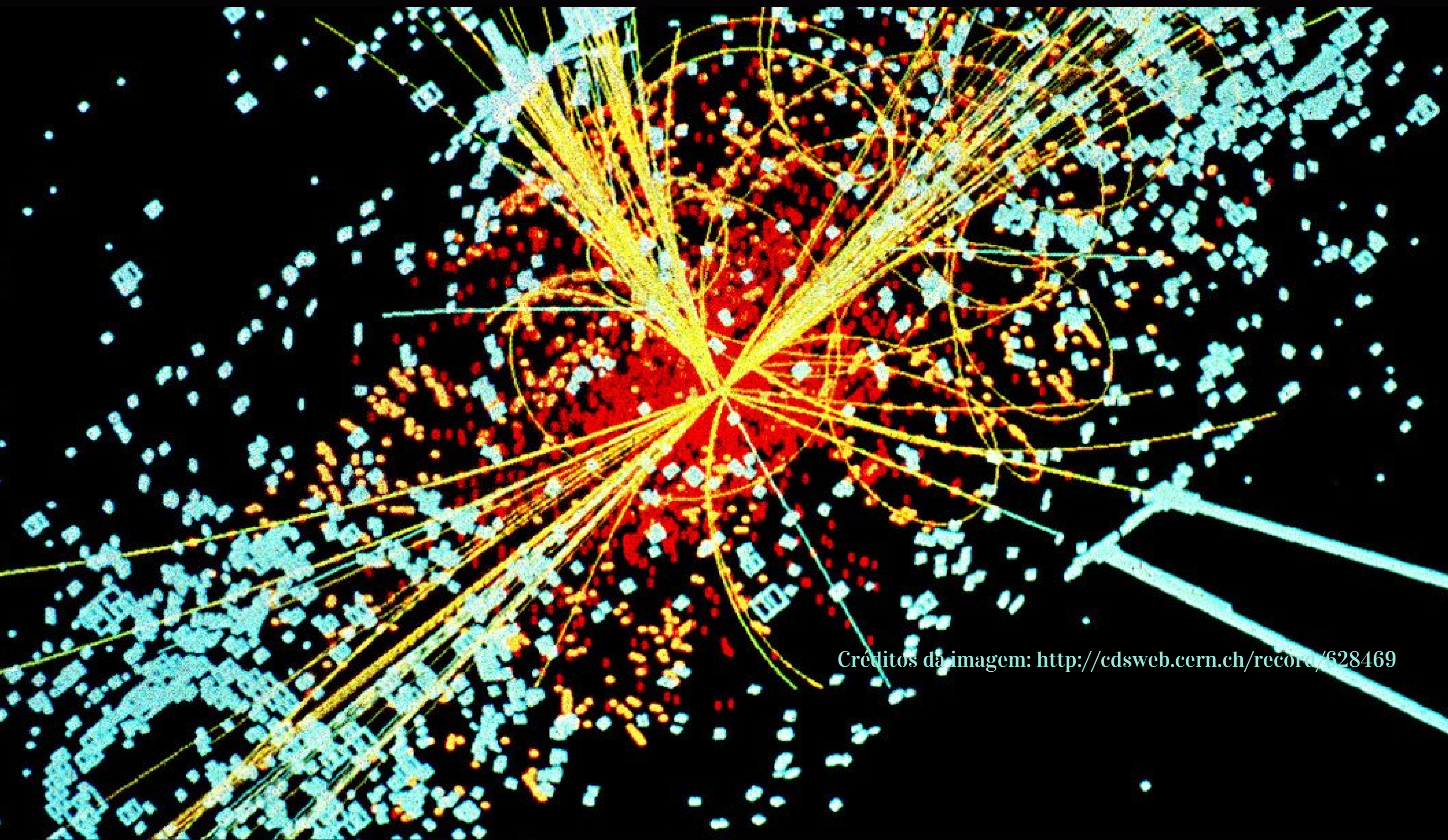
MECANISMO DE HIGGS

Adriano Sã

Wagner Frankin Balthazar

Produto Educacional

Quebra espontânea de simetria e mecanismo de Higgs: Uma abordagem a partir dos Osciladores Harmônico Simples e Anarmônico



Créditos da imagem: http://cdsweb.cern.ch/record/628469

Adriano de Sousa Sá

Orientador: Wagner Franklin Balthazar
Coorientador: José Abdalla Helayël Neto

Olá, caro professor!

Aqui você encontrará um Produto Educacional, que é resultado de uma Pesquisa Baseada em Design (Design-based research - DBR), onde propomos uma sequência didática, para discutir um tema atual de grande relevância, que é o mecanismo de Higgs e como ele é importante para compreensão do campo de Higgs e consequentemente o surgimento da massa de algumas partículas. Salientamos que entendemos por Sequência Didática uma série de atividades ordenadas e articuladas, onde o professor organiza sistematicamente atividades que possam levar os alunos a compreensão dos conteúdos.

Sabemos da ousadia do tema, por se tratar de um tópico bastante atual na física, que geralmente não é apresentado no currículo do Ensino Médio. No entanto acreditamos que trazer uma física mais atual para esses alunos ou pelo menos permitir que eles tenham acesso a esse tipo de conteúdo, mesmo que seja em atividades extras, é uma tarefa fundamental para que possamos democratizar a ciência também para nossos alunos do Ensino Médio.

Foi uma preocupação nossa, desenvolver o tema, com um formalismo matemático que fosse adequado à realidade do Ensino Médio. Para isso, partimos dos estudos dos Osciladores Harmônico Simples e Anarmônico. Acreditamos que conseguimos isso, dentro do que é aqui proposto.

Também adicionamos no intuito de facilitar a compreensão do tema, uma parte que envolve a simulação dos potenciais de Higgs. Entendemos que a simulação tem um papel fundamental, para que o aluno possa visualizar como ocorrem a simetria e a quebra simetria no modelo matemático que descreve o fenômeno.

Nesse sentido, estruturamos essa sequência didática envolvendo uma introdução geral, o formalismo matemático e as simulações. Em todos os resultados, conseguimos uma boa adesão por parte dos alunos, especialmente no que diz respeito às simulações. Além disso, apresentamos alguns Slides, vídeos e questionários, com o objetivo de tornar a aula ainda mais viável ao Ensino Médio.

