimento dessas habilidades a utilização de recursos tecnológicos ao ensino é de grande valia, pois soma boas práticas à atividade docente, e por isso faz-se necessário a capacitação do educador.

O método investigativo é uma prática de ensino que pretende estimular os alunos a pensar questionar e discutir os assuntos em sala de aula, onde podem ser utilizadas situações problema, enigmas e casos de investigação. Uma proposta muito comum associada a esse método nas disciplinas científicas são as atividades experimentais que podem ser realizadas em laboratório, demonstrações ou estudos de meio. Assim, para a boa aplicação desse método devem ser propostas atividades que desenvolvam o caráter investigativo no estudante de forma que ele consiga com a aplicação do conhecimento adquirido, desenvolver e atuar sobre uma situação problema. Com essa atividade e associada à uma pesquisa sobre o assunto o estudante possuirá mais capacidade para desenvolver problemas de forma correta cientificamente fundamentada. Atrelado a isso está o desenvolvimento tecnológico e os recursos que ele proporciona ao ensino de física, bem como a possibilidade de um maior interesse das futuras gerações na compreensão dessas novas tecnologias por parte dos estudantes. Nos métodos construtivistas em geral o estudante é ativo no seu aprendizado, o que traz para ele a responsabilidade de interagir e dialogar com o conteúdo que está aprendendo. Em um cenário ideal esse método deverá contribuir para que os estudantes adquiram habilidades para inferir criticamente na sociedade que vivem. [28]

2.2.1 Os Três Momentos Pedagógicos

Os três momentos pedagógicos [9-10] se encaixam bem à proposta metodológica da presente dissertação. Esses momentos são: problematização inicial, organização do conhecimento e aplicação do conhecimento. Um bom resumo sobre esse método pode ser

encontrado na Ref. [29]. Na problematização inicial o professor propõe como resolver um problema comum ao cotidiano dos alunos e verificando as possibilidades propostas pelos alunos, ao mesmo tempo o educador vai verificando os conhecimentos prévios que os alunos possuem. No próximo momento o professor começa a organizar os conhecimentos expostos pelos alunos ao mesmo tempo que vai mostrando os conhecimentos técnicos corretos que versam sobre esse assunto. Finalmente os alunos verificam a aplicação desse conhecimento recém adquirido, extrapolando para outras situações de seus cotidianos.

Está fora do escopo deste trabalho um estudo de eficiência do método pedagógico usado. De fato, não delimitaremos as fronteiras dos diferentes momentos pedagógicos em si, uma vez que aplicação do produto mostra que estas fronteiras não são rígidas; sendo que os diferentes momentos apresentaram solapes entre si muito notáveis quando da aplicação do produto.

De todos os modos, temos a ciência da existência de várias propostas pedagógicas de aprendizagem tais como as baseados em Estímulo (*Challenge-Based*), em Comunidades (*Community-Based*), em Arguição (*Inquiry-based*), em Desenho gráfico (*Design-based*), em Jogos (*Game-based*), em Emoção (*Passion-based*), em Equipe (*Team-based*), e etc ... Todas elas podem ser acessadas através de buscas simples destas palavras-chave. Mas, todas estas têm em comum o trabalho de Freire no valoroso e universal sentido de levar em consideração na educação o ambiente em que se encontra o educando. Dentro deste contexto, os Três Momentos Pedagógicos (3MP) [29] se revela como um modelo mais intuitivo no ensino dos fenômenos da natureza, pois compreende em si mesmo os 3 momentos de questionamento que formam uma cognição lúdica do desenvolvimento infantil: (1) o que você, educando, acha que é isso?; (2) o educador explica o que é; (3) o educando usa o entendimento para um outro efeito. A aplicação do produto esteve baseada nessa metodologia. Obtivemos um bom retorno por parte dos alunos. Essa elaboração mostrou bastante interesse por parte dos mesmos e creio que por isso ela possa também ajudar outros educadores.

A problematização inicial ocorre através do incentivo à curiosidade do estudante onde pretendemos desenvolver nele a crítica para ele poder diferenciar o saber cotidiano do saber científico e perceber que ambos estão intimamente relacionados, mas não são a mesma coisa. Para isso cabe também ao educador instigar a curiosidade do aluno para promover o incentivo para que ele se informe cada vez mais sobre o assunto tratado.

Desse modo ele mudará da curiosidade ingênua para a curiosidade epistemológica no intuito de adquirir novos conhecimentos para compreender melhor os fenômenos estudados. Nesse merecer o educador irá propor problemas que o aluno perceba que suas concepções iniciais não são suficientes para explicar tudo e a partir desse ponto transitará para uma concepção mais científica. Essas bases epistemológicas devem ser superadas a favor do desenvolvimento do estudante na superação de problemas na área ciências. Existem várias propostas do que vem a ser a problematização e a presente dissertação não pretende, nem tem condições de resolver esse dilema, mas sim de oferecer uma visão que pode ser benéfica para lidar com estudantes em fase escolar. Mas vale dizer que uma opção seria trazer algo do cotidiano do aluno e solicitar a sua explicação para os fenômenos que ocorrem nessa observação, e a partir daí, como educadores, podemos desenvolver suas ideias e transpor conhecimentos, para isso também é necessário que o educador saiba escutar seu público para assim poder analisar a melhor forma de trabalhar como mesmo e verificar como eles solucionam problemas e ao mesmo tempo propor soluções, pois muitas vezes os problemas são colocados prontos para os alunos, sem qualquer conexão com o que eles precisam realmente resolver. Mais do que propor meros exercícios de fixação é necessário fazer, na problematização, convidar os alunos a pensarem no mundo que os cerca de modo a prover seu desenvolvimento científico. Uma das propostas seria atuar a partir das origens que levaram a um determinado pensamento científico e, a partir daí, utilizar um contexto histórico, por exemplo, para desenvolver esses pensamentos. Por isso devemos propor casos reais para os alunos de modo que eles possam utilizar dessa ferramenta e desenvolver seu raciocínio crítico e poder compreender melhor e inferir no mundo a sua volta. Podemos utilizar de recursos para a problematização músicas, filmes, jogos, entre outros meios, lembrando que inicialmente o papel do educador não é dar a resposta para o aluno, mas sim fazer ele refletir e pensar sobre o que está sendo proposto, provocando e instigando a curiosidade do estudante.

Capítulo 3

O Produto e Sua Aplicação

Neste capítulo descrevemos o produto educacional e sua aplicação. O Produto está descrito na Seção 3.1 e também como um encarte separado (Apêndice A) desta dissertação. Trata-se de uma sequência didática de 4 aulas que explora efeitos ondulatórios em especial o fenômeno do batimento e o princípio de indeterminação ou

incerteza. Na descrição de sua aplicação, Secção 3.2, transcreveremos (de-gravaremos) os áudios que foram gravados durante cada aula. A dinâmica das aulas e a reação do educando serão discutidos, portanto, abaixo.

3.1 O PRODUTO

Caro Colega Professor,

Esse produto educacional foi elaborado para ser aplicado a turmas do segundo ou terceiro ano do ensino médio. Trata-se de um conjunto de 4 aulas (uma por semana) cujo o conteúdo programático se relaciona à Física Ondulatória, fenômenos de interferência, difração e batimento. Este último ponto é apresentado como um exemplo prático em sala de aula da relação de indeterminação (princípio de incerteza). Tal extensão é, portanto, abordada de maneira natural. Os objetos de cena didática são os seguintes: (i) os laboratórios virtuais (simuladores) *phet* descritos abaixo; (ii) o aplicativo (gratuito) para celular chamado *phyphox*; e (iii) materiais de uso caseiro.

Este encarte também serve como guia para o uso de tais ferramentas. Ademais, apresentamos também aqui perguntas-teste (e sugestão de respostas) relacionadas ao conteúdo de cada aula. Estas perguntas podem, a critério do Colega, conformar avaliações a serem aplicadas no final de cada aula. Ressaltamos, porém, que toda a fundamentação teórica, referências e método pedagógico seguido estão descritos no texto da dissertação, sendo recomendável sua leitura.

Abaixo, portanto, descrevemos a sequência didática com as aulas e os devidos guias para o uso dos objetos de cada cena didática.

Bom Trabalho,
Derek Gava

Aula 1. Ondas: Um movimento periódico

Conteúdo: Definição e classificação de onda uni-dimensional (1D) e seus elementos.

Objetivo: Discutir o conceito de ondas classificando seus distintos elementos *pertinentes à presente sequência didática.*

Metodologia: Uso de laboratório virtual (simulador *phet*) como ferramenta de ensino didática. O método da aula baseia-se nos 3 momentos pedagógicos, tendo o simulador como laboratório virtual.

Estratégia Didática

- **Momento 1 (20 min)** - O propósito deste primeiro momento é a problematização ao demonstrar oscilações ondulatórias e periódicas. Simularemos uma corda com uma extremidade presa no infinito, de maneira que ondas unidimensionais sobre a corda sejam visualizadas. Para tal, use o simulador <https://phet.colorado.edu/en/simulation/wave-on-a-string> A problematização se dá nas seguintes indagações iniciais: (i) qual a velocidade da onda; (ii) qual o comprimento da onda; (iii) qual a frequência da onda e (iv) o que vc entende por energia da onda. O foco está nas definições de *amplitude, frequência, comprimento e velocidade da onda*, cuja explicação será dada no próximo momento. Problematisa-se ainda o conceito de energia da onda ao indagar se o Professor perde ou não calor ao produzir, girando a manivela presa à extremidade esquerda da corda, esta onda uni-dimensional (1D). O conceito de energia terá seus seguintes momentos pedagógicos em sala da aula 4 desta sequência.

- **Momento 2 (15 min)** – Este é o momento para a explicação teórica das oscilações escrevendo na lousa as unidades de cada elemento da onda, de maneira que o significado de cada quantidade física envolvida seja facilmente explorada. Assim, a fórmula que envolve frequência, f , comprimento, λ , e velocidade da onda $v = f\lambda$ pode ser trazida à lousa. Especial nota é dada ao fato de se tratar de movimentos periódicos. Cuidado deve ser dado à escolha apropriada dos parâmetros da simulação de maneira a que tenhamos um caso mais próximo da situação ideal. Nesse momento o professor pode elaborar sobre as ondas sonoras provindas da corda e explicar sua propagação através do ar, mostrando que a frequência dessas ondas sonoras são as da própria oscilação unidimensional ora visualizada.

- **Momento 3 (10 min)** - Neste momento o professor estimulará os estudantes a buscarem, em seu dia-a-dia, outras manifestações físicas descritas por movimentos periódicos e se é possível haver ondas bi-dimensionais e tri-dimensionais.

Recursos didáticos: exposição teórica com giz e lousa; computador com ligação de rede internet e projetor. Laboratório virtual, corda e mola.

Tópicos importantes: velocidade, comprimento e frequência de uma onda unidimensional.

Tempo: 45 minutos

Guia de uso das ferramentas da cena didática - Aula 1

O simulador usado deve ser acessado no sítio https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/wave-on-a-string. Neste mesmo site, há material introdutório de uso do simulador. Há também informação sobre requisitos básicos para que o simulador funcione no seu computador. Em geral, o programa é bastante amigável e funciona com requisitos mínimos de *software e hardware* instalados. Na maioria dos computadores com os quais trabalhamos, não é preciso baixar o programa. Basta rodá-lo no próprio navegador, ou seja, apertar no ícone *play* >.

A página inicial deve ser igual à Figura 6, onde uma oscilação de Amplitude e Frequência fixos é produzida em uma corda com uma de suas extremidades presas no infinito. O cronômetro marca o tempo em segundos que a manivela presa à extremidade esquerda da corda completa uma volta completa. O Professor fica convidado a ligar e desligar o cronômetro do simulador sempre quando a bolinha verde da extremidade esquerda atingir o mínimo e o máximo da amplitude, respectivamente. Este será o intervalo de tempo cujo o inverso dá o valor da frequência de onda viajante unidimensional (1D). O parâmetros do simulador podem ser mudados facilmente, mas essa é a tela de principal interesse da aula. Os alunos deverão se sentir livres para variar os parâmetros do simulador de maneira a torná-lo familiar. A bolinha vermelha sobre a linha de referência, viajará para a direita a uma velocidade de aproximadamente 4 cm/s, $v = \lambda.f$

Outro elemento de cena é uma corda, cuja a foto pode ser vista na Figura 7. Ao vibrá-la, o Professor deverá tirar som da mesma, elaborando desta forma sobre a natureza ondulatória do som e como este se propaga. Trata-se aqui de subsídio para um eventual terceiro momento pedagógico desta Aula 1 ao inter-relacionar os diferentes modos de ondulações e seus efeitos.

Note que a onda é produzida ao girar a manivela presa à (bolinha verde da) extremidade esquerda da corda.

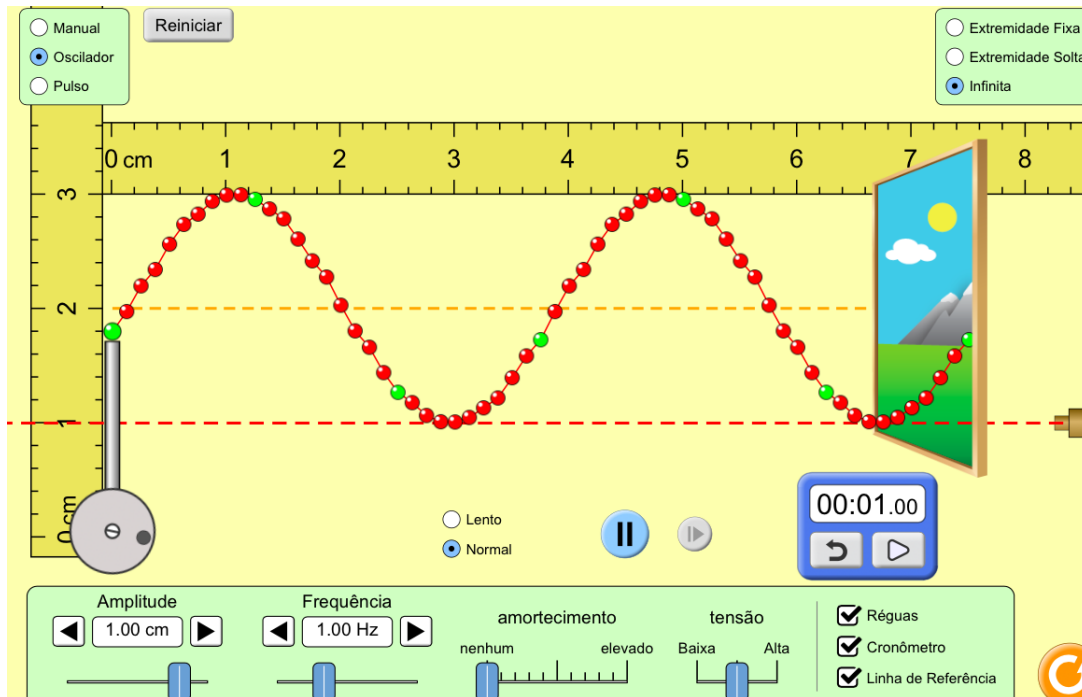


Fig.6 Impressão de tela do simulador *wave-on-a-string* que gerou uma onda de Amplitude de 1,0 [cm] e frequência de $f = 1,00$ [Hertz] em uma corda com uma de suas extremidades presa no infinito. Os parâmetros adotados são os descritos no texto acima.