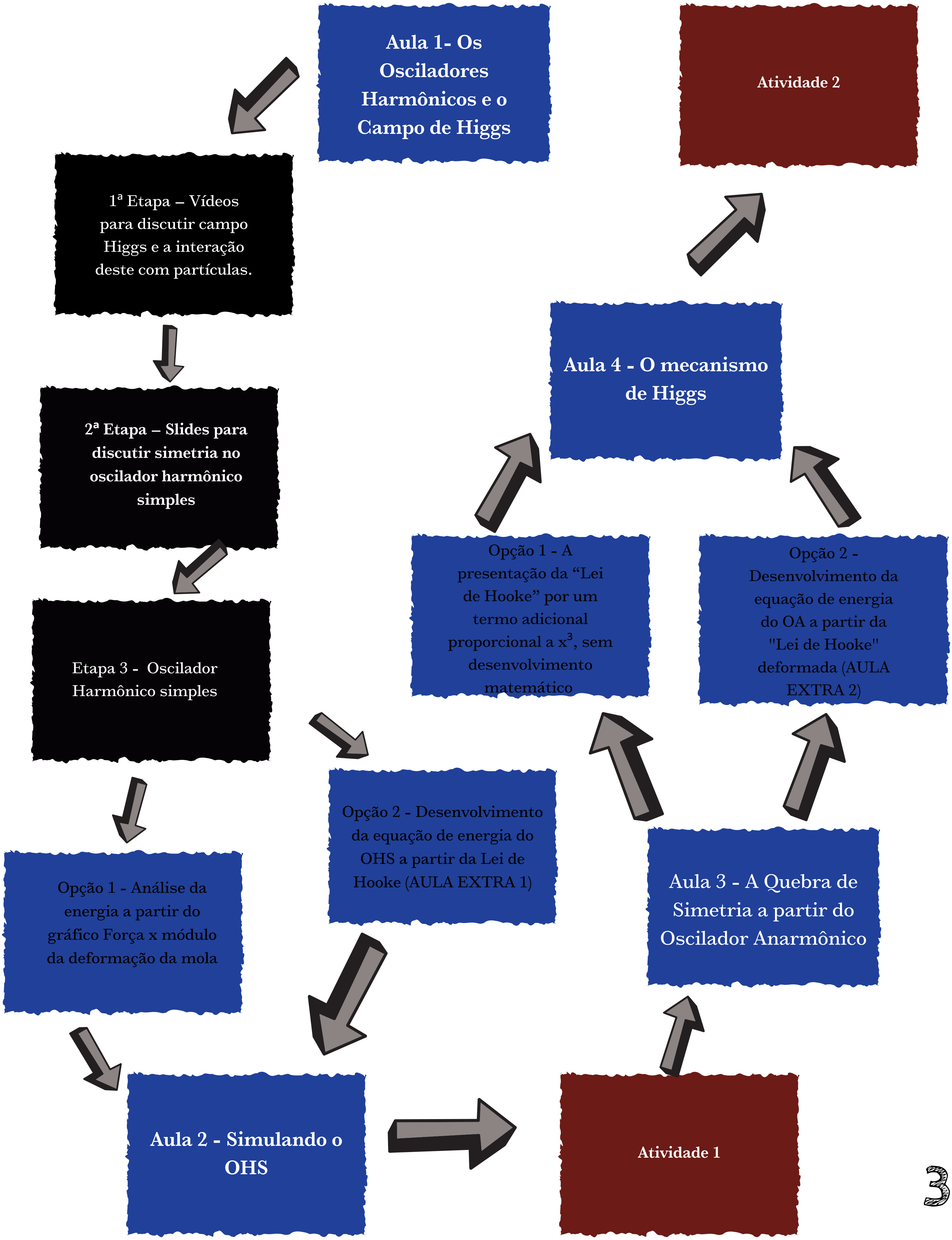
Acredito que alcançamos nossos objetivos. Esperamos que você goste e que esse material chegue aos professores e alunos do Ensino Médio em nosso Brasil. Agradecemos mais uma vez à leitura e desejamos um bom uso do material.

Caso tenha alguma dúvida, estarei à disposição para ajudar, através do e-mail que segue: adriano.sa.professor@gmail.com

No mais, muito obrigado e até breve!

Sumário

Fluxograma da Sequência Didática



A SEQUÊNCIA DIDÁTICA - AULA 1

Aula 1 - Os osciladores harmônicos e o campo de Higgs

Principais conceitos trabalhados: Oscilador harmônico simples; Oscilador harmônico deformado; Campo de Higgs

Objetivo: Dar uma visão geral a respeito do conceito de Campo, Simetria, Quebra de Simetria e a interação das partículas com o Campo de Higgs. Além de relembrar os estudos acerca do OHS.

Tempo Necessário: 50 minutos

Nessa aula o professor apresenta uma visão geral do que será estudado, mostrando de forma leve e introdutória o conceito de campo, simetria, quebra de simetria e o problema da geração de massa de algumas partículas.

Essa apresentação geral do tema, visa problematizar as questões que serão discutidas ao longo do que se propõe a sequência didática, buscando motivar o aluno e o informar brevemente o que estudaremos.

Para facilitar a compreensão, dividimos o encontro em três etapas, como mostramos a seguir:

OBS.: TODOS OS SLIDES QUE SERÃO CITADOS, ENCONTRAM-SE NO APÊNDICE D

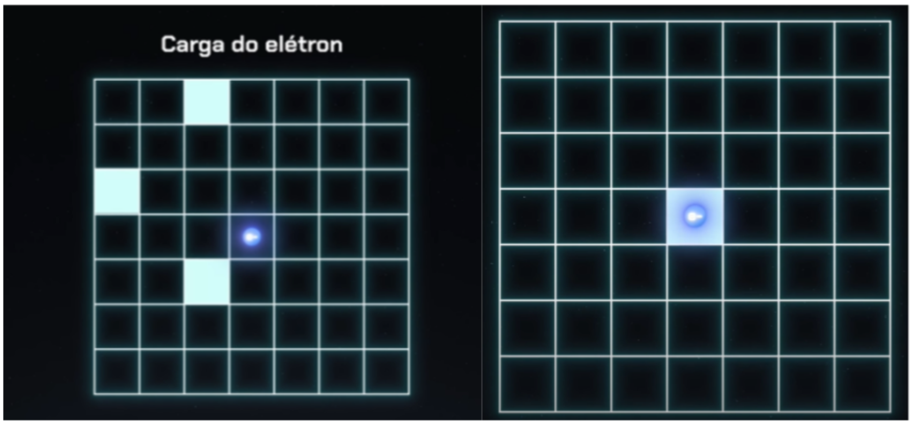
1ª Etapa – Vídeos para discutir campo Higgs e a interação deste com partículas

Nessa parte, o professor pretende passar ao aluno o que entende-se na física por “campo”. Em especial, estudaremos o campo de Higgs e sua interação com algumas partículas, que explica o problema da geração da massa.

Para realização dessa breve introdução ao tema, são utilizados dois vídeos de apoio, contendo animações que podem facilitar a compreensão dos alunos. Esses vídeos se encontram no Slide 2.

O vídeo 1, denominado “O bóson de Higgs Explicado” (https://www.youtube.com/watch?v=gCaTJYhA4Ik), apresenta de maneira simples e bastante ilustrativa o que são os campos no entendimento da física, como exepmlo o autor utiliza o campo de elétrons , como mostra a Figura 1.

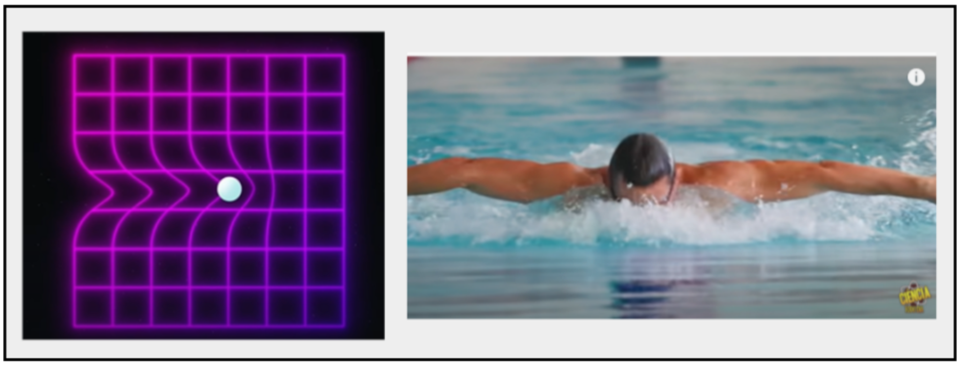
Figura 1 - O Campo de Higgs e o Nadador



Autor: Loos, 2021 (editado)

Em seguida, o autor apresenta o campo de Higgs. Nesse sentido o vídeo explora uma analogia Água-Nadador e Campo de Higgs-Partícula, mostrada na Figura 2, onde o autor mostra que quanto maior a interação, mais dificuldade teria a partícula para se deslocar, o que por sua vez, representa que a partícula possui mais massa.

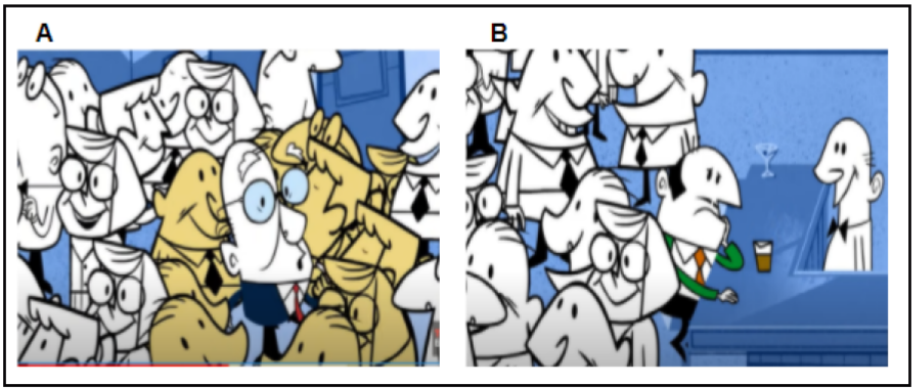
Figura 2 - O Campo de Higgs e o Nadador



Autor: Loos, 2021 (editado)

Na Figura 3 mostramos um quadro do vídeo 2, intitulado “Explicando o Campo de Higgs - Don Lincoln” (https://www.youtube.com/watch?v=joTKd5j3mzk). O autor também trabalha com analogia para explicar a interação das partículas com o campo de Higgs e mostra que algumas partículas não massivas se quer interagem com o campo.

Figura 3 - Uma analogia para o Campo de Higgs



Fonte: Powerhouse Animation Studios Inc, 2013 (editado)

Na Figura 3 A, vemos um personagem que representa uma partícula que interage com campo de Higgs, tendo “resistência” a se locomover devido as pessoas (que representam o campo de Higgs), que ficam aglomeradas ao seu redor. Na Figura 3 B, temos o personagem de blusa verde que simboliza uma partícula que não interage com o campo de Higgs. Como vemos, nesse caso, as pessoas não se reúnem ao redor do personagem, o que ocasiona em uma facilidade de locomoção do mesmo.

Após isso é aberta uma discussão com a classe e os alunos apontam suas dúvidas e conclusões acerca do que viram. O professor deve guiar os estudantes de forma que o assunto não saia da esfera do que a sequência didática propõe, ou seja, da discussão a respeito do campo de Higgs.

2ª Etapa – Slides para discutir simetria no oscilador harmônico simples

Agora, o professor postula que para entender o campo de Higgs, será necessário a compreensão do conceito de simetria, e problematiza levantando a questão: olhando para a natureza, o que você entende como simetria? Alguns minutos são dados para os estudantes levantaram exemplos de sistemas simétricos. Em seguida, o professor explica o que é simetria utilizando o slide 4, apresentado pela Figura 4.

Figura 4 - A Simetria na Natureza

Fonte: Próprio Autor

A partir dessa imagem, são levantadas questões: "As imagens são simétricas?" "Se sim, por que?" Se não, por que?" "O que elas apresentam em comum?" "O que caracteriza simetria?"

Após discussão, o professor explica o conceito de simetria, como característica de um sistema que possui características preservadas sob alguma transformação. Isso pode ser elucidado visualmente, analisando a imagem 3, tendo como referencial a linha vermelha que representa os eixos simétricos.

3ª Etapa – Oscilador Harmônico simples

Aqui o professor apresenta como exemplos de sistemas simétricos os osciladores harmônicos (Slide 5), e como exemplo cita um relógio de pêndulo (Slide 6) e um sistema massa-mola (Slide 7), que será o exemplo a ser estudado nesse porduto educacional .

O objetivo dessa etapa é apresentar o OHS e suas equações, com foco na energia potencial dos osciladores. Temos duas opções para o desenvolvimento desse conteúdo em sala de aula:

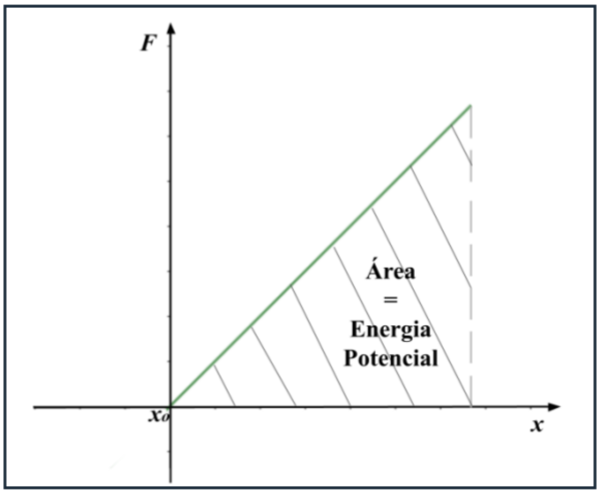
1º opção - Segue uma linha mais tradicional no que se refere ao desenvolvimento das equações de energia para o OHS. Ela tem a vantagem de ser mais conhecida pelo aluno, mas por outro lado essa abordagem não será útil na descrição do OA, que veremos na aula 2. Nesse produto apresentaremos a opção 1. O motivo é simples a 2º opção é igual a 1º opção, com adição do Apêndice E.

2º opção - A segunda é o desenvolvimento das equações da energia a partir da Lei de Hooke através do método das variações, que é muito mais elegante e sutil. Ele permitirá que as equações de energia sejam desenvolvidas tanto para o OHS, quanto para o OA. O desenvolvimento completo para OHS e OA está no Apêndice E.