Fig.7 Corda de 2,5 m de comprimento cujas as extremidades podem ser presas na mesa ou carteira de sala aula, de maneira que uma função periódica (senoidal) seja visualizada pela classe.

Perguntas-teste e Proposição de Respostas - AULA 1

(1) **Pergunta**: O que é onda?

Resposta: Perturbação que propaga energia sem propagar matéria.

(2) **Pergunta**: Cite uma diferença entre ondas mecânicas e eletromagnéticas.

Resposta: Ondas mecânicas precisam de meio material para se propagar e ondas eletromagnéticas não precisam de meio material para se propagar.

(3) **Pergunta**: Quais são as grandezas que caracterizam as ondas? Defina-as.

Resposta: Período: tempo para ocorrer uma oscilação completa.

Frequência: razão entre o número de oscilações pelo correspondente intervalo de tempo.

Comprimento de onda: distância percorrida pela onda ao realizar uma oscilação completa.

Amplitude: distância de uma crista ou de um vale até o nível de equilíbrio.

Velocidade: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$

Aula 2: Efeitos Ondulatórios I

Conteúdo: Ondas mecânicas, eletromagnéticas e interferência entre ondas

Objetivo: Classificação de ondas e fenômenos ondulatórios *pertinentes à presente sequência didática.*

Metodologia: Uso de simulador presente no sítio *www.phet.colorado.edu*. O método de aula baseia-se nos 3 momentos pedagógicos, explorando o laboratório virtual da simulação.

Estratégica Didática

- **Momento 1 (20 min)** - A exemplo da aula anterior, o Professor explora o simulador <https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/waveinterference.en.html> para problematizar o fenômeno da interferência e mostrar as analogias pertinentes entre as ondas mecânicas e eletromagnéticas. O Professor deve escolher primeiramente a opção de apenas uma fonte na simulação. Perguntas-problema devem estar relacionadas com a presença de uma ou mais fontes de onda, como também perguntas tais como: (i) O que entende por Som; (ii) O que entende por Luz; (iii) Como somar ondas? As ondas mecânicas (superfície da água e som) devem ser exploradas nessa simulação. A opção 'mostrar gráficos' pode ser trabalhada, especialmente as diferentes oscilações em relação ao tempo ou em relação à posição das moléculas no meio que transporta a onda. Introduzir o conceito de onda eletromagnética tirando vantagem da simulação que mostra perfeita analogia entre ambos movimentos periódicos. Questionar qual a diferença entre ondas mecânicas e eletromagnéticas com o propósito de definir estas últimas.
- **Momento 2 (15 min)** - *Interferência.* Com a opção de duas fontes de onda no simulador, com giz e na lousa, o professor deve desenhar uma função senoidal numa cor e, com outra cor, a mesma função defasada de metade de seu comprimento de onda. Deve dizer que cada onda é oriunda de uma fonte distinta. Assim, deve demonstrar que a eventual soma das duas ondas podem gerar interferências destrutivas e construtivas dependendo do valor da defasagem, explicando assim as regiões de amplitude de onda resultante nula. O mesmo efeito deve ser explorado com as ondas eletromagnéticas (opção laser no simulador), de maneira a ficar claro que estas últimas também possuem uma frequência que as caracteriza. É o momento de dizer que cada cor é representado por uma determinada frequência e que o espectro eletromagnético contém a luz visível. Uma lousa mostrando todo espectro e suas frequências deve ser mostrado nesse momento.
- **Momento 3 (15 min)** - Estimular a abstração da classe na busca de outros efeitos eletromagnéticos tais como, Sensores de Luz, Raios X, Controles Remotos, Telecomunicações entre outros.

Recursos didáticos: exposição teórica com giz e lousa, utilização de recursos audiovisuais, utilização de simulações de laboratório virtual.

Tópicos importantes: Interferência construtiva e destrutiva e ondas eletromagnéticas.

Tempo: 50 minutos

Guia de uso das ferramentas da cena didática - Aula 2

O simulador usado deve ser acessado no sítio https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference_pt_BR.html. Neste mesmo site, há material introdutório de uso deste simulador. Há também informação sobre requisitos básicos para que o simulador funcione no seu computador. Mas, em geral este programa também é bastante amigável e funciona com requisitos mínimos de *software e hardware* instalados. Na maioria dos computadores com os quais trabalhamos, também não foi preciso baixar o programa. Basta rodá-lo no próprio navegador apertando o ícone *play* >.



Fig.8 Impressão de tela do simulador *wave-interference* que mostra a visão lateral de uma onda na superfície de um de água, por exemplo. A fonte geradora desta onda são gotas que caem no tanque a uma frequência constante.

O Professor deve, em primeiro lugar, escolher o simulador na opção ONDAS, cuja tela inicial dever ser o da Figura 8. Para tal ele deve escolher a “visão lateral” do tanque de água. A frequência do pingo da torneira, que é ligado no botão verde, deve estar na metade dos valores de mínimo e do máximo. Esse é o momento de atacar ondas

mecânicas bi-dimensionais (2D) que se propagam numa superfície de um tanque de água, cuja fonte geradora da onda é a torneira que pinga com uma frequência constante.

Em seguida, o Professor deve escolher o simulador na opção INTERFERÊNCIA com parâmetros escolhidos tal como a tela apresentada na Figura 9. Aqui, há duas fontes de onda (duas torneiras) gerando ondas com a mesma frequência. Como podemos ver no canto superior direito da Fig. 9, existem as opções som e laser (luz) além da onda no tanque. Ainda no canto superior direito da Fig.9, existe também um medidor de oscilação, que possui dois sensores, um branco e um cinza, que descrevem a oscilação resultante da soma das duas fontes. Este sensor mostra a oscilação do nível da água em função do tempo para uma dada posição fixa. No Capítulo 2, a equação de onda que caracteriza tal oscilação. Tal formulação deve ser evitada quando da aplicação deste produto, servindo como subsídios teóricos do Professor. A discussão a ser feita nessa aula deverá ter carácter qualitativo tão somente. Note que em posição de interferência construtiva (destrutiva), o sensor cinza (branco) descreve o nível da água apresentando uma amplitude máxima (mínima) de oscilação.

Em seguida, outras telas, na opção INTERFERÊNCIA, podem ser exploradas modificando as escolhas no canto superior direito da simulação. As Figs. 10 e 11 mostram o fenômeno da interferência para as ondas sonoras e ondas eletromagnéticas no mesmo simulador.

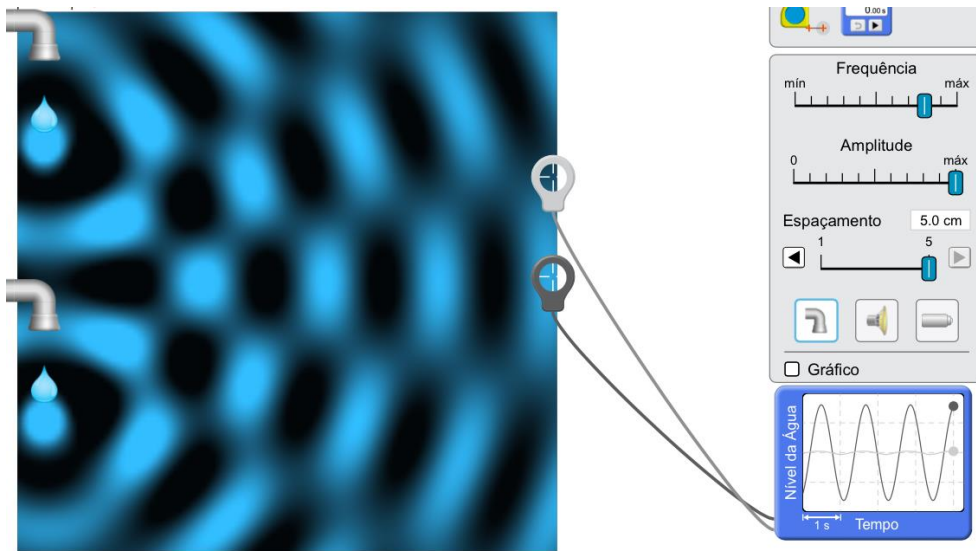


Fig.9 Impressão de tela do simulador *wave-interference* que mostra o resultado da soma de duas ondas 2D, de mesma frequência e amplitude, interferindo uma na outra. Os parâmetros adotados são os descritos no texto. Note que o sensor cinza (branco) é colocado numa região de interferência construtiva (destrutiva). Essas regiões são extremamente sensíveis ao espaçamento entre as fontes de onda.

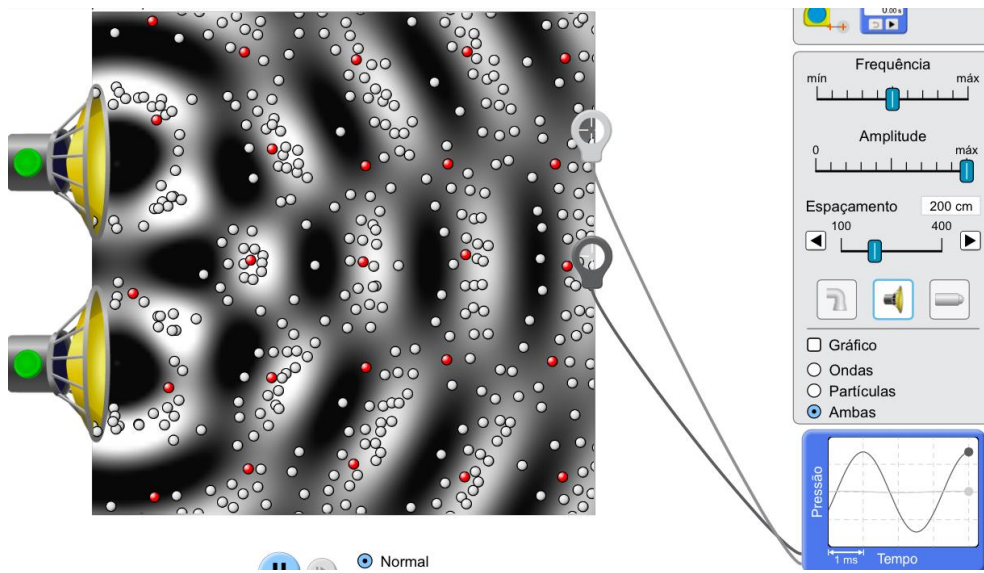


Fig.10 Impressão de tela do simulador *wave-interference* que mostra o resultado da soma de duas sonoras, de mesma frequência e amplitude, interferindo uma na outra. Nessa tela é possível escolher a esquematização das moléculas que são representadas pelas bolinhas brancas e vermelhas.

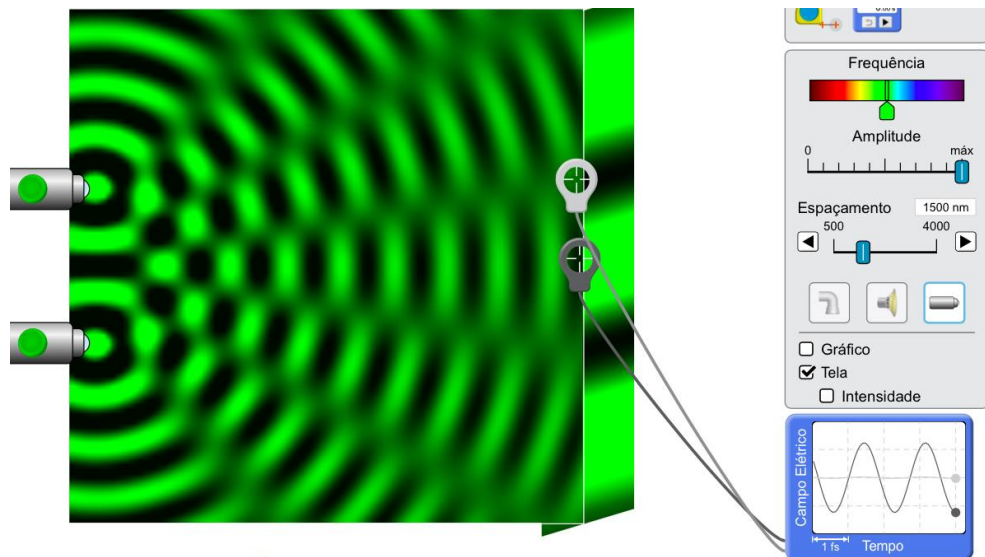


Fig.11 Impressão de tela do simulador *wave-interference* que mostra o resultado da soma de duas ondas eletromagnéticas, de mesma cor verde, interferindo uma na outra. Essa tela é deixada para o terceiro momento pedagógico.

Perguntas-teste e Proposição de Respostas - AULA 2

(1) **Pergunta:** O que é o som e como se propaga?

Resposta: O Som é uma onda que se propaga através de um meio, oscilando as moléculas do meio e transportando energia e informação. Trata-se de uma mecânica.

(2) **Pergunta:** O que é interferência entre ondas?

Resposta: É a soma de duas ondas de mesma. Quando a crista de uma onda é somada com a crista (vale) de outra, ocorre interferência construtiva (destrutiva).

(3) **Pergunta:** O que é Luz?

Resposta: A luz é uma onda que se propaga em todo espaço, não necessitando nenhum meio para transportar sua energia e informação. Trata-se de uma onda eletromagnética.

Aula 3: Efeitos Ondulatórios II

Conteúdo: O Batimento e o Princípio da Indeterminação

Objetivo: Compreender o fenômeno do batimento e associá-lo à relação de indeterminação.

Metodologia: Uso de aplicativos educacionais gratuitos. O método de aula baseia-se nos 3 momentos pedagógicos.

Estratégica Didática

- **Momento 1 (20 min)** - Os alunos são divididos em grupos de 4 e convidados a instalar a versão gratuita do aplicativo *phyphox* do sítio <https://phyphox.org/download/> em no mínimo dois aparelhos no grupo. Em seguida o professor solicita aos alunos que usem as funções gerador de som nos telefones, de maneira que cada um emita frequência próximas f_1 e f_2 . Todos devem ouvir o fenômeno do batimento. As perguntas-problema devem ser focadas na diferença entre o som uníssono, $f_1=f_2$, e o batimento $f_1 \neq f_2$. A principal delas estará na diferença no valor do intervalo de tempo Δt entre batimentos à medida que as frequências se tornam mais diferentes, ou seja, quando $\Delta f = |f_1 - f_2|$ aumenta. Ficará evidente que quando Δf aumenta, o tempo entre batimentos Δt diminui correspondentemente. Esta última frase é importante e deve ser explorada quando o Professor for escrever o princípio da indeterminação.

- **Momento 2 (20 min)** - Na lousa e com o giz, o Professor inicialmente analisará a unidade, no sistema internacional (SI), tanto de Δf quanto Δt e mostrará que a unidade de frequência é o inverso da unidade do tempo. Em seguida o Professor escreve na lousa a fórmula $\Delta f \cdot \Delta t$ e mostra que o resultado deste produto é uma quantidade sem dimensão física. Devido a que no Primeiro Momento pedagógico os alunos experimentaram que Δf é anti-proporcional a Δt , aqui é o momento de escrever $\Delta f \times \Delta t \approx 1$. Assim, neste Momento Pedagógico o Professor deve trabalhar com o fato de (i) o produto $\Delta f \Delta t$ resulte em uma constante adimensional, de maneira que quando a indeterminação no valor da frequência aumenta, o intervalo de tempo entre batimentos diminui, e vice e versa; (ii) o valor mínimo de $\Delta t \geq C / \Delta f$.