É importante mencionar que, no caso de utilização dessa abordagem o tempo de aplicação do produto educacional deve ser acrescido em 1 aula. Também destacamos que esse produto foi elaborado pensando na opção 2, no entanto, em função da pandemia e do ensino remoto, a opção 1 se tornou necessária. Por isso, resolvemos manter as duas opções para o professor.

Pensando em termos opção 1 (para a opção 2 basta adicionar o desenvolvimento através do método das variações) apresentamos somente a equação da energia potencial do OHS, relacionando-a com a Física do sistema, obtendo a equação a partir do cálculo da área do gráfico mostrado na Figura 5.

Figura 5 - Gráfico Força x Deformação da mola



Fonte: Próprio Autor

O ponto x_0 indica a coordenada em que a deformação da mola é zero. A área tracejada tem a forma de um triângulo retângulo. Sendo essa área igual a energia potencial elástica, a base do triângulo igual o módulo da deformação da mola e a altura igual a força elástica, podemos deduzir que,

$$E_p = \frac{xF}{2} = \frac{x(xk)}{2} = \frac{1}{2}kx^2$$

O estudo é feito analisando o comportamento da energia potencial,

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

seu ponto de equilíbrio $x_0 = 0$ e a frequência de oscilação, dada por,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Ainda, recomenda-se a apresentação dos slides 8 ao 10.

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA - AULA 2

Aula 2 - Simulando o OHS

Principais conceitos trabalhados: Movimento harmônico simples

Objetivos: Capacitar os estudantes para realizarem a simulação de um OHS por meio do Modellus e possibilitar uma melhor visualização do comportamento do oscilador harmônico simples, e dessa forma melhorar a compreensão do aluno a respeito do tema.

Tempo Necessário: 50 minutos

Para o segundo encontro, os estudantes realizam, com a ajuda do professor, a simulação das equações trabalhadas. O software Modellus é o escolhido para realização dessa atividade, pois possui fácil manuseio e não necessita de linguagem avançada de programação, dessa maneira os alunos poderão reproduzir as equações trabalhadas em sala, exatamente da maneira como essas são escritas. O intuito é tornar mais palpável as informações que as equações nos mostram.

Caixa Modelo Matemático

Primeiro vamos inserir as equações no quadro "Modelo Matemático", conforme Figura 6.

Figura 6 - Modelo Matemático

Modelo Matemático

$$F = -k \times x$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m}$$

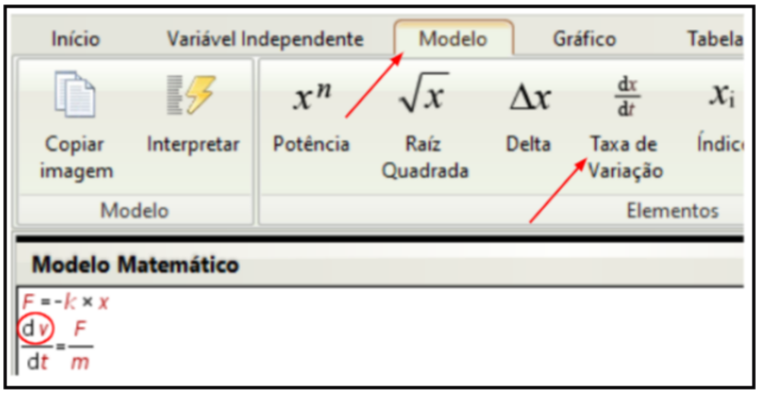
$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$Ep = \frac{1}{2} \times k \times x^2$$

Fonte: Próprio Autor

Para inserir dv/dt clique na aba “modelo” e selecione “taxa de variação”. Agora basta inserir o termo “v” no quadro em quadro em branco no numerador da fração. Na Figura 7, as setas vermelhas indicam as operações que devem ser realizadas. Um círculo vermelho mostra na equação, onde é inserido o termo “dv”.

Figura 7 - Inserindo Taxa de Variação

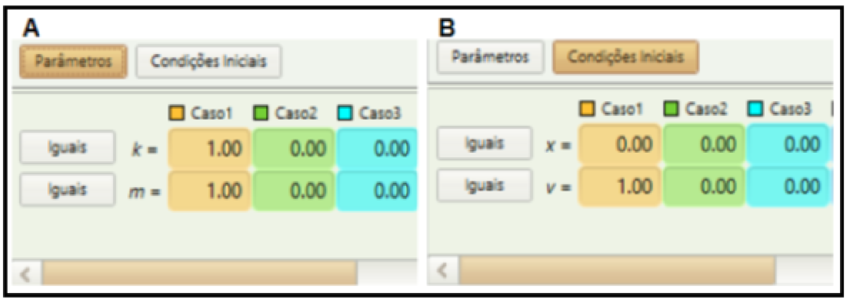


Fonte - Próprio Autor

Condições iniciais

Agora são escolhidos os parâmetros massa "m=1Kg" e constante elástica da mola "k=1 N/m". Também são definidas as condições iniciais x=0m e v=1 m/s, como mostra a Figura 8

Figura 8 - (A) Parâmetros e (B) Condições Iniciais



Fonte: Próprio Autor

Gráfico

Clicando na aba “gráfico”, solicitamos as informações que desejamos que o gráfico plotado contemple. Nessa atividade é interessante selecionarmos as variáveis "x" no eixo horizontal e para o eixo vertical, a Energia Potencial "Ep", como apontado na Figura 9.

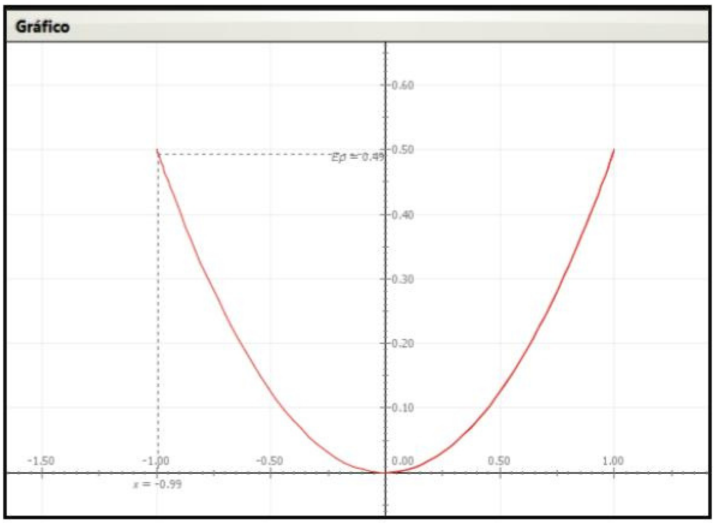
Figura 9 - Variáveis do Gráfico de Energia Potencial

Fonte: Próprio Autor

Note que em todos os casos, deve-se selecionar “Caso 1”, pois nesse exercício, tratamos de apenas um único caso: o Oscilador Harmônico Simples.

A escolha das cores que aparecerão no gráfico é livre. Nesse exemplo escolhemos a cor azul para representar a curva que descreve o comportamento da Energia Potencial do Oscilador Harmônico Simples, como mostra a Figura 10.

Figura 10 - Gráfico da Energia Potencial do OHS

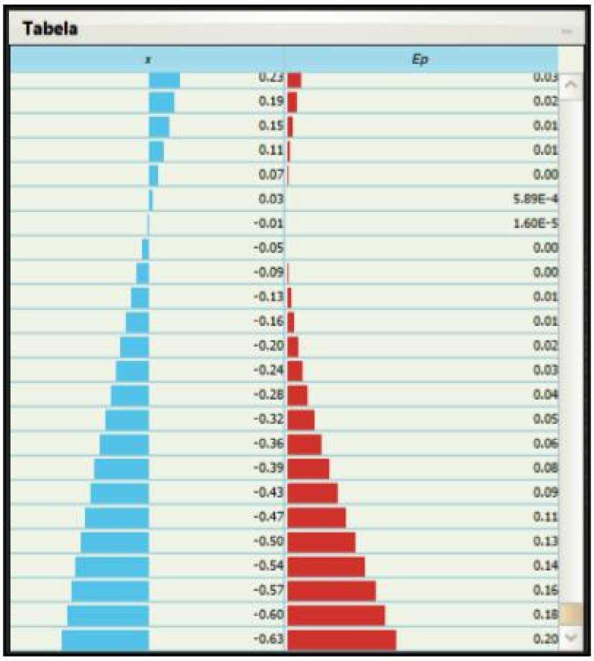


Fonte: Próprio Autor

Tabela

Agora vamos criar a tabela. Na aba “Tabela”, em “Opções”, selecione a caixa “barras” e coloque 1.0 para “mostrar cada (passos)”. Coloque as variáveis "x" e "Ep", para que essas grandezas sejam demonstradas na tabela. Você também pode escolher a cor de cada barra. A Figura 11 mostra um exemplo em que a barra azul representa a coordenada "x" e a cor vermelha diz respeito a Energia Potencial.

Figura 11 - Tabela Ep e deslocamento em “x” do OHS



Tabela

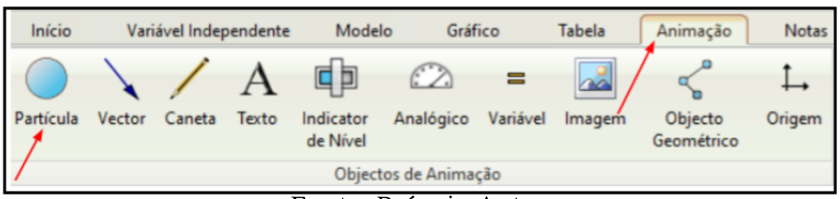
x	Ep
0.23	0.03
0.19	0.02
0.15	0.01
0.11	0.01
0.07	0.00
0.03	5.89E-4
-0.01	1.60E-5
-0.05	0.00
-0.09	0.00
-0.13	0.01
-0.16	0.01
-0.20	0.02
-0.24	0.03
-0.28	0.04
-0.32	0.05
-0.36	0.06
-0.39	0.08
-0.43	0.09
-0.47	0.11
-0.50	0.13
-0.54	0.14
-0.57	0.16
-0.60	0.18
-0.63	0.20

Fonte: Próprio Autor

Animação

Agora basta inserir o objeto que irá realizar o Movimento Harmônico simples. Vá na aba animação e clique em partícula, como indicado na Figura 12.

Figura 12 - Inserindo Animação



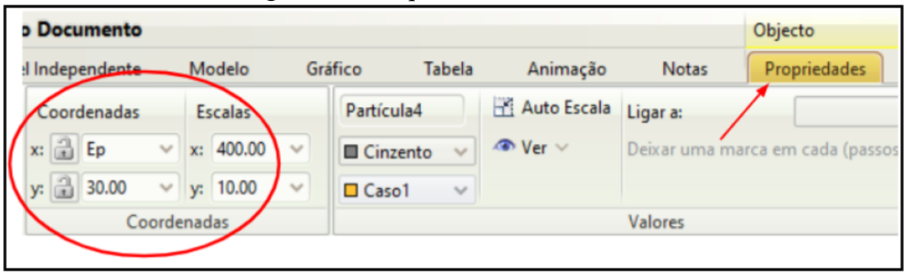
Fonte: Próprio Autor

Após esses comandos, clique em qualquer região da tela para adicionar a partícula.

Propriedades

Na aba "Propriedades", optamos por selecionar as coordenadas e escalas indicadas na Figura 13.

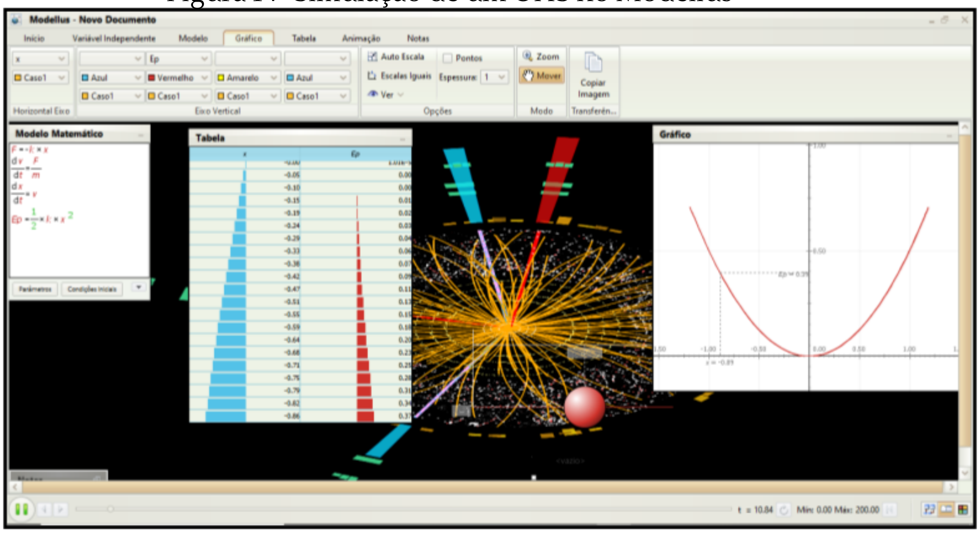
Figura 13- Propriedades da Animação



Fonte: Autor Próprio

Pronto! É hora de executar a simulação. Espera-se que seja obtido um resultado parecido com o que nos mostra algo na Figura 14.

Figura 14- Simulação de um OHS no Modellus



Fonte: Próprio autor

Atividade 1

Após a simulação, propomos que os alunos façam em casa a Atividade 1 (Apêndice A), onde os estudantes realizamrão simulações utilizando a equação,

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{4}\lambda x^4$$

A ideia é que eles utilizem o software Modellus, discutido nessa aula e identifiquem diferenças e similaridades entre essa energia e a do OHS. As condições iniciais do problema estão detalhadas no (Apêndice A). Com esses resultados, se fará possível a próxima discussão, que será realizada na aula seguinte: a quebra de simetria no oscilador.