- **Momento 3 (15 minutos)** – Exercícios anexos de fixação de (i) aplicação direta de fórmulas; (ii) conceituais; e (iii) tarefa de casa. Cabe aqui a utilização de um violão para mostrar o batimento. O roteiro para produzir o fenômeno de batimento no violão estará no texto dissertativo.

Recursos didáticos: exposição teórica com giz, lousa, utilização de aplicativo gratuito e experimento com instrumento musical (violão).

Tópicos importantes: Princípio da indeterminação

Tempo: 45 minutos

Guia de uso das ferramentas da cena didática - Aula 3

O Professor deve baixar em seu celular o aplicativo *PhyPhox*. Trata-se de um laboratório virtual com uma série de experimentos e funções. Aqui, o Professor deve se restringir ao uso da função *tone generator* (gerador de sons com uma determinada frequência). A Figura 12 mostra a tela do gerador de tom a uma frequência de 440 Hertz.

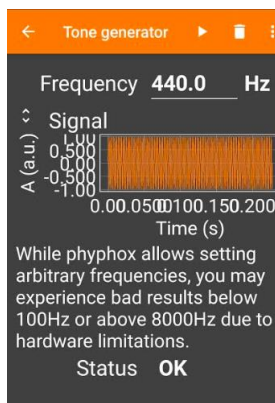
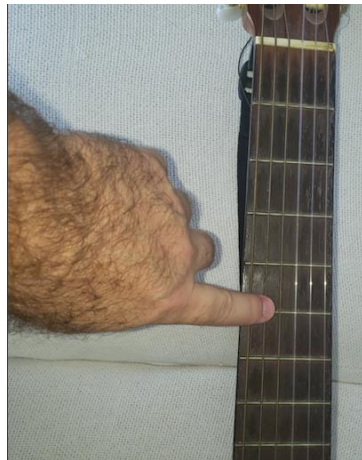


Fig.12 Impressão de tela do simulador da função *tone generator* do aplicativo gratuito para celulares *phyphox*. Ao pressionar a tecla *play*>, o dispositivo emite uma onda sonora de frequência de oscilação de 440 Hertz.

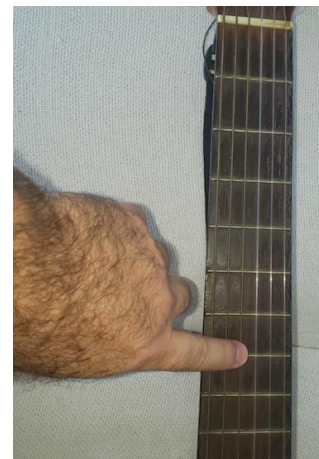
Equivalentemente, para os Colegas Professores, que também gostam de tocar violão (afinado), o mesmo exercício pode ser praticado. O exercício da afinação. O braço do violão de 6 cordas é mostrado na Figura 13(a). Nela, o dedo indica como tirar o mesmo tom de 440 Hertz. O dedo deve ser levemente colocado sobre a quinta corda (da direita para esquerda) em cima do quinto traste (de cima pra baixo). O polegar do outro dedo deve tocar somente essa corda. Se o violão estiver afinado, a frequência de 440 Hertz será emitida. Esta mesma frequência deverá ser emitida se o dedo estiver colocado levemente sobre a quarta corda e em cima do sétimo traste, como mostrado na Fig. 13(b). Ao tocar estas duas notas simultaneamente, a afinação do instrumento pode ser comprovada: estas

duas cordas estarão afiadas entre si se o fenômeno do batimento estiver ausente $\Delta t \rightarrow \infty$,



ou seja, ausência de interferência destrutiva.

Fig.13 (a) Esquerda. 440 Hertz tirada da quinta corda do violão. (b) Direita. A mesma frequência tirada da quarta corda do violão.



Perguntas-teste e Proposição de Respostas -
AULA 3

(1) **Pergunta:** Quando ocorre o batimento?

Resposta: Ocorre quando temos duas fontes oscilatórias com frequências próximas, na interação das ondas emitidas por essas duas fontes existirão pontos onde ocorrerão interferência construtiva, pontos onde ocorrerão interferência destrutiva e pontos intermediários.

(2) **Pergunta:** Aumentando-se a diferença de frequências entre as fontes sonoras, o que ocorre com o intervalo de tempo que acontece o batimento?

Resposta: Diminui, pois de acordo com o princípio de indeterminação, essas grandezas são inversamente proporcionais.

Aula 4: O efeito fotoelétrico

Conteúdo: O efeito fotoelétrico

Objetivo: Introduzir o efeito fotoelétrico como ilustração do conceito de energia da onda de luz, ou do fóton, $E=hf$.

Metodologia: Uso do simulador https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/photoelectric. Tomamos como base os 3 momentos pedagógicos, mas sem a preocupação de fixar suas fronteiras.

Estratégica Didática

- **Momento 1 (20 min)** – Aqui a fórmula $f = v/\lambda$ da Aula 1 deve ser trazida, onde v é a velocidade (da onda) da Luz, $c = 300.000 \text{ km/s}$. O professor trabalhará com o laboratório virtual <https://phet.colorado.edu/en/simulation/photoelectric>. Depois de haver explicado todos objetos do experimento virtual, o Professor terá o cuidado aqui de manter a voltagem da pilha em 8 Volt , intensidade e frequência da luz em 0% e 483 nm , respectivamente, e escolher o Sódio como o metal do emissor. O propósito é mostrar que a tensão elétrica da pilha não é a responsável pelo aparecimento de corrente elétrica. A problematização se dá através das seguintes perguntas: (i) O que acontece quando ligamos a luz sobre a placa? e (ii) como descrever a energia da luz? Após haverem elaborado e discutido as perguntas-problema, o professor, preocupado *tão somente* em saber o efeito da incidência de luz no metal, deve colocar e manter a voltagem da pilha em 0 Volt , já que a pilha não deve ser a responsável pela produção de corrente elétrica. Nesse momento o Professor deve arranjar o seu experimento-problema de maneira a evidenciar a proporcionalidade direta entre a velocidade (energia cinética) do fóton-elétron e a frequência da luz projetada sobre a placa emissora. Para isso o Professor deve mostrar a reta no gráfico da energia versus frequência do laboratório virtual. Escolha uma escala tal em que se pode calcular o coeficiente angular da reta de maneira aproximada.
- **Momento 2 (20 min)** – O Professor deve argumentar que se a Luz transfere, de maneira direta, energia cinética aos elétrons do metal à medida que sua frequência aumenta, sua energia, portanto, deverá ser diretamente proporcional à sua frequência, escrevendo na lousa $E \propto f$. Nesse instante, defini-se a constante de Planck h como sendo a constante de proporcionalidade, ou seja, $E = hf$, onde $h \approx 4,13 \times 10^{-15} \text{ [eV]}\cdot\text{[seg]}$ é obtida medindo a inclinação da reta. Especial atenção deve ser dada à unidade da constante de Planck. O propósito desta aula na presente sequência termina com a definição da energia da luz apresentada nesse momento pedagógico.
- **Momento 3 (15 minutos)** – Entretanto, poder-se-á estimular a intuição dos alunos notando que os fóton-elétrons existem apenas a partir de um determinado valor de energia da luz $E=hf > \Phi$, onde Φ é um valor de energia que *prende (liga)* o elétron à placa. O símbolo maior, $>$, pode então ser convertido em igual, $=$, escrevendo a equação do efeito fotoelétrico $hf = \Phi + \text{“Extra”}$, onde a energia “Extra” é a energia cinética dos fóton-elétrons.

Recursos didáticos: exposição teórica com giz, lousa, utilização de aplicativo gratuito e recursos multimídia da escola.

Tópicos importantes: Constante de Planck, energia da Luz e efeito fotoelétrico.

Tempo: 45 minutos

Guia de uso das ferramentas da cena didática - Aula 4

A Figura 14 mostra uma impressão de tela do simulador https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/photoelectric. É importante ressaltar que neste simulador é necessário ter o aplicativo *flash* instalado em seu computador. A tela da Fig. 14 é a primeira que deve ser analisada.

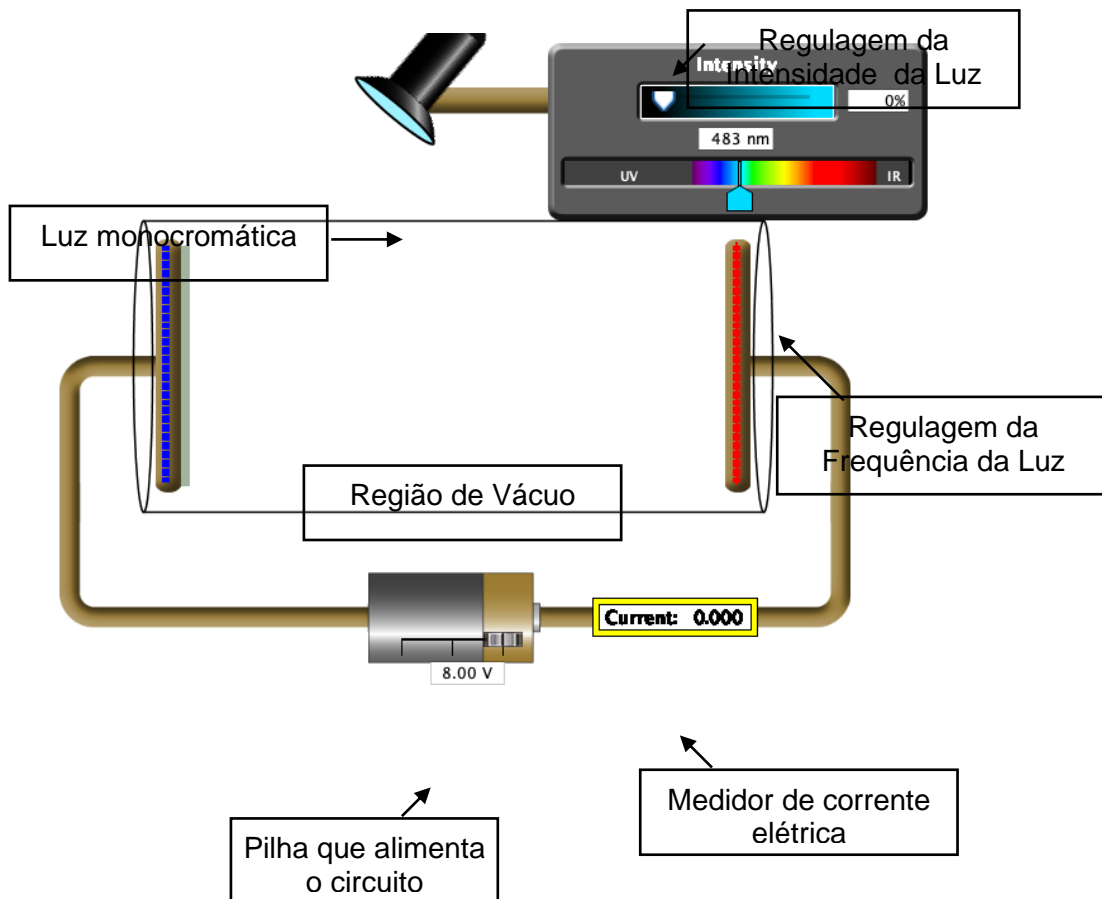


Fig.14 Impressão de tela do simulador https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/photoelectric para um luz de intensidade nula. A pilha de 8 Voltz não introduz corrente no circuito por ele estar aberto. Porém, há

um acúmulo de cargas positivas (negativas) na placa da direita (esquerda). A região de vácuo está envolta por um vidro transparente.

Desta forma, pode-se afirmar que esse simulador representa um experimento (virtual) para estudar o efeito da luz sobre o circuito, com a possibilidade de se variar tanto sua intensidade quanto sua frequência. Lembre-se da relação $f = c/\lambda$, onde c é velocidade da luz.

A próxima tela deve ser preparada de acordo com a Fig. 15. Escolhemos uma cor de luz violeta ($\lambda = 392[nm]$) com 100% de intensidade e vemos os fóton-elétrons serem retirados da placa metálica emissora (a da esquerda). Eles são representados pelas partículas azuis dentro da região de vácuo. Escolhe-se o gráfico da energia cinética deste fóton-elétron em função da frequência da luz. Para isso, deslize o regulador de frequência sobre todo o espectro eletromagnético, ou seja, para todos os valores de frequência (ou comprimentos de onda) possíveis.

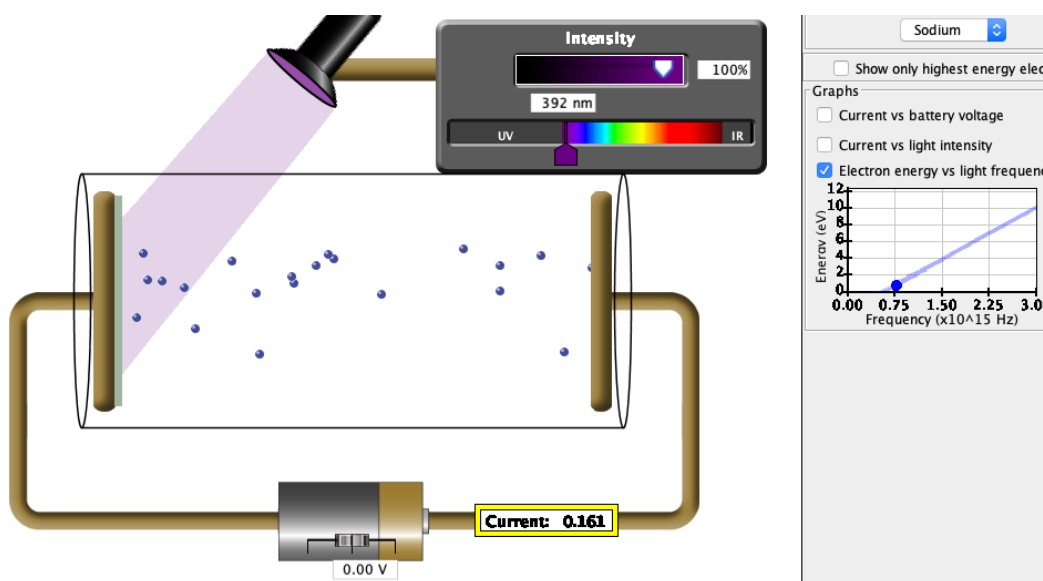


Fig.15 Impressão de tela do simulador https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/photoelectric para intensidade da luz de 100% e para uma frequência $f = c/\lambda \approx 0,75 \times 10^{15}$ [Hertz]. A pilha é mantida em 0 Volt e a luz produz corrente no circuito como pode ser visto no medidor de corrente. O gráfico mostra a energia cinética dos fóton-elétrons em função da frequência da luz. Deslize o regulador de frequência sobre todos os valores para construir o gráfico.