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA - AULA 3

Aula 3- A quebra de simetria a partir do Oscilador Anarmônico

Principais conceitos trabalhados: Movimento Anarmônico; Lei de Hooke; Energia Mecânica

Objetivos: Compreender o movimento de um oscilador anarmônico e a quebra de simetria a partir da sua energia potencial.

Tempo Necessário: 50 minutos

Nessa aula apresentamos o OA. Temos duas opções para abordar o problema:

1° opção: Na primeira opção apresentamos uma “Lei de Hooke” deformada por um termo adicional proporcional a x^3 e a energia potencial associada a um sistema que oscila sujeito à essa força. Note que não há um desenvolvimento matemático algébrico ou geométrico para encontrar a energia partindo da força deformada.

2º opção: Partimos de uma “Lei de Hooke” deformada (por um termo adicional proporcional a x^3) e utilizamos o método das variações para encontrar a energia potencial desse sistema. Uma descrição desse método, numa linguagem adequada ao ensino médio, está detalhada no Apêndice E.

É importante mencionar que para essa opção será necessário mais 1 aula de 50 min. Nesse caso, nossa sugestão é que a demonstração seja realizada para encontrar a Equação 2, apresentada no final da aula anterior.

Seguindo a opção 1, a aula começa com o professor fazendo a leitura do texto inicial que compõe a atividade "para casa" (Apêndice B), onde se cria um cenário em que uma mola é deformada, dessa forma as equações da força e da energia potencial do oscilador passam a ser descritas, respectivamente, pelas seguintes equações:

$$F_e = -kx - \lambda x^3$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{4}\lambda x^4$$

onde λ é uma constante associada à deformação. Observa-se que, quando $\lambda = 0$, recuperamos a Lei de Hooke. Naturalmente, a posição de equilíbrio para um sistema sujeito à lei deformada pode ser encontrado fazendo $F = 0$, na equação demonstrada acima. Desta forma, obtemos três posições de equilíbrio:

$$x = 0; \; x = \pm\sqrt{-\frac{k}{\lambda}}.$$

No caso de escolhermos a opção 2, basta iniciarmos pelo método apresentado no Apêndice E

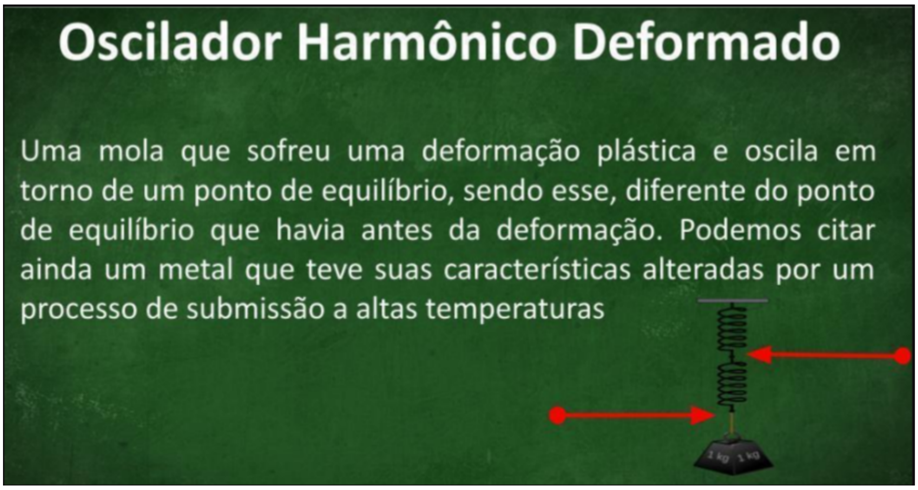
Este resultado nos leva a duas situações físicas para $x \in R$, $k < 0$ e $\lambda > 0$ ou $k > 0$ e $\lambda < 0$. É importante notar que, quando $k > 0$ e $\lambda < 0$, a força F se torna repulsiva a grandes distâncias.

Se $k < 0$ e $\lambda > 0$, teremos estados ligados com oscilações estáveis em torno de posições de equilíbrio fora da origem, o que, por sua vez, configura o que denominamos como quebra espontânea de simetria.

A função energia potencial é uma função par, isto é, simétrica sob reflexões em torno da origem. No entanto, nesta fase do sistema, caracterizada pelos parâmetros $k < 0$ e $\lambda > 0$, a posição de equilíbrio não se mantém invariante sob reflexões, contrariamente ao que ocorre na fase com $k > 0$ e $\lambda < 0$, na qual a posição de equilíbrio, $x = 0$, é invariante sob reflexão. É exatamente esta característica que constitui a quebra espontânea de simetria: as configurações de equilíbrio não exibem as simetrias da função energia potencial

Como exemplo de um OA, sugere-se o slide 12 do Anexo C, apresentado na Figura 15.

Figura 15- Mola deformada, obtendo um novo ponto de equilíbrio



Fonte: Próprio Autor

Em seguida, os grupos apresentam os resultados obtidos em cada uma das questões que integram essa atividade. As questões 1 e 3 tratam das simulações com diferentes parâmetros. Na atividade 1 é solicitado que a simulação seja realizada com os parâmetros e condições iniciais que seguem:

$$k = -2,0\,N/m;\ \lambda = 0,80\,N/m^3;\ v = 1\,m/s;\ x = 0\,m\ e\ m = 1\,kg$$

No exercício 3 da atividade 1, as simulações apresentam as seguintes condições iniciais e parâmetros:

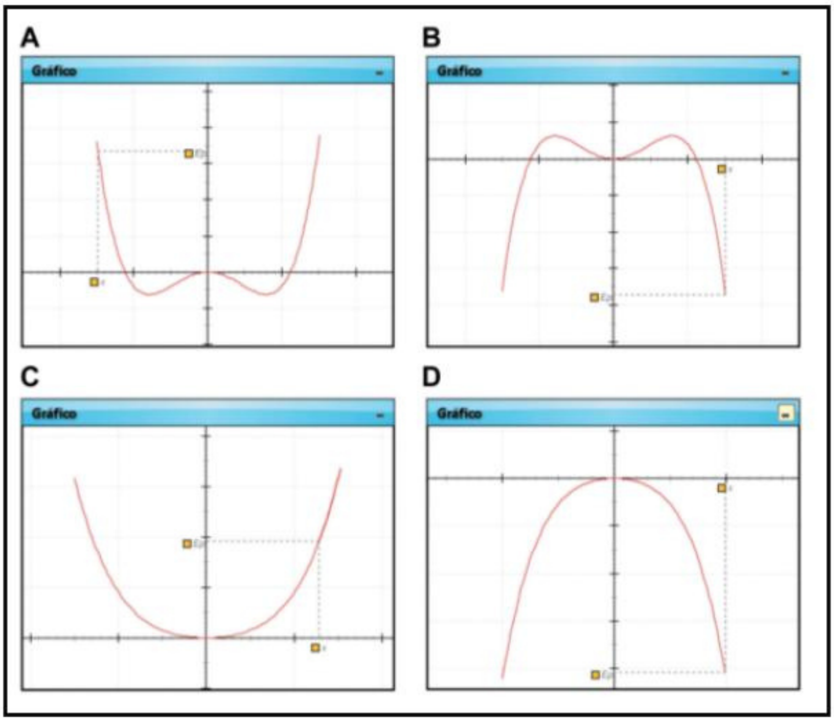
a) $k = 2,0\,N/m;\ \lambda = -0,80\,N/m^3;\ v = 1\,m/s\ e\ x = 0\,m.$

b) $k = 2,0\,N/m;\ \lambda = 0,80\,N/m^3;\ v = 1\,m/s\ e\ x = 0\,m.$

c) $k = -2,0\,N/m;\ \lambda = -0,80\,N/m^3;\ v = 1\,m/s\ e\ x = 0\,m.$

É esperado que os resultados encontrados pelos estudantes, para a energia potencial dos osciladores (Ep) em função do deslocamento (x), sejam os apresentados na Figura 16.

Figura 16: Simulações Para Casa



Fonte: Próprio autor

A- corresponde a simulação feita na atividade 1, para o caso em que $k<0$ e $\lambda> 0$; B - corresponde a simulação feita na atividade 3a), para o caso em que $k>0$ e $\lambda<0$; C - corresponde a simulação realizada na atividade 3b), para o caso em que $k>0$ e $\lambda>0$; D - corresponde ao simulação feita na atividade 3c), onde $k<0$ e $\lambda<0$

Cada aluno tem sua vez de mostrar os resultados encontrados. A discussão é realizada com toda a turma, em cima de todos os trabalhos. Em meio a conversa, é importante que o professor se atente sempre em conduzir os estudantes para nuances de cada simulação.

Realizada a discussão em torno das atividades, lê e resolve a lista de exercícios com os alunos. Explicando a problematização inicial da atividade. Aqui é apresentado o conceito de quebra de simetria, partindo da análise gráfica da energia dos osciladores. Essa é uma parte expositiva, onde o professor mostra para a classe que no oscilador anarmônico, assim como qualquer outro sistema físico, o sistema busca um ponto de mínima energia e dessa forma a simetria é quebrada, pois espontaneamente o sistema "escolhe" oscilar a direita ou esquerda. Dessa forma uma nova simetria é estabelecida, ao redor de um novo ponto de equilíbrio. Isso é o que chamamos de quebra espontânea de simetria. O professor explica que nos casos apresentados pela Figura 16 (3B) e 16 (3C) fica claro que não ocorre a quebra de simetria.

Na figura 16 (3A) onde $k > 0$ e $\lambda < 0$ a força se torna repulsiva para,

$$x < -\sqrt{-\frac{k}{\lambda}} \text{ e } x > +\sqrt{-\frac{k}{\lambda}}\,.$$

Portanto, em termos de energia potencial, isso significa que para uma dada energia total do sistema a partícula escaparia do estado ligado e $x \rightarrow \pm\infty$. Logo esse potencial não corresponde ao sistema com quebra de simetria.

Sendo assim, a única situação que demonstro um sistema em que a simetria é quebrada, se encontra na Figura 16 (1), onde $k<0$ e $\lambda>0$. Temos, nesse exemplo, estados ligados correspondentes às oscilações em torno das duas posições de equilíbrio, que por sua vez correspondem aos pontos de mínimo da função energia potencial. Esse é o sistema que nos interessa!

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA - AULA 4

Aula 4- O mecanismo de Higgs

Principais conceitos trabalhados: Oscilador Anarmônico; Mecanismo de Higgs; Campo de Higgs

Objetivos: Conectar os conceitos do OA com o campo de Higgs.

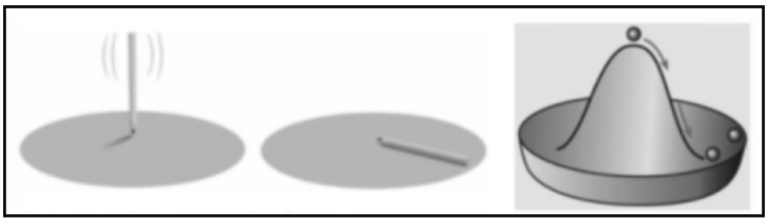
Tempo Necessário: 50 minutos

Nesse encontro, o professor dá continuidade à analogia entre o OHD e o Campo de Higgs, mostrando como o comportamento dos sistemas podem ser comparados. Essa é a aula para as dúvidas finais serem sanadas, e as últimas questões serem levantadas.

O objetivo é guiar os estudantes, para que eles sejam capazes de compreender como esse tipo de sistema estudado, e entender o campo de Higgs e sua relação com a maasa.

A exposição da Figura 17, contida no slide 23, também auxilia na explicação.

Figura 17 - Quebra de Simetria por Analogias



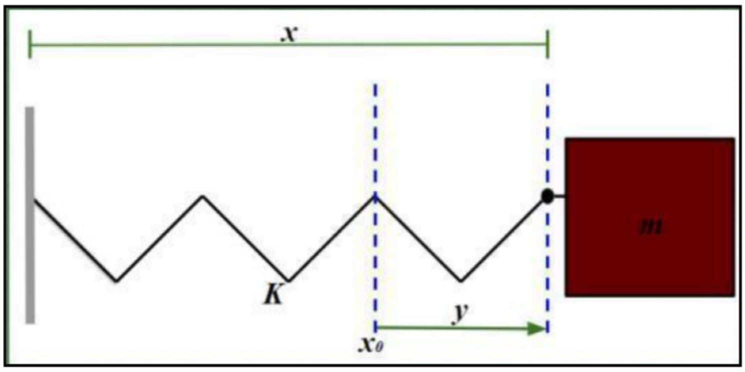
Fontes: <: http://nobelprize.org/nobel prizes/ physics/laureates/2008/info.pdf.> <https://cerncourier.com/a/from-bcs-to-the-lhc/1/CChig5_01_08> (Compilado pelo Autor)

Uma analogia interessante é um lápis que quando equilibrado em sua ponta, tende a cair para um dos lados, como se "escolhesse" espontaneamente esquerda ou direita, o mesmo ocorre com o oscilador anarmônico. O mesmo ocorre quando uma esfera é colocada no ponto máximo de um "chapéu mexicano". Essa esfera está em um ponto instável e por isso tende a rolar para um dos lados, onde ficará oscilando em torno do ponto de mínima energia potencial. Esse exemplo elucida como uma simetria é quebrada e logo após é restabelecida em torno de um novo ponto de equilíbrio, com frequência definida por novos parâmetros, como ocorre no OA.