Perguntas-teste e Proposição de Respostas - AULA 4

(1) **Pergunta**: Quando ocorre o efeito fotoelétrico.

Resposta Ocorre quando uma radiação (onda) eletromagnética incide sobre uma superfície metálica e a energia associada à essa radiação provoca a emissão de elétrons pela superfície.

(2) **Pergunta**: O que é necessário para que ocorra a emissão de elétrons pela placa metálica no efeito fotoelétrico?

Resposta: Precisamos de uma energia mínima, associada a um valor mínimo de frequência da radiação eletromagnética incidente.

(3) **Pergunta**: O que é função trabalho?

Resposta: A função trabalho é essa energia mínima necessária para que o efeito fotoelétrico ocorra.

(4) **Exercício**: Se usamos a fórmula $E = hf$, existe uma outra maneira de escrever a relação de indeterminação $\Delta f \times \Delta t \approx 1$?

Resposta: Se h é constante, podemos usar a fórmula $E = hf$ para escrever que $\Delta E = h\Delta f$. Desta forma a relação de incerteza pode ser escrita como $\Delta E \times \Delta t \approx h$.

Texto de leitura extra-aula: O princípio da Incerteza e a Física Quântica

Essa fórmula que você *deduziu* ao responder o Exercício 4 da aula 4 é de vital importância quando estudamos Física Quântica, que é a Física das incertezas. Enquanto a Física Newtoniana (as 3 leis Newton) procura(m) determinar de maneira precisa a mecânica que ocorre na natureza, a Física Quântica trata de explicar a natureza através de probabilidades de um movimento ocorrer ou não, ou dito de outra forma, a Física Quântica lida com as incertezas inerentes de um movimento. Em um universo quântico,

portanto, uma relação de indeterminação, tal como você aprendeu quando estudou o Batimento e ondas, deve ser um princípio básico a ser respeitado. Portanto, lembre-se que qualquer movimento que é descrito por uma onda obedece intrinsecamente o princípio da incerteza (indeterminação), tal como vimos nas simulações da Aula 3. Portanto, seria razoável dizer que a Física Quântica é uma Física de natureza ondulatória, ou dito de outra forma, a Física Quântica procura dar tratamento ondulatório a qualquer objeto em movimento.

Desta forma, na linguagem quântica todas aquelas grandezas que foram estudadas na Física Newtoniana, tais como Posição (em metros no Sistema Internacional — SI), Quantidade de Movimento linear (em Kg.metro/segundo), Energia (em Joule), Tempo, e etc... devem apresentar suas incertezas correspondentes. Vamos chamá-las de Δx , Δp , ΔE e Δt , respectivamente, e discutir um pouco os seus significados. Começamos dizendo que a Unidade de cada uma destas incertezas é a mesma da dos seus valores principais, ou seja,

$$\Delta x \equiv [m], \quad (1)$$

$$\Delta p \equiv \frac{[Kg][m]}{[s]}, \quad (2)$$

$$\Delta E \equiv \frac{[Kg][m]^2}{[seg]^2} \equiv [Joule], \quad (3)$$

e

$$\Delta t \equiv [seg]. \quad (4)$$

Veja, se multiplicamos a Eq. (3) pela Eq. (4), ou seja,

$$\Delta E \Delta t \equiv [Joule][seg], \quad (5)$$

teremos como resultado a mesma unidade da constante de Planck. Da mesma forma, se multiplicamos a Eq. (1) pela Eq. (2), ou seja,

$$\Delta x \Delta p \equiv [Joule][seg], \quad (6)$$

temos igualmente um resultado que também tem a mesma unidade da constante de Planck. Portanto, não é difícil afirmar que as incertezas de qualquer par de quantidades físicas, cujo o produto resulte na mesma unidade da constante de Planck, devem satisfazer o princípio da incerteza de Heisenberg, ou seja,

$$\Delta E \Delta t \approx h \quad (7)$$

$$\Delta x \Delta p \approx h. \quad (8)$$

Veja que as Eqs.(7) e (8) dizem que quanto MAIOR é o valor de uma incerteza, por exemplo Δx , MENOR será o valor de Δp , pois seu produto deve ser sempre igual a

uma constante (de Planck). Isso quer dizer que as incertezas nunca podem ser zero na Física Quântica, pois isso violaria o princípio da incerteza.

E o que dizer do significado das incertezas? Na tabela abaixo mostramos exemplos didáticos de como entendê-las.

INCERTEZAS	NO DIA-A-DIA	NA FÍSICA QUÂNTICA
ΔE	Imagine que seu médico receitou uma dieta em que você só poderá consumir 2000 calorias diárias. Um pedacinho de pão de 10 calorias representaria a incerteza da sua dieta, ou seja, $\Delta E = 10$ calorias. Lembre que 1 cal = 4,186 Joule. [13]	Incerteza no valor da ENERGIA medida da partícula em um ambiente quântico.
Δt	Tempo de espera de um encontro marcado para uma determinada hora. Os britânicos têm fama de serem mais pontuais que o brasileiro, portanto a incerteza Δt na Inglaterra seria bem menor que no Brasil.	Tempo de vida de uma partícula quântica. A partícula só existe em um intervalo de tempo finito.
Δx	Imagine uma maratona de 40 Km que você terá de cumprir. A largura de seu passo, ou seja 1 metro pode ser considerada sua incerteza no percurso, $\Delta x = 1$ metro.	Incerteza na medida do valor da posição da partícula.
Δp	O momento linear $p=mv$, onde m é a massa e v é a velocidade. Se a massa é constante, $\Delta p = m\Delta v$. Portanto, Δv pode ser considerado como a imprecisão do velocímetro do seu carro.	Incerteza no valor da velocidade medida da partícula.

Tabela 1. Exemplo de significado de incertezas que podemos encontrar no nosso dia-a-dia e seus conceitos na Física Quântica. [13]-[21]

E o que dizer do significado das incertezas? Na Tabela 1 mostramos exemplos didáticos de como entendê-las. A coluna da tabela que mostra exemplos de como podemos compreender incertezas no nosso dia-a-dia (não quântico) dá uma idéia de como o conceito da incerteza está relacionado com um erro na medição. Por outro lado, a razão da existência de incertezas na Física Quântica não é um problema do aparato experimental em si. Sua origem está na própria natureza da matéria e do movimento das objetos e das partículas que a compõem. Existe movimento, ou seja, existe a mecânica das partículas que compõem os átomos e, portanto, devido às suas propriedades quânticas, ao realizarmos medidas de posição destas partículas, por exemplo, estamos interferindo nessa medida pelo simples fato de as observarmos, ou seja, pelo simples fato de sabermos onde elas se encontram.

Terminamos este texto com um direcionamento ao vídeo que mostra quando as características quânticas de um elétron se manifesta: <https://www.youtube.com/watch?v=zKiCEU6P3U0>, ou seja, em que circunstâncias os elétrons da matéria revelam sua natureza ondulatória (quântica). Essa circunstância se dá sempre quando temos uma incerteza na posição do elétron, ou seja, sempre quando $\Delta x \neq 0$ que é a condição necessária e suficiente para que o princípio de incerteza seja respeitado, originando assim um tratamento ondulatório para tudo que se move.

3.2 A APLICAÇÃO DO PRODUTO

3.2.1 Aula 1

A aplicação do produto foi iniciada para uma turma da segunda série do ensino médio através de um questionamento visto previamente em aula prévia. A questão é “o que eles entendiam por velocidade da onda?”. A primeira observação que obtive de um aluno é que a onda possuía sempre a mesma velocidade. O mesmo aluno observou posteriormente que a velocidade depende da onda. Acrescentei a observação de que a onda realmente possui velocidade constante, mas que essa velocidade depende do meio de propagação. Nesse momento recordaram do ponto de amplitude positiva máxima, a crista, e o ponto de amplitude negativa máxima, o vale. Nesse momento cabe dizer que durante a aula ocorreu uma extrapolação de uma aplicação ondulatória, onde foi

associado esse ponto de amplitude positiva máxima à crista de uma onda. Para fixar esse conceito após o questionamento de uma aluna argumentei que a velocidade da onda é constante em um determinado meio e mudando de meio de propagação a velocidade é alterada. Na sequência começamos a discutir o que seria comprimento de onda e sua definição, os alunos lembravam que o comprimento de onda é a distância entre duas cristas. Assumi o compromisso de expor a definição em um momento oportuno novamente para eles. Questionei eles também com relação ao conceito de frequência, e recordamos que ela estava associada ao oscilador, ou seja, a uma fonte. Perguntei também sobre energia e um aluno disse que estava associada à frequência, perguntei como ele sabia disso e o mesmo argumentou que viu em um vídeo. Admiti esse conceito nesse momento sem, entretanto, deixar de ressaltar que a energia da onda dependente do seu tamanho (do quadrado de sua amplitude). Com a utilização do simulador phet: “wave on a string” mostrei uma aplicação prática para se determinar a velocidade de uma onda, apenas efetuando a razão entre a distância percorrida pela onda pelo correspondente intervalo de tempo. Nesse momento comecei a desenvolver com eles as outras formas de determinarmos a velocidade de uma onda, para isso retomamos a definição de comprimento de onda como sendo a distância percorrida pela onda em uma oscilação completa e também de frequência que de acordo com o simulador dá para associar com a quantidade de voltas que a fonte realiza em um determinado intervalo de tempo. Surgiu o questionamento de um aluno nesse instante acerca da definição de uma onda que seria uma perturbação que propaga energia sem propagar matéria. Comentei também da diferença entre ondas mecânicas e ondas eletromagnéticas, sendo que a primeira precisa de meio material para se propagar e a segunda não precisa de meio material para se propagar. Recordamos também o período, que é o tempo que a onda leva para fazer uma oscilação completa. Chegamos nesse momento à equação para determinarmos a velocidade de uma onda:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f.$$

Falamos da possibilidade de que caso essas equações sejam esquecidas, também é possível deduzi-las através da definição de velocidade. Perguntaram nesse momento: “os tipos de questões que costumam aparecer?”. E falei que alguns casos basta por identificar o comprimento de onda em uma figura e utilizar a frequência fornecida no texto da questão para poder determinar a velocidade. No próximo momento de

extrapolação perguntei onde eles observam esses conceitos que estudamos, e eles falaram da onda em uma corda e do som.

Para a turma do terceiro ano do ensino médio creio que foi mais fácil recordar, pois eles viram esse assunto faz mais tempo consequentemente esse conceito já está mais consolidado no aprendizado deles. Tivemos a impressão de que a retomada desses conceitos fluiu melhor nessa turma, visto que essa turma já tinha visto física ondulatória no ano anterior. Com essa turma conseguimos revisar os tópicos iniciais de ondulatória de uma forma mais rápida. Ao contrário da outra turma eles não tiveram contato anterior com a relação entre energia e frequência, ou pelo menos não recordavam. Mostramos para eles também os parâmetros ondulatórios no simulador “wave on a string” e já que comentaram recordamos os casos de reflexão em extremidade fixa e em extremidade livre. Creio que a utilização do simulador para revisar os parâmetros da onda também ajudou muito ao permitir o contato com uma forma mais lúdica de compreender a onda. Nesse momento pode-se dizer que ocorreu uma extrapolação à aplicação de ondas à um exercício praticado numa modalidade de atividade física chamada “crossfit”. Comentamos nesse momento de uma relação direta entre frequência e energia. Conseguimos associar todos os conceitos discutidos anteriormente ao simulador aplicado à essa aula. Questionaram sobre a definição de frequência que é a razão entre o número de oscilações de uma onda em um determinado intervalo de tempo e pode ser descrita como o inverso do período. Recordaram também uma relação entre a força aplicada às extremidades de uma corda e a velocidade de propagação da onda nessa corda dada pela equação de Taylor. Associaram a unidade de frequência à “velocidade” de operação de um processador de computador. Questionaram sobre o formato dos pulsos e respondemos que existem dos mais variados tipos, quadrados, triangulares, senoidais etc. Mostramos os casos da corda com os pontos em alta tensão e com os pontos em baixa tensão.

3.2.2 Aula 2

Nessa aula mostramos a propagação de uma onda em um meio bidimensional, bem como, o fenômeno de interferência, utilizando o simulador phet “wave interference”. Inicialmente expusemos no simulador uma gota caindo na superfície de um recipiente com água, isso provocou a formação de ondas circulares com as correspondentes

representações de crista (parte mais clara) e vale (parte mais escura), vale comentar que o simulador oferece uma visão de cima e também uma visão lateral do que está ocorrendo na formação dessa onda. Foi levado à discussão sobre o que estava ocorrendo com a utilização de duas fontes de ondas, nesse momento eles associaram o fenômeno de reflexão, as ideias de colisão e ação-reação estudadas em anos anteriores, quando, na verdade, o que estava ocorrendo era o fenômeno de interferência. Também é possível modificar a frequência no simulador. Mostramos com o simulador os pontos onde ocorreram encontro de crista com crista que é onde acontece interferência construtiva (parte mais clara) e o encontro de crista com vale que é onde acontece interferência destrutiva (parte mais escura). Para esclarecer melhor mostramos o mesmo fenômeno com outras ondas, sonora e luminosa, no simulador é possível verificar que é o mesmo fenômeno ocorrendo com outros tipos de ondas. Recordamos nesse momento a diferença entre as ondas mostradas no simulador que no caso a onda sonora é longitudinal (direção de vibração é igual a direção de propagação) e a onda luminosa é transversal (direção de vibração é igual a direção de propagação). Para associar a onda longitudinal a uma forma mais palpável para os alunos associamos a onda longitudinal ao caso de uma mola. Comentei também que é bastante utilizada a representação transversal da onda sonora para fins didáticos, pois é mais fácil de ser visualizada dessa forma. Recordamos os fenômenos vistos em óptica com as correspondentes representações para ondulatória, diferença principal no acréscimo do conceito de frente de onda, e para não confundirem diferenciar os conceitos de crista (maior distância positiva em relação ao nível de equilíbrio) e de frente de onda (pontos atingidos por uma onda). Abordamos também através do simulador “wave on a string” os casos de reflexões para onda unidimensional, sendo que para extremidade fixa ocorre reflexão com inversão de fase (amplitude positiva vira amplitude negativa após a reflexão e vice-versa) e para extremidade livre ocorre reflexão sem inversão de fase (amplitude positiva continua positiva após a reflexão). No momento da reflexão os alunos questionaram se na reflexão acontece a formação de outro pulso e foi então esclarecido que não é isso que ocorre, o que acontece é que o pulso apenas atinge a extremidade e volta. Abordamos os casos de refração, da onda indo de uma corda mais fina para uma mais grossa e da corda mais grossa para a corda mais fina. Importante notar que os dois fenômenos acontecem simultaneamente, o pulso passa para a outra corda ao mesmo tempo que reflete, recordamos também a Lei de Snell-Descartes que é utilizada para estudar o fenômeno de refração. Falamos também de difração, que é a propriedade que as ondas possuem de contornar obstáculo, esse fenômeno explicado pelo princípio de

Huygens. E polarização que é a limitação na direção de propagação de uma onda. Expusemos teoricamente o fenômeno de interferência utilizando para elucidação o simulador “wave on a string”. Curiosamente refletimos com os alunos que existem fenômenos que a luz se comporta como onda e existem casos que ela se comporta melhor como partícula, isso será abordado nas próximas aulas.

Para a turma do terceiro ano do ensino médio iniciamos a segunda aula mostrando o simulador phet “wave interference” para observar a vista superior e a vista lateral de uma gota caindo em uma superfície de água. Observaram que esse sistema leva algum tempo para ficar equilibrado, é possível observar também que a onda perde energia diminuindo sua amplitude com o passar do tempo. Mostramos os casos para ondas sonoras e laser. Mostramos o que ocorre com as moléculas de ar quando a onda sonora se propaga por ele. Recordamos a diferença entre ondas longitudinais e transversais, e a diferença entre frentes de ondas de duas dimensões e frentes de ondas de três dimensões. Comentamos os principais exemplos de ondas mecânicas (som) e ondas eletromagnéticas (luz). Começamos o caso de duas fontes, inicialmente recordando os casos de interferência construtiva e interferência destrutiva com a utilização do simulador phet “wave on a string”. É possível concluir que as três fontes: água, som e laser possuem o mesmo comportamento ondulatório. Mostramos o espectro eletromagnético que associa os comprimentos de ondas a medidas do cotidiano deles, identificam corretamente que o parâmetro principal que modifica entre essas ondas eletromagnéticas é a frequência. Como extrapolação eles comentam do controle remoto. E solicito que para a próxima aula instalem o aplicativo “phyphox”.

3.2.3 Aula 3

Nessa aula trabalhamos com o gerador de tom do aplicativo phyphox, inicialmente utilizaremos um celular e solicitaremos que os alunos baixem esse aplicativo em seus celulares. Com um celular na frequência inicial de 440 Hz mostramos que aumentando-se a frequência do som, ele fica mais agudo e diminuindo-se a frequência do som, ele fica mais grave. Comentamos também que a faixa audível está entre 20 Hz e 20000 Hz e fora desse intervalo de frequências o ser humano não consegue ouvir. Iniciamos a experiência com dois celulares, ligando-se apenas um deles na frequência de 440 Hz e logo em seguida ligamos o outro na mesma frequência, então, os alunos

percebem corretamente a alteração na intensidade da onda emitida e pergunto a qual fenômeno ondulatório este efeito pode descrever que seria a da interferência construtiva. Em seguida, colocamos uma pequena diferença de 5 Hz entre as frequências, eles percebem que o som começa a oscilar entre pontos de máxima e de mínima intensidade. Os alunos mostraram um analisador de espectro sonoro que serve para verificar essas frequências. Questionamos que fenômeno ocorre quando as frequências estão próximas e mostro que é o batimento, ou uma interferência destrutiva entre duas ondas sonoras. Fazemos agora as frequências diferirem de 5 Hz, 10 Hz, 15 Hz e 20 Hz, eles observam corretamente que quanto maior a diferença entre as frequências, menor o intervalo de tempo que ocorre entre Batimentos.

Com a turma do terceiro ano do ensino médio também utilizaremos o aplicativo phyphox. Inicialmente emitimos um som com frequência de 440 Hz apenas com um celular e na sequência colocamos outro celular emitindo a mesma frequência e eles identificam o fenômeno da interferência construtiva. Modificamos um pouco a frequência de um celular e eles percebem a presença de dois sons e como consequência da presença desses dois sons, eles percebem uma oscilação no resultado da sobreposição desses dois sons. Inicialmente a diferença entre os dois sons é de 1 Hz, depois 2 Hz, 3 Hz e 4 Hz. Explicamos para a turma que esse é o fenômeno do batimento, uma consequência da possibilidade de haver interferência destrutiva. Os alunos percebem que aumentando-se a diferença de frequências entre os sons o fenômeno de batimento ocorre mais rápido, o que está de acordo com o princípio de indeterminação, o qual expusemos para os alunos na sequência.

3.2.4 Aula 4

Vamos mostrar nessa aula o efeito fotoelétrico, para nos auxiliar utilizaremos o simulador “photoelectric”, importante notar que os outros simuladores funcionam direto no navegador da internet, para utilizar esse simulador é necessário ter o aplicativo flash instalado em seu computador. Nesse simulador temos a representação de um circuito aberto simples, com um gerador, um amperímetro e duas superfícies metálicas que não possuem contato onde pretendemos mostrar o efeito fotoelétrico. Os alunos inicialmente entendem que no circuito aberto não deve circular corrente elétrica, devido à falta de

continuidade do circuito. Notamos também que possuímos uma fonte luminosa que emite diversa radiações, inclusive na faixa do visível, infravermelho e ultravioleta principalmente. Questiono os alunos sobre o que ocorre se aumentarmos a intensidade da luz, eles observam que uma partícula atravessa o “ar”, e posteriormente percebem que são elétrons. Começamos a diferenciar esses elétrons de fótons, sendo que esses últimos correspondem aos pacotes quantizados de energia emitidos pela radiação (Luz). Observaram que no caso os elétrons caminhavam da esquerda para a direita, argumentamos que é uma consequência da polaridade da pilha. Variando-se a intensidade da luz modificamos a quantidade de elétrons que transitam entre as placas, e para valores pequenos dessa intensidade não temos o efeito fotoelétrico o que nos permite concluir que precisamos de um valor mínimo de energia para que esse fenômeno ocorra, esse valor mínimo é chamado de função trabalho e depende do material que constitui as placas. Os alunos observaram que para intensidades baixas não havia emissão de elétrons, e conseqüentemente, o amperímetro indica zero e quando começa a ocorrer o efeito, o amperímetro começa a indicar um valor diferente de zero. Importante notar que não só a intensidade influencia nessa emissão, mas também o tipo de radiação e eles observam que existe uma relação com a frequência da radiação emitida. Começamos a discutir que existe uma relação entre energia e a frequência da radiação, essa relação obtida por Planck, que diz: $E = h \cdot f$, onde h é a constante de Planck. A partir desse ponto eles também conseguem analisar a unidade dessa constante de Planck, obtendo $J \cdot s$. Vale comentar que raios gama possuem alta frequência e por isso são altamente energéticos. Comentamos também que foi por esse efeito que Einstein ganhou o prêmio Nobel e não pela sua teoria da relatividade. Repararam também que sem a luz não ocorre a emissão de elétrons. Questionaram que no caso do simulador a radiação vermelha não provocava a emissão de elétrons, incentivei que pensassem o motivo de isso não ocorrer e concluíram corretamente que a radiação vermelha é pouco energética. Perguntaram se esse assunto tem alguma incidência em vestibulares, expliquei que ele já apareceu em provas de segunda fase da Fuvest e ITA. Perguntamos aos alunos se já estudaram equação da reta, eles já tinham estudado apesar de não estarem seguros em relação a isso. Expusemos para eles a equação do efeito fotoelétrico $E = h \cdot f - \phi$, e em um gráfico da energia do elétron em função da frequência eles compreenderam que o coeficiente angular da reta é a própria constante de Planck.

Agora trabalharemos com o efeito fotoelétrico para a turma do terceiro ano do ensino médio. Representamos a figura correspondente à um experimento do efeito fotoelétrico e direciono a observação deles para que atentem ao fato que nessa imagem temos um circuito aberto, no qual não ocorre circulação de corrente elétrica. Eles questionam sobre cada elemento que constitui esse circuito e argumentamos dos elementos que são condutores e que não são condutores nesse circuito. Representamos também a sequência de radiações que compõem o espectro eletromagnético na faixa do visível (vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta). Sem uma fonte de luz nas placas não temos fluxo de elétrons, aumentando-se a intensidade da luz começa a fluir alguns elétrons de uma placa para outra. Observam que a luz provoca a emissão desses elétrons e que isso está associado à energia associada à radiação luminosa. Mostramos nesse momento a equação de Planck: $E = h \cdot f$. Alterando a radiação incidente modificamos a quantidade de elétrons que fluem de uma placa para outra. Recordamos também que de acordo com a relação fundamental da ondulatória: $v = \lambda \cdot f$, comprimento de onda e frequência são grandezas inversamente proporcionais. Observamos que para a radiação vermelha, quase não temos transição de elétrons. Verificamos também que precisamos de uma energia mínima para começarmos a ter essa emissão de elétrons. Analisando agora um gráfico da energia da onda em função da frequência eles podem verificar que o coeficiente angular da reta equivale à constante de Planck.

Capítulo 4

Conclusões

Em suma, neste manuscrito o colega Professor vai encontrar o embasamento teórico, epistemológico e pedagógico para subsidiá-lo na aplicação do produto educacional descrito nessa dissertação. Trata-se de uma sequência didática que visa estender a compreensão do fenômeno do batimento ao princípio de incerteza e aspectos da Física Quântica. A grande dificuldade no decorrer deste trabalho, especialmente na ideia de introduzir algo de teoria de física moderna no ensino médio, é a presente exigência mercadológica imposta pelos cursos pré-vestibulares que procuram oferecer uma gama muito grande de conteúdo que são requisitados nos exames. Isso retira o interesse tanto dos diretores de colégio quanto dos próprios alunos em assuntos que não são ‘pedidos’ em vestibulares. Procuramos vencer essa resistência abordando um tema

de Física ondulatória presente nos conteúdos do ensino médio, mostrar também de maneira certa o efeito foto-elétrico (mais e mais presente nos cursos pré-universitários de ponta), e estender o conceito a um nível universitário básico, ou seja, aos conceitos de Física Moderna. O encaminhamento deste produto deve contribuir, humildemente, a que colegas professores proponham novas formas para o ensino de conceitos da Física Moderna em nível cognitivo mais básico.[30][31]

Referências Bibliográficas

- [1] Disponível no sítio do Ministério da Educação e Cultura, <http://portal.mec.gov.br/programa-saude-da-escola/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211> . Acesso em janeiro de 2020.
- [2] A. Medeiros e C.F. Medeiros, “*Física dos brinquedos e o princípio da equivalência*”, Caderno Brasileiro de Ensino de Física, V. 22, n. 3, (2005).
- [3] André Coelho da Silva e Maria José Pereira Monteiro de Almeida, “*Física Quântica no ensino médio: o que dizem as pesquisas*”, Cad. Bras. Ens. Fís., v. 28, n. 3: p. 624-652, (2011).
- [4] Felipe dos Santos Martins e Danielle Carusi Machado, “*Uma análise da escolha do curso superior no Brasil*”, Rev. Bras. Estud. Popul. vol.35 no.1 São Paulo, (2018).
- [5] FREIRE, P. Educação como prática de liberdade. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1968.
- [6] FREIRE, P.; SHOR, I. Medo e Ousadia: o cotidiano do professor. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986.
- [7] FREIRE, P. Pedagogia do oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

- [8] Disponível no sítio do Ministério da Educação e Cultura, [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC EI EF 110518 versaofinal site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em janeiro de 2020.
- [9] Delizoicov, D.; Angotti, J. A., *Metodologia do ensino de ciências*. São Paulo, Cortez,1994.
- [10] Elizoicov D., Angotti J.P., Pernambuco M.M., *Ensino de ciências: Fundamentos e Métodos*. São Paulo: Cortez, 4.ed. 2011.
- [11] APPLE, M.; NÓVOA, A. (Eds.) Paulo Freire: política e pedagogia. Porto: Porto Editora. 1998.
- [12] Stanford Encyclopedia of Philosophy (2016), “*The uncertainty principle*”, Secs. 1,2,3 e 4. Disponível em <https://plato.stanford.edu/entries/qt-uncertainty/#BohrViewUncertaintyRela>. Acesso em janeiro de 2020.
- [13] K E Johansson and D Milstead 2008 *Phys. Educ.* **43** 173, “*Uncertainty in the classroom—teaching quantum physics*”.
- [14] Jerry B. Marion, “*Classical Dynamics of Particles and Systems*”, Academic Press Inc. London, 1965, Seção 6.2, pg. 130.
- [15] Jerry B. Marion, Academic Press Inc. London, 1965, “*Classical Dynamics of Particles and Systems*”. Apêndice C.
- [16] Lista de identidades trigonométricas. Disponível em https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_trigonometric_identities. Acesso em janeiro de 2020.
- [17] R.A. Serway e J.W. Jewett, Jr, *Princípios de Física*, Vol. III, Capítulo 24, Thomson Learning, São Paulo (2016).
- [18] FEYNMAN, R.P.; LEIGHTON, R.B.; SANDS, M.. *Lições de Física de Feynman*, Vol. III, Bookman, 2008.
- [19] G.B. Arfken, H.J. Weber, F.E. Harris, *Física Matemática*, Cap. 19, Elsevier, R. De Janeiro (2017).
- [20] HALLIDAY, RESNICK, WALKER. *Fundamentos de Física*. Vol. 4. 8 ed. Editora LTC, 2009.

- [21] GRIFFITHS, David J.. Mecânica Quântica, tradução Lara Freitas, 2 a . Ed. Pearson/Prentice Hall , 2011.
- [22] Estudo do texto disponível em https://pt.wikipedia.org/wiki/Corpo_negro. Acesso em janeiro de 2020
- [23] Estudo do texto disponível em https://pt.wikipedia.org/wiki/Equivalência_massa-energia; acesso em janeiro de 2020; e T. Kaur, D.Blair, W. Stannard, D. Treagust, G. Venville, M. Zadnik, W. Mathews, e D. Perks, Research in Science Education, Springer Nature B.V. 2018, “*Determining the Intelligibility of Einsteinian Concepts with Middle School Students*”.
- [24] Sokolowski A., Phys. Educ. **48**, 35, (2013), “*Teaching the photoelectric effect inductively*”.
- [25] Simulador educacional disponível em https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/photoelectric. Acesso em janeiro de 2020.
- [26] Tradução para o Português do artigo de *Albert Einstein, Sobre a teoria quântica da radiação da luz. Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 27, n. 1, p. 93 - 99, (2005).
- [27] OSTERMANN, FERNANDA. Teorias de Aprendizagem / Fernanda Ostermann e Cláudio José de Holanda Cavalcanti. - Porto Alegre: Evangraf; UFRGS, 2011
- [28] T. E. de Oliveira, I.S. de Araújo, E. A. Veit, “Aprendizagem Baseadas em Equipes: Um método ativo para o ensino de Física”, <http://dx.doi.org/10.5007/21757941.2016v33n3p962> . Acesso em janeiro de 2020.
- [29] Arquivo PDF que pode ser encontrado no sítio em <http://www.abrapecnet.org.br/enpec/xi-enpec/anais/resumos/R2589-1.pdf>. Acesso em janeiro de 2020
- [30] MOREIRA, A. F.; SILVA, T. T. Currículo, cultura e sociedade. São Paulo: Cortez, 1994.
- [31] MOREIRA, M. A.; OSTERMANN, F. Teorias construtivistas. Porto Alegre: UFRGS, 1999. (Textos de apoio ao professor de Física).

Apêndice A

O Produto e seu guia

Caro Colega Professor,

Esse produto educacional foi elaborado para ser aplicado a turmas do segundo ou terceiro ano do ensino médio. Trata-se de um conjunto de 4 aulas (uma por semana) cujo o conteúdo programático se relaciona à Física Ondulatória, fenômenos de interferência, difração e batimento. Este último ponto é apresentado como um exemplo prático em sala de aula da relação de indeterminação (princípio de incerteza). Tal extensão é, portanto, abordada de maneira natural. Os objetos de cena didática são os seguintes: (i) os laboratórios virtuais (simuladores) *phet* descritos abaixo; (ii) o aplicativo (gratuito) para celular chamado *phyphox*; e (iii) materiais de uso caseiro.

Este encarte também serve como guia para o uso de tais ferramentas. Ademais, apresentamos também aqui perguntas-teste (e sugestão de respostas) relacionadas ao conteúdo de cada aula. Estas perguntas podem, a critério do Colega, conformar avaliações a serem aplicadas no final de cada aula. Ressaltamos, porém, que toda a fundamentação teórica, referências e método pedagógico seguido estão descritos no texto da dissertação, sendo recomendável sua leitura.

Abaixo, portanto, descrevemos a sequência didática com as aulas e os devidos guias para o uso dos objetos de cada cena didática.

Bom Trabalho,
Derek Gava

Aula 1. Ondas: Um movimento periódico

Conteúdo: Definição e classificação de onda uni-dimensional (1D) e seus elementos.

Objetivo: Discutir o conceito de ondas classificando seus distintos elementos *pertinentes à presente sequência didática.*

Metodologia: Uso de laboratório virtual (simulador *phet*) como ferramenta de cena didática. O método da aula baseia-se nos 3 momentos pedagógicos, tendo o simulador como laboratório virtual.

Estratégia Didática

- **Momento 1 (20 min)** - O propósito deste primeiro momento é a problematização ao demonstrar oscilações ondulatórias e periódicas. Simularemos uma corda com uma extremidade presa no infinito, de maneira que ondas unidimensionais sobre a corda sejam visualizadas. Para tal, use o simulador <https://phet.colorado.edu/en/simulation/wave-on-a-string> A problematização se dá nas seguintes indagações iniciais: (i) qual a velocidade da onda; (ii) qual o comprimento da onda; (iii) qual a frequência da onda e (iv) o que vc entende por energia da onda. O foco está nas definições de *amplitude, frequência, comprimento e velocidade da onda*, cuja explicação será dada no próximo momento. Problematisa-se ainda o conceito de energia da onda ao indagar se o Professor perde ou não calor ao produzir, girando a manivela presa à extremidade esquerda da corda, esta onda uni-dimensional (1D). O conceito de energia terá seus seguintes momentos pedagógicos em sala da aula 4 desta sequência.
- **Momento 2 (15 min)** – Este é o momento para a explicação teórica das oscilações escrevendo na lousa as unidades de cada elemento da onda, de maneira que o significado de cada quantidade física envolvida seja facilmente explorada. Assim, a fórmula que envolve frequência, f , comprimento, λ , e velocidade da onda $v = f\lambda$ pode ser trazida à lousa. Especial nota é dada ao fato de se tratar de movimentos periódicos. Cuidado deve ser dado à escolha apropriada dos parâmetros da simulação de maneira a que tenhamos um caso mais próximo da situação ideal. Nesse momento o professor pode elaborar sobre as ondas sonoras provindas da corda e explicar sua propagação através do ar, mostrando que a frequência dessas ondas sonoras são as da própria oscilação unidimensional ora visualizada.
- **Momento 3 (10 min)** - Neste momento o professor estimulará os estudantes a buscarem, em seu dia-a-dia, outras manifestações físicas descritas por movimentos periódicos e se é possível haver ondas bi-dimensionais e tri-dimensionais.

Recursos didáticos: exposição teórica com giz e lousa; computador com ligação de rede internet e projetor. Laboratório virtual, corda e mola.

Tópicos importantes: velocidade, comprimento e frequência de uma onda unidimensional.

Tempo: 45 minutos

Guia de uso das ferramentas da cena didática - Aula 1

O simulador usado deve ser acessado no sítio https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/wave-on-a-string. Neste mesmo site, há material introdutório de uso do simulador. Há também informação sobre requisitos básicos para que o simulador funcione no seu computador. Em geral, o programa é bastante amigável e funciona com requisitos mínimos de *software e hardware* instalados. Na maioria dos computadores com os quais trabalhamos, não é preciso baixar o programa. Basta rodá-lo no próprio navegador, ou seja, apertar no ícone *play* >.

A página inicial deve ser igual à Figura 1, onde uma oscilação de Amplitude e Frequência fixos é produzida em uma corda com uma de suas extremidades presas no infinito. O cronômetro marca o tempo em segundos que a manivela presa à extremidade esquerda da corda completa uma volta completa. O Professor fica convidado a ligar e desligar o cronômetro do simulador sempre quando a bolinha verde da extremidade esquerda atingir o mínimo e o máximo da amplitude, respectivamente. Este será o intervalo de tempo cujo o inverso dá o valor da frequência de onda viajante unidimensional (1D). O parâmetros do simulador podem ser mudados facilmente, mas essa é a tela de principal interesse da aula. Os alunos deverão se sentir livres para variar os parâmetros do simulador de maneira a torná-lo familiar. A bolinha vermelha sobre a linha de referência, viajará para a direita a uma velocidade de aproximadamente 4 cm/s, $v = \lambda.f$

Outro elemento de cena é uma corda, cuja a foto pode ser vista na Figura 2. Ao vibrá-la, o Professor deverá tirar som da mesma, elaborando desta forma sobre a natureza ondulatória do som e como este se propaga. Trata-se aqui de subsídio para um eventual terceiro momento pedagógico desta Aula 1 ao inter-relacionar os diferentes modos de ondulações e seus efeitos.

Note que a onda é produzida ao girar a manivela presa à (bolinha verde da) extremidade esquerda da corda.

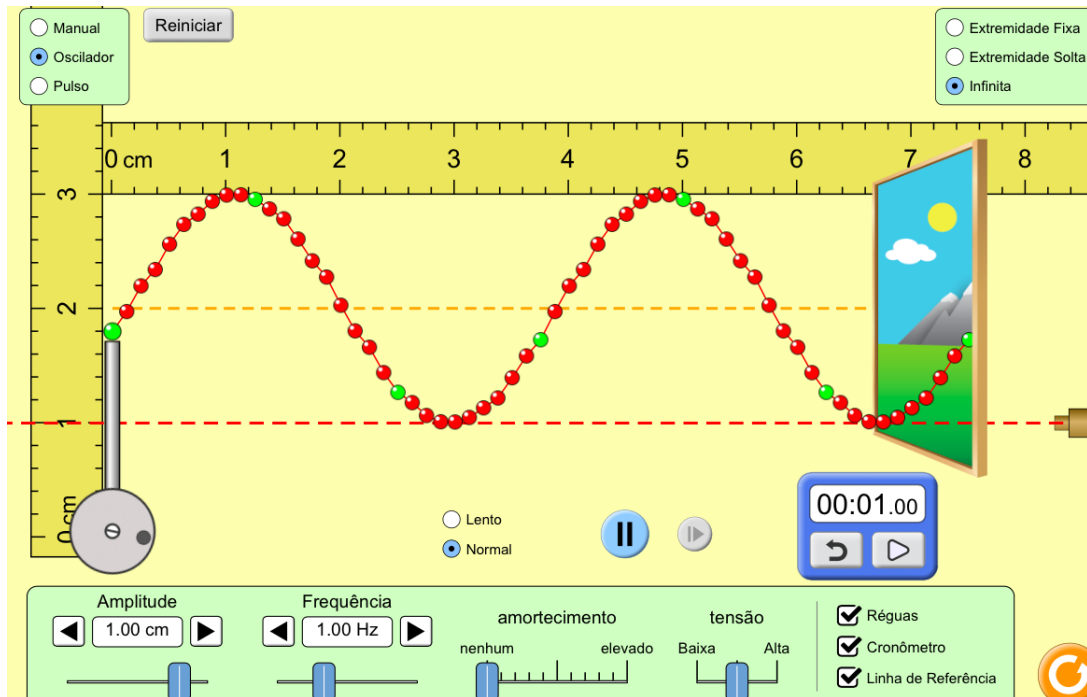


Fig.1 Impressão de tela do simulador *wave-on-a-string* que gerou uma onda de Amplitude de 1,0 [cm] e freqüência de $f = 1,00$ [Hertz] em uma corda com uma de suas extremidades presa no infinito. Os parâmetros adotados são os descritos no texto acima.



Fig.2 Corda de 2,5 m de comprimento cujas as extremidades podem ser presas na mesa ou carteira de sala aula, de maneira que uma função periódica (senoidal) seja visualizada pela classe.

Perguntas-teste e Proposição de Respostas - AULA 1

(1) **Pergunta**: O que é onda?

Resposta: Perturbação que propaga energia sem propagar matéria.

(2) **Pergunta**: Cite uma diferença entre ondas mecânicas e eletromagnéticas.

Resposta: Ondas mecânicas precisam de meio material para se propagar e ondas eletromagnéticas não precisam de meio material para se propagar.

(3) **Pergunta**: Quais são as grandezas que caracterizam as ondas? Define-as.

Resposta: Período: tempo para ocorrer uma oscilação completa.

Frequência: razão entre o número de oscilações pelo correspondente intervalo de tempo.

Comprimento de onda: distância percorrida pela onda ao realizar uma oscilação completa.

Amplitude: distância de uma crista ou de um vale até o nível de equilíbrio.

Velocidade: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$

Aula 2: Efeitos Ondulatórios I

Conteúdo: Ondas mecânicas, eletromagnéticas e interferência entre ondas

Objetivo: Classificação de ondas e fenômenos ondulatórios *pertinentes à presente sequência didática.*

Metodologia: Uso de simulador presente no sítio *www.phet.colorado.edu*. O método de aula baseia-se nos 3 momentos pedagógicos, explorando o laboratório virtual da simulação.

Estratégica Didática

- **Momento 1 (20 min)** - A exemplo da aula anterior, o Professor explora o simulador <https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/waveinterference.en.html> para problematizar o fenômeno da interferência e mostrar as analogias pertinentes entre as ondas mecânicas e eletromagnéticas. O Professor deve escolher primeiramente a opção de apenas uma fonte na simulação. Perguntas-problema devem estar relacionadas com a presença de uma ou mais fontes de onda, como também perguntas tais como: (i) O que entende por Som; (ii) O que entende por Luz; (iii) Como somar ondas? As ondas mecânicas (superfície da água e som) devem ser exploradas nessa simulação. A opção 'mostrar gráficos' pode ser trabalhada, especialmente as diferentes oscilações em relação ao tempo ou em relação à posição das moléculas no meio que transporta a onda. Introduzir o conceito de onda eletromagnética tirando vantagem da simulação que mostra perfeita analogia entre ambos movimentos periódicos. Questionar qual a diferença entre ondas mecânicas e eletromagnéticas com o propósito de definir estas últimas.
- **Momento 2 (15 min)** - *Interferência*. Com a opção de duas fontes de onda no simulador, com giz e na lousa, o professor deve desenhar uma função senoidal numa cor e, com outra cor, a mesma função defasada de metade de seu comprimento de onda. Deve dizer que cada onda é oriunda de uma fonte distinta. Assim, deve demonstrar que a eventual soma das duas ondas podem gerar interferências destrutivas e construtivas dependendo do valor da defasagem, explicando assim as regiões de amplitude de onda resultante nula. O mesmo efeito deve ser explorado com as ondas eletromagnéticas (opção laser no simulador), de maneira a ficar claro que estas últimas também possuem uma frequência que as caracteriza. É o momento de dizer que cada cor é representado por uma determinada frequência e que o espectro eletromagnético contém a luz visível. Uma lousa mostrando todo espectro e suas frequências deve ser mostrado nesse momento.
- **Momento 3 (15 min)** - Estimular a abstração da classe na busca de outros efeitos eletromagnéticos tais como, Sensores de Luz, Raios X, Controles Remotos, Telecomunicações entre outros.

Recursos didáticos: exposição teórica com giz e lousa, utilização de recursos audiovisuais, utilização de simulações de laboratório virtual.

Tópicos importantes: Interferência construtiva e destrutiva e ondas eletromagnéticas.

Tempo: 50 minutos

Guia de uso das ferramentas da cena didática - Aula 2

O simulador usado deve ser acessado no sítio https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference_pt_BR.html. Neste mesmo site, há material introdutório de uso deste simulador. Há também informação sobre requisitos básicos para que o simulador funcione no seu computador. Mas, em geral este programa também é bastante amigável e funciona com requisitos mínimos de *software e hardware* instalados. Na maioria dos computadores com os quais trabalhamos, também não foi preciso baixar o programa. Basta rodá-lo no próprio navegador apertando o ícone *play* >.



Fig.3 Impressão de tela do simulador *wave-interference* que mostra a visão lateral de uma onda na superfície de um de água, por exemplo. A fonte geradora desta onda são gotas que caem no tanque a uma frequência constante.

O Professor deve, em primeiro lugar, escolher o simulador na opção ONDAS, cuja tela inicial dever ser o da Figura 3. Para tal ele deve escolher a “visão lateral” do tanque de água. A frequência do pingo da torneira, que é ligado no botão verde, deve estar na metade dos valores de mínimo e do máximo. Esse é o momento de atacar ondas

mecânicas bi-dimensionais (2D) que se propagam numa superfície de um tanque de água, cuja fonte geradora da onda é a torneira que pinga com uma frequência constante.

Em seguida, o Professor deve escolher o simulador na opção INTERFERÊNCIA com parâmetros escolhidos tal como a tela apresentada na Figura 4. Aqui, há duas fontes de onda (duas torneiras) gerando ondas com a mesma frequência. Como podemos ver no canto superior direito da Fig. 4, existem as opções som e laser (luz) além da onda no tanque. Ainda no canto superior direito da Fig.4, existe também um medidor de oscilação, que possui dois sensores, um branco e um cinza, que descrevem a oscilação resultante da soma das duas fontes. Este sensor mostra a oscilação do nível da água em função do tempo para uma dada posição fixa. No Capítulo 2, a equação de onda que caracteriza tal oscilação. Tal formulação deve ser evitada quando da aplicação deste produto, servindo como subsídios teóricos do Professor. A discussão a ser feita nessa aula deverá ter carácter qualitativo tão somente. Note que em posição de interferência construtiva (destrutiva), o sensor cinza (branco) descreve o nível da água apresentando uma amplitude máxima (mínima) de oscilação.

Em seguida, outras telas, na opção INTERFERÊNCIA, podem ser exploradas modificando as escolhas no canto superior direito da simulação. As Figs. 5 e 6 mostram o fenômeno da interferência para as ondas sonoras e ondas eletromagnéticas no mesmo simulador.

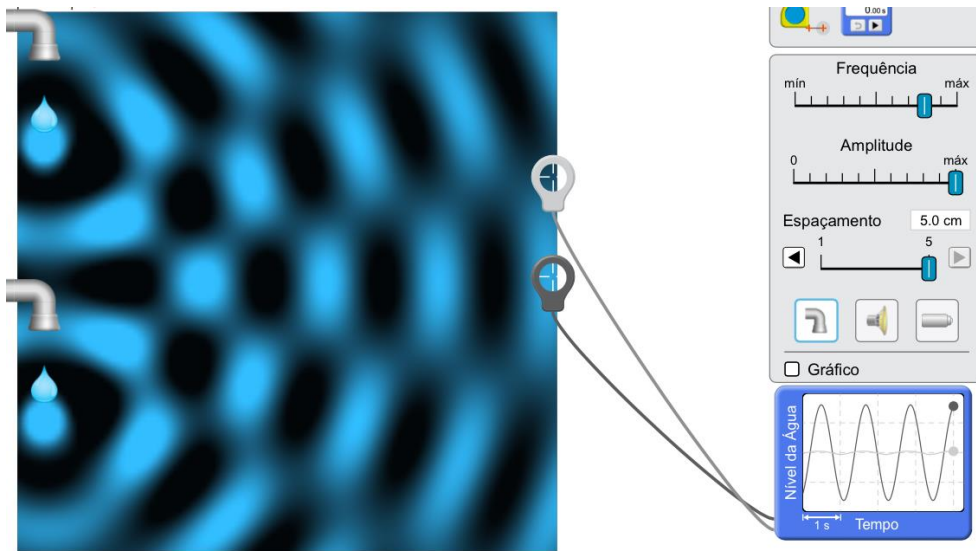


Fig.4 Impressão de tela do simulador *wave-interference* que mostra o resultado da soma de duas ondas 2D, de mesma frequência e amplitude, interferindo uma na outra. Os parâmetros adotados são os descritos no texto. Note que o sensor cinza (branco) é colocado numa região de interferência construtiva (destrutiva). Essas regiões são extremamente sensíveis ao espaçamento entre as fontes de onda.

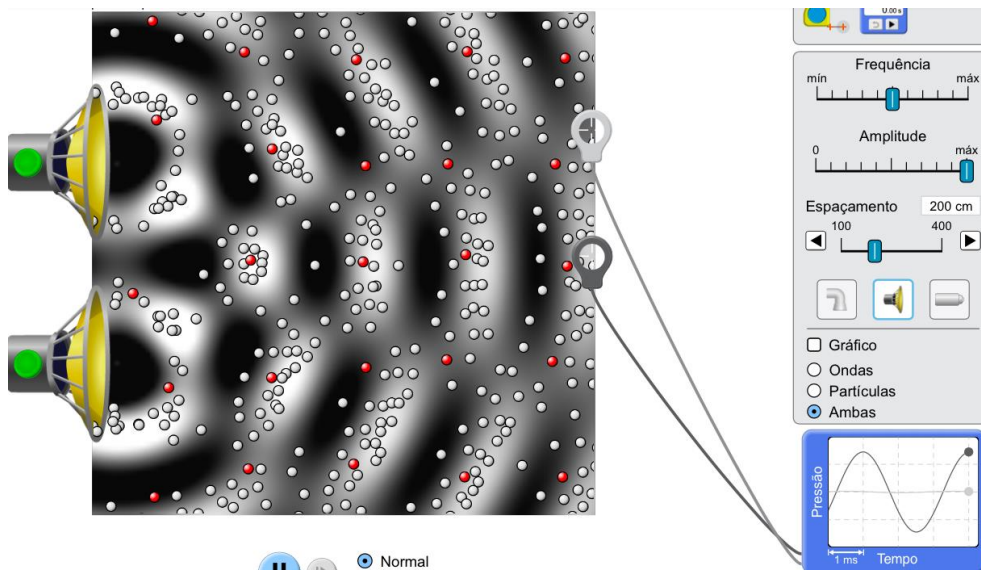


Fig.5 Impressão de tela do simulador *wave-interference* que mostra o resultado da soma de duas sonoras, de mesma frequência e amplitude, interferindo uma na outra. Nessa tela é possível escolher a esquematização das moléculas que são representadas pelas bolinhas brancas e vermelhas.

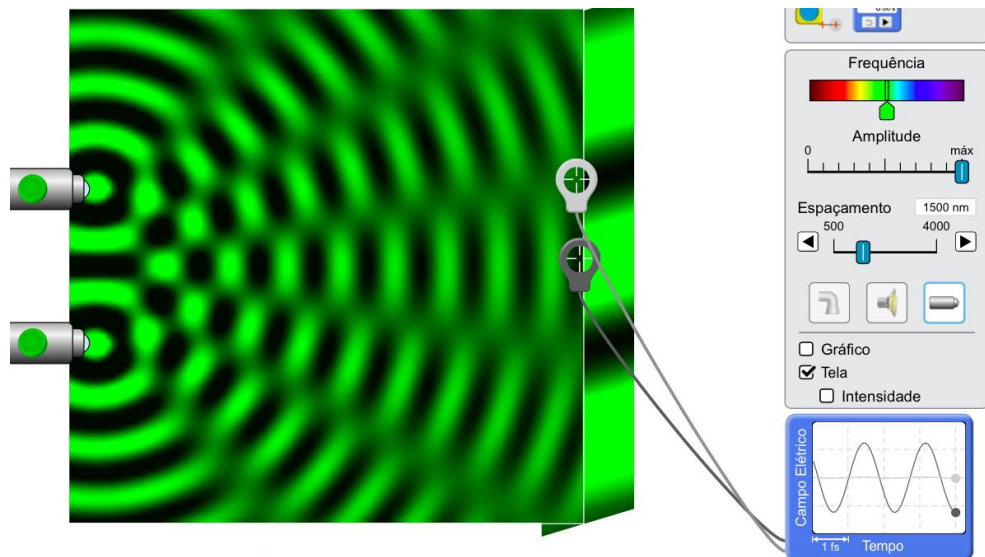


Fig.6 Impressão de tela do simulador *wave-interference* que mostra o resultado da soma de duas ondas eletromagnéticas, de mesma cor verde, interferindo uma na outra. Essa tela é deixada para o terceiro momento pedagógico.

Perguntas-teste e Proposição de Respostas - AULA 2

(1) **Pergunta:** O que é o som e como se propaga?

Resposta: O Som é uma onda que se propaga através de um meio, oscilando as moléculas do meio e transportando energia e informação. Trata-se de uma mecânica.

(2) **Pergunta:** O que é interferência entre ondas?

Resposta: É a soma de duas ondas de mesma. Quando a crista de uma onda é somada com a crista (vale) de outra, ocorre interferência construtiva (destrutiva).

(3) **Pergunta:** O que é Luz?

Resposta: A luz é uma onda que se propaga em todo espaço, não necessitando nenhum meio para transportar sua energia e informação. Trata-se de uma onda eletromagnética.

Aula 3: Efeitos Ondulatórios II

Conteúdo: O Batimento e o Princípio da Indeterminação

Objetivo: Compreender o fenômeno do batimento e associá-lo à relação de indeterminação.

Metodologia: Uso de aplicativos educacionais gratuitos. O método de aula baseia-se nos 3 momentos pedagógicos.

Estratégica Didática

- **Momento 1 (20 min)** - Os alunos são divididos em grupos de 4 e convidados a instalar a versão gratuita do aplicativo *phyphox* do sítio <https://phyphox.org/download/> em no mínimo dois aparelhos no grupo. Em seguida o professor solicita aos alunos que usem as funções gerador de som nos telefones, de maneira que cada um emita frequência próximas f_1 e f_2 . Todos devem ouvir o fenômeno do batimento. As perguntas-problema devem ser focadas na diferença entre o som uníssono, $f_1=f_2$, e o batimento $f_1 \neq f_2$. A principal delas estará na diferença no valor do intervalo de tempo Δt entre batimentos à medida que as frequências se tornam mais diferentes, ou seja, quando $\Delta f = |f_1 - f_2|$ aumenta. Ficará evidente que quando Δf aumenta, o tempo entre batimentos Δt diminui correspondentemente. Esta última frase é importante e deve ser explorada quando o Professor for escrever o princípio da indeterminação.
- **Momento 2 (20 min)** - Na lousa e com o giz, o Professor inicialmente analisará a unidade, no sistema internacional (SI), tanto de Δf quanto Δt e mostrará que a unidade de frequência é o inverso da unidade do tempo. Em seguida o Professor escreve na lousa a fórmula $\Delta f \cdot \Delta t$ e mostra que o resultado deste produto é uma quantidade sem dimensão física. Devido a que no Primeiro Momento pedagógico os alunos experimentaram que Δf é anti-proporcional a Δt , aqui é o momento de escrever $\Delta f \times \Delta t \approx 1$. Assim, neste Momento Pedagógico o Professor deve trabalhar com o fato de (i) o produto $\Delta f \Delta t$ resulte em uma constante adimensional, de maneira que quando a indeterminação no valor da frequência aumenta, o intervalo de tempo entre batimentos diminui, e vice e versa; (ii) o valor mínimo de $\Delta t \geq C / \Delta f$.
- **Momento 3 (15 minutos)** – Exercícios anexos de fixação de (i) aplicação direta de fórmulas; (ii) conceituais; e (iii) tarefa de casa. Cabe aqui a utilização de um violão para mostrar o batimento. O roteiro para produzir o fenômeno de batimento no violão estará no texto dissertativo.

Recursos didáticos: exposição teórica com giz, lousa, utilização de aplicativo gratuito e experimento com instrumento musical (violão).

Tópicos importantes: Princípio da indeterminação

Tempo: 45 minutos

Guia de uso das ferramentas da cena didática - Aula 3

O Professor deve baixar em seu celular o aplicativo *PhyPhox*. Trata-se de um laboratório virtual com uma série de experimentos e funções. Aqui, o Professor deve se restringir ao uso da função *tone generator* (gerador de sons com uma determinada frequência). A Figura 7 mostra a tela do gerador de tom a uma frequência de 440 Hertz.

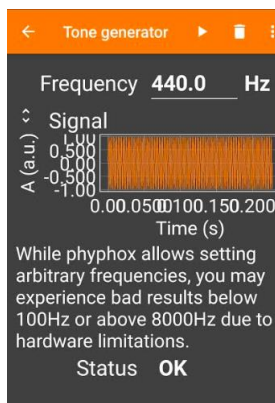
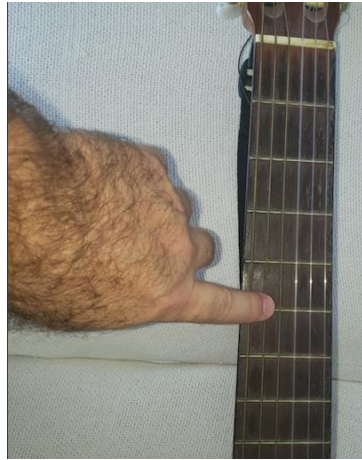


Fig.7 Impressão de tela do simulador da função *tone generator* do aplicativo gratuito para celulares *phyphox*. Ao pressionar a tecla *play*>, o dispositivo emite uma onda sonora de frequência de oscilação de 440 Hertz.

Equivalentemente, para os Colegas Professores, que também gostam de tocar violão (afinado), o mesmo exercício pode ser praticado. O exercício da afinação. O braço do violão de 6 cordas é mostrado na Figura 8(a). Nela, o dedo indica como tirar o mesmo tom de 440 Hertz. O dedo deve ser levemente colocado sobre a quinta corda (da direita para esquerda) em cima do quinto traste (de cima pra baixo). O polegar do outro dedo deve tocar somente essa corda. Se o violão estiver afinado, a frequência de 440 Hertz será emitida. Esta mesma frequência deverá ser emitida se o dedo estiver colocado levemente sobre a quarta corda e em cima do sétimo traste, como mostrado na Fig. 8(b). Ao tocar estas duas notas simultaneamente, a afinação do instrumento pode ser comprovada: estas

duas cordas estarão afiadas entre si se o fenômeno do batimento estiver ausente $\Delta t \rightarrow \infty$,



ou seja, ausência de interferência destrutiva.

Fig.8 (a) Esquerda. 440 Hertz tirada da quinta corda do violão. (b) Direita. A mesma frequência tirada da quarta corda do violão.



Perguntas-teste e Proposição de Respostas -
AULA 3

(1) **Pergunta:** Quando ocorre o batimento?

Resposta: Ocorre quando temos duas fontes oscilatórias com frequências próximas, na interação das ondas emitidas por essas duas fontes existirão pontos onde ocorrerão interferência construtiva, pontos onde ocorrerão interferência destrutiva e pontos intermediários.

(2) **Pergunta:** Aumentando-se a diferença de frequências entre as fontes sonoras, o que ocorre com o intervalo de tempo que acontece o batimento?

Resposta: Diminui, pois de acordo com o princípio de indeterminação, essas grandezas são inversamente proporcionais.

Aula 4: O efeito fotoelétrico

Conteúdo: O efeito fotoelétrico

Objetivo: Introduzir o efeito fotoelétrico como ilustração do conceito de energia da onda de luz, ou do fóton, $E=hf$.

Metodologia: Uso do simulador https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/photoelectric. Tomamos como base os 3 momentos pedagógicos, mas sem a preocupação de fixar suas fronteiras.

Estratégica Didática

- **Momento 1 (20 min)** – Aqui a fórmula $f = v/\lambda$ da Aula 1 deve ser trazida, onde v é a velocidade (da onda) da Luz, $c = 300.000 \text{ km/s}$. O professor trabalhará com o laboratório virtual <https://phet.colorado.edu/en/simulation/photoelectric>. Depois de haver explicado todos objetos do experimento virtual, o Professor terá o cuidado aqui de manter a voltagem da pilha em 8 V oltz, intensidade e frequência da luz em 0% e 483 nm , respectivamente, e escolher o Sódio como o metal do emissor. O propósito é mostrar que a tensão elétrica da pilha não é a responsável pelo aparecimento de corrente elétrica. A problematização se dá através das seguintes perguntas: (i) O que acontece quando ligamos a luz sobre a placa? e (ii) como descrever a energia da luz? Após haverem elaborado e discutido as perguntas-problema, o professor, preocupado *tão somente* em saber o efeito da incidência de luz no metal, deve colocar e manter a voltagem da pilha em 0 Volt , já que a pilha não deve ser a responsável pela produção de corrente elétrica. Nesse momento o Professor deve arranjar o seu experimento-problema de maneira a evidenciar a proporcionalidade direta entre a velocidade (energia cinética) do fóton-elétron e a frequência da luz projetada sobre a placa emissora. Para isso o Professor deve mostrar a reta no gráfico da energia versus frequência do laboratório virtual. Escolha uma escala tal em que se pode calcular o coeficiente angular da reta de maneira aproximada.
- **Momento 2 (20 min)** – O Professor deve argumentar que se a Luz transfere, de maneira direta, energia cinética aos elétrons do metal à medida que sua frequência aumenta, sua energia, portanto, deverá ser diretamente proporcional à sua frequência, escrevendo na lousa $E \propto f$. Nesse instante, defini-se a constante de Planck h como sendo a constante de proporcionalidade, ou seja, $E = hf$, onde $h \approx 4,13 \times 10^{-15} \text{ [eV]}\cdot\text{[seg]}$ é obtida medindo a inclinação da reta. Especial atenção deve ser dada à unidade da constante de Planck. O propósito desta aula na presente sequência termina com a definição da energia da luz apresentada nesse momento pedagógico.
- **Momento 3 (15 minutos)** – Entretanto, poder-se-á estimular a intuição dos alunos notando que os fóton-elétrons existem apenas a partir de um determinado valor de energia da luz $E=hf > \Phi$, onde Φ é um valor de energia que *prende (liga)* o elétron à placa. O símbolo maior, $>$, pode então ser convertido em igual, $=$, escrevendo a equação do efeito fotoelétrico $hf = \Phi + \text{“Extra”}$, onde a energia “Extra” é a energia cinética dos fóton-elétrons.

Recursos didáticos: exposição teórica com giz, lousa, utilização de aplicativo gratuito e recursos multimídia da escola.

Tópicos importantes: Constante de Planck, energia da Luz e efeito fotoelétrico.

Tempo: 45 minutos

Guia de uso das ferramentas da cena didática - Aula 4

A Figura 9 mostra uma impressão de tela do simulador https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/photoelectric. É importante ressaltar que neste simulador é necessário ter o aplicativo *flash* instalado em seu computador. A tela da Fig. 9 é a primeira que deve ser analisada.

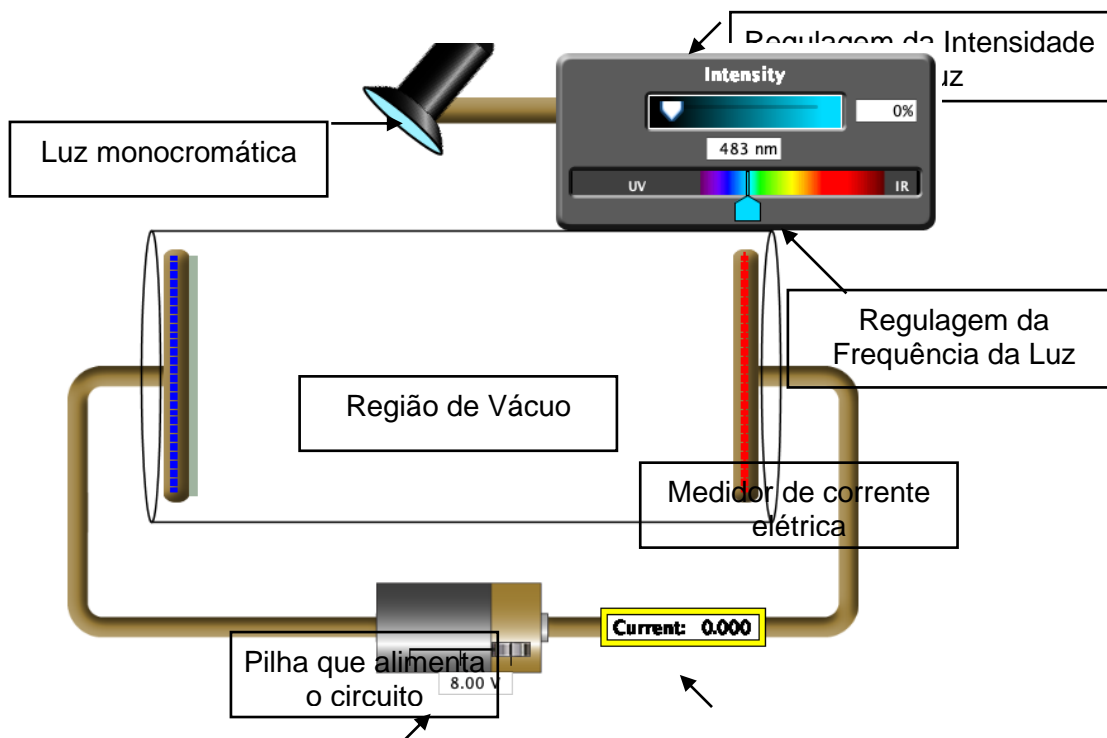


Fig.9 Impressão de tela do simulador https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/photoelectric para um luz de intensidade nula. A pilha de 8 Voltz não introduz corrente no circuito por ele estar aberto. Porém, há um acúmulo de cargas positivas (negativas) na placa da direita (esquerda). A região de vácuo está envolta por um vidro transparente.

Desta forma, pode-se afirmar que esse simulador representa um experimento (virtual) para estudar o efeito da luz sobre o circuito, com a possibilidade de se variar tanto sua intensidade quanto sua frequência. Lembre-se da relação $f = c/\lambda$, onde c é velocidade da luz.

A próxima tela deve ser preparada de acordo com a Fig. 9. Escolhemos uma cor de luz violeta ($\lambda = 392[nm]$) com 100% de intensidade e vemos os fóton-elétrons serem retirados da placa metálica emissora (a da esquerda). Eles são representados pelas partículas azuis dentro da região de vácuo. Escolhe-se o gráfico da energia cinética deste fóton-elétron em função da frequência da luz. Para isso, deslize o regulador de frequência sobre todo o espectro eletromagnético, ou seja, para todos os valores de frequência (ou comprimentos de onda) possíveis.

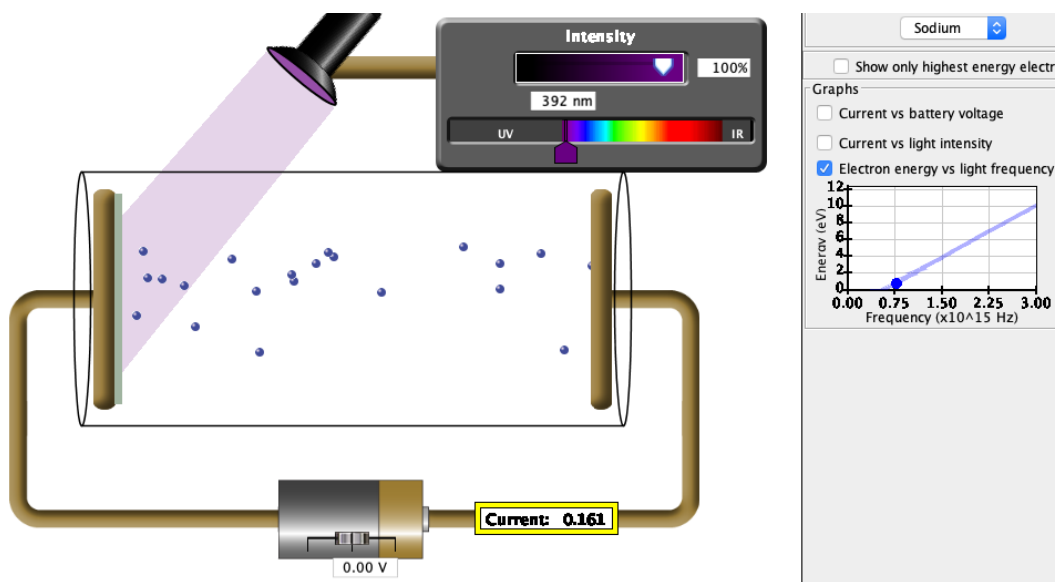


Fig.9 Impressão de tela do simulador https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/photoelectric para intensidade da luz de

100% e para uma frequência $f = c/\lambda \approx 0,75 \times 10^{15}$ [Hertz]. A pilha é mantida em 0 Volt e a luz produz corrente no circuito como pode ser visto no medidor de corrente. O gráfico mostra a energia cinética dos fóton-elétrons em função da frequência da luz. Deslize o regulador de frequência sobre todos os valores para construir o gráfico.

Perguntas-teste e Proposição de Respostas - AULA 4

(1) **Pergunta**: Quando ocorre o efeito fotoelétrico.

Resposta Ocorre quando uma radiação (onda) eletromagnética incide sobre uma superfície metálica e a energia associada à essa radiação provoca a emissão de elétrons pela superfície.

(2) **Pergunta**: O que é necessário para que ocorra a emissão de elétrons pela placa metálica no efeito fotoelétrico?

Resposta: Precisamos de uma energia mínima, associada a um valor mínimo de frequência da radiação eletromagnética incidente.

(3) **Pergunta**: O que é função trabalho?

Resposta: A função trabalho é essa energia mínima necessária para que o efeito fotoelétrico ocorra.

(4) **Exercício**: Se usamos a fórmula $E = hf$, existe uma outra maneira de escrever a relação de indeterminação $\Delta f \times \Delta t \approx 1$?

Resposta: Se h é constante, podemos usar a fórmula $E = hf$ para escrever que $\Delta E = h\Delta f$. Desta forma a relação de incerteza pode ser escrita como $\Delta E \times \Delta t \approx h$.

Texto de leitura extra-aula: O princípio da Incerteza e a Física Quântica

Essa fórmula que você deduziu ao responder o Exercício 4 da aula 4 é de vital importância quando estudamos Física Quântica, que é a Física das incertezas. Enquanto

a Física Newtoniana (as 3 leis Newton) procura(m) determinar de maneira precisa a mecânica que ocorre na natureza, a Física Quântica trata de explicar a natureza através de probabilidades de um movimento ocorrer ou não, ou dito de outra forma, a Física Quântica lida com as incertezas inerentes de um movimento. Em um universo quântico, portanto, uma relação de indeterminação, tal como você aprendeu quando estudou o Batimento e ondas, deve ser um princípio básico a ser respeitado. Portanto, lembre-se que qualquer movimento que é descrito por uma onda obedece intrinsicamente o princípio da incerteza (indeterminação), tal como vimos nas simulações da Aula 3. Portanto, seria razoável dizer que a Física Quântica é uma Física de natureza ondulatória, ou dito de outra forma, a Física Quântica procura dar tratamento ondulatório a qualquer objeto em movimento.

Desta forma, na linguagem quântica todas aquelas grandezas que foram estudadas na Física Newtoniana, tais como Posição (em metros no Sistema Internacional — SI), Quantidade de Movimento linear (em Kg.metro/segundo), Energia (em Joule), Tempo, e etc... devem apresentar suas incertezas correspondentes. Vamos chamá-las de Δx , Δp , ΔE e Δt , respectivamente, e discutir um pouco os seus significados. Começamos dizendo que a Unidade de cada uma destas incertezas é a mesma da dos seus valores principais, ou seja,

$$\Delta x \equiv [m], \quad (1)$$

$$\Delta p \equiv \frac{[Kg][m]}{[s]}, \quad (2)$$

$$\Delta E \equiv \frac{[Kg][m]^2}{[seg]^2} \equiv [Joule], \quad (3)$$

e

$$\Delta t \equiv [seg]. \quad (4)$$

Veja, se multiplicamos a Eq. (3) pela Eq. (4), ou seja,

$$\Delta E \Delta t \equiv [Joule][seg], \quad (5)$$

teremos como resultado a mesma unidade da constante de Planck. Da mesma forma, se multiplicamos a Eq. (1) pela Eq. (2), ou seja,

$$\Delta x \Delta p \equiv [Joule][seg], \quad (6)$$

temos igualmente um resultado que também tem a mesma unidade da constante de Planck. Portanto, não é difícil afirmar que as incertezas de qualquer par de quantidades físicas, cujo o produto resulte na mesma unidade da constante de Planck, devem satisfazer o princípio da incerteza de Heisenberg, ou seja,

$$\Delta E \Delta t \approx h \quad (7)$$

$$\Delta x \Delta p \approx h. \quad (8)$$

Veja que as Eqs.(7) e (8) dizem que quanto MAIOR é o valor de uma incerteza, por exemplo Δx , MENOR será o valor de Δp , pois seu produto deve ser sempre igual a uma constante (de Planck). Isso quer dizer que as incertezas nunca podem ser zero na Física Quântica, pois isso violaria o princípio da incerteza.

E o que dizer do significado das incertezas? Na tabela abaixo mostramos exemplos didáticos de como entendê-las.

INCERTEZAS	NO DIA-A-DIA	NA FÍSICA QUÂNTICA
ΔE	Imagine que seu médico receitou uma dieta em que você só poderá consumir 2000 calorias diárias. Um pedacinho de pão de 10 calorias representaria a incerteza da sua dieta, ou seja, $\Delta E = 10$ calorias. Lembre que 1 cal = 4,186 Joule. [13]	Incerteza no valor da ENERGIA medida da partícula em um ambiente quântico.
Δt	Tempo de espera de um encontro marcado para uma determinada hora. Os britânicos têm fama de serem mais pontuais que o brasileiro, portanto a incerteza Δt na Inglaterra seria bem menor que no Brasil.	Tempo de vida de uma partícula quântica. A partícula só existe em um intervalo de tempo finito.
Δx	Imagine uma maratona de 40 Km que você terá de cumprir. A largura de seu passo, ou seja 1 metro pode ser considerada sua incerteza no percurso, $\Delta x = 1$ metro.	Incerteza na medida do valor da posição da partícula.
Δp	O momento linear $p=mv$, onde m é a massa e v é a velocidade. Se a massa é constante, $\Delta p = m\Delta v$. Portanto, Δv pode ser considerado como a imprecisão do velocímetro do seu carro.	Incerteza no valor da velocidade medida da partícula.

Tabela 1. Exemplo de significado de incertezas que podemos encontrar no nosso dia-a-dia e seus conceitos na Física Quântica. [13]

E o que dizer do significado das incertezas? Na Tabela 1 mostramos exemplos didáticos de como entendê-las. A coluna da tabela que mostra exemplos de como podemos compreender incertezas no nosso dia-a-dia (não quântico) dá uma idéia de como o conceito da incerteza está relacionado com um erro na medição. Por outro lado, a razão da existência de incertezas na Física Quântica não é um problema do aparato experimental em si. Sua origem está na própria natureza da matéria e do movimento das objetos e das partículas que a compõem. Existe movimento, ou seja, existe a mecânica das partículas que compõem os átomos e, portanto, devido às suas propriedades quânticas, ao realizarmos medidas de posição destas partículas, por exemplo, estamos interferindo nessa medida pelo simples fato de as observarmos, ou seja, pelo simples fato de sabermos onde elas se encontram.

Terminamos este texto com um direcionamento ao vídeo que mostra quando as características quânticas de um elétron se manifesta: <https://www.youtube.com/watch?v=zKiCEU6P3U0>, ou seja, em que circunstâncias os elétrons da matéria revelam sua natureza ondulatória (quântica). Essa circunstância se dá sempre quando temos uma incerteza na posição do elétron, ou seja, sempre quando $\Delta x \neq 0$ que é a condição necessária e suficiente para que o princípio de incerteza seja respeitado, originando assim um tratamento ondulatório para tudo que se move.

Referências

[1] Aangotti, J. P., *Solução alternativa para a formação de professores de Ciências - Um projeto educacional desenvolvido na Guiné Bissau* - Dissertação de Mestrado, FE/USP - São Paulo: 1982.

[2] Delizoicov, D.; Angotti, J. A., *Metodologia do ensino de ciências*. São Paulo, Cortez, 1994.

[3] Elizoicov D., Angotti J.P., Pernambuco M.M., *Ensino de ciências: Fundamentos e Métodos*. São Paulo: Cortez, 4.ed. 2011.

[4] Sokolowski A., *Ensinando o efeito fotoelétrico de maneira intuitiva*, Phys. Educ. **48**, 35, (2013).

[5] Tradução para o Português do artigo de *Albert Einstein, Sobre a teoria quântica da radiação da luz*. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 27, n. 1, p. 93 - 99, (2005).

[6] Stanford Encyclopedia of Philosophy (2016), “O princípio da Incerteza”, Seções. 1,2,3 e 4. Disponível em <https://plato.stanford.edu/entries/qt-uncertainty/#Bohr-ViewUnceRela>. Acesso em janeiro de 2020.

[7] K. E. Johansson and D. Milstead 2008 *Phys. Educ.* **43** 173, “O Princípio da incerteza em classe de aula — ensinando Física Quântica.”