Agora o professor manipula as equações e troca as coordenadas para mostrar o campo de Higgs por meio do OA, como apresentado no slide 17. Neste caso, é importante definir uma coordenada física, que designaremos por y, que descreve as oscilações em torno de x0 (Figura 18). De forma que,

$$x = x_0 + y.$$

Figura 18 - Mudança de coordenada para o ponto de equilíbrio do OA



Fonte: Próprio Autor

A mudança de ponto de equilíbrio corresponde ao que denominamos uma transição de fase do sistema, isso significa que só para determinados valores de k e λ, teremos quebra de simetria. O sistema é essencialmente o mesmo: a massa e a mola, mas com os parâmetros em outra região de valores, de forma que o sistema apresenta uma física diferente daquela correspondente a situação em que a oscilação se dá unicamente em torno da origem (OHS), quando não ocorre quebra de simetria.

Dessa forma, precisamos reinterpretar o resultado para o caso em que a oscilação não está unicamente em torno da origem, como mostrado na Figura 16A. Dessa forma, o problema requer a introdução de uma nova coordenada física "H". Assim sendo, a equação:

$$x = x_0 + y$$

passa a ser descrita por,

$$\phi = \phi_0 + H.$$

É importante destacar que, nesta situação, H representa o campo que corresponde às flutuações (oscilações) em torno da configuração de equilíbrio, ϕ_0; é ao campo H que nos referimos como campo de Higgs e a partícula a este associada é o bóson de Higgs. O ponto central na analogia oscilador anarmônico- campo de Higgs consiste em substituir a coordenada oscilatória, y, em torno da posição de equilíbrio, Xo, pelo campo de Higgs, H flutua em torno da configuração de mínima energia ϕ_0 .

Da mesma forma, analogias também podem ser feitas com as equações da Força (F_H) e Energia Potencial do campo de Higgs (E_H),

$$F = -kx - \lambda x^3$$

$$F_H = -k\phi - \lambda\phi^3$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{4}\lambda x^4$$

$$E_H = \frac{1}{2}k\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda\phi^4$$

Feito isso, inicia-se uma abordagem a respeito da massa de Higgs e como essa está associada a ϕ_o, como propõe a equação apresentada,

$$m_H^{\ 2} = 2\lambda - \phi_o^{\ 2} =- 2k$$

Note que a demonstração dessa equação só pode ser apresentada na opção 2, contida no Apêndice E.

Por essa equação, nota-se que a massa de Higgs vem da oscilação em torno de ϕ_o .

As demais partículas do Modelo-Padrão: léptons carregados (elétron, múon, tau e suas correspondentes antipartículas), os quarks (u,d,c,s,t,b) e os correspondentes antiquarks e os bósons W+, W−, Z0, todos adquirem massa através do mecanismo de Higgs, ou seja, as suas respectivas massas são geradas através do mecanismo de Higgs e são todas proporcionais a ϕ_o.

E como, ϕ_o pela relação acima, é proporcional à massa do bóson de Higgs, resulta que todas as partículas massivas do Modelo-Padrão têm suas massas parametrizadas pela massa do bóson de Higgs. Assim, designando a massa de uma partícula genérica por m_p e a constante de acoplamento desta partícula ao bóson de Higgs por g_{pH}, podemos escrever que

$$m_p = g_{pH}\ m_H$$

Na questão 5 da Atividade 2 (Apêndice C) os alunos cálculam a massa de algumas partículas por meio dessa equação.

Para finalizar a aula, o professor mostra como podemos relacionar: energia, frequência de oscilação de partículas e corpos e as suas respectivas massas. Para isso, o professor utiliza as equações,

$$E = \frac{h\omega}{\pi} \ ,$$

$$E = mc^2 \ ,$$

para apresentar a equação,

$$\omega = \frac{2\pi c^2 m}{h},$$

encontrada na questão 5, da segunda lista de exercícios, contida no Apêndice C. Esse Apêndice contém a lista de atividades que os alunos devem fazer em casa, finalizando assim a sequência didática.

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA - AULA 5

Aula 5- Correção da Atividade 2

Principais conceitos trabalhados: Mecânismo de Higgs

Objetivos: Aprimorar o conhecimento por meio do debate sobre as questões .

Tempo Necessário: 50 minutos

Nessa aula o professor corrige a Atividade 2 encontrada no Apêndice C. Por meio do debate, analisando as respostas de cada questão, o professor guia os estudantes para compreensão dos possíveis pontos ainda não compreendidos.

É importante que o professor corrija em casa, antes dessa aula, a atividade de cada aluno. Isso permitirá identificar as dificuldades e pontos fortes de cada estudante.

REFERÊNCIAS

KNEUBI, Fabiana; PIETROCOLA, Maurício. A Pesquisa Baseada em Design: visão geral e contribuições para o ensino de ciências. Investigações em Ensino de Ciências, São Paulo-SP, ano 2017, v. 22, n. 2, p. 01-16. Disponível em: http://dx.doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2017v22n2p01. Acesso em: 26 jan. 2021.

O BÓSON de Higgs EXPLICADO. Gravação de Pedro Loss. Youtube: Ciência Todo Dia, 2021. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=gCaTJYhA4Ik. Acesso em: 13 jun. 2021.

PLEITEZ, V. A física de partículas elementares e o Prêmio Nobel de Física 2008. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 30, p. 4301.1-4301.5, 2008.

SÁ, A.; BALTHAZAR, W. F.; HELAYËL-NETO, J. A. Quebra espontânea de simetria e mecanismo de Higgs: uma abordagem a partir dos osciladores harmônico simples e anarmônico. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 43, 2021.

TED-ED: Lincoln Don Higgs Boson. Gravação de Don Lincoln. Youtube: Powerhouse Animation Studios, ca. 2013. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=gCaTJYhA4Ik. Acesso em: 13 jun. 2021.

Apêndice B - Atividade 1

Atividade 1

Aluno:

Data:

Realizamos a simulação do oscilador harmônico simples (OHS), no qual avaliamos o comportamento da energia potencial e cinética sistema bloco-mola.

Agora, vamos analisar um problema parecido, um oscilador harmônico deformado (OHD). Para este caso, a força exercida pela mola não obedece mais a Lei de Hooke, como podemos ver na equação abaixo

$$F = - kx - \lambda x^3$$

Para criarmos um significado físico para essa força, suponha que temos uma mola constituída por um determinado metal que oscila em torno de . No entanto, quando submetida a altas temperaturas, algumas de suas características mecânicas são alteradas. Isso faz com que a mola comece a oscilar em torno de um ponto diferente de . Sendo assim, baseado na equação da força acima descrita, encontramos uma nova equação para descrever a energia potencial desse oscilador;

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{4}\lambda x^4$$

Considerando $k =- 1N/m; \lambda = 1N/m;\ v = 1m/s;\ x = 0\ e\ m = 1Kg$. Utilize o *Modellus* para estudar esse novo oscilador, seguindo o que foi estudado na aula anterior.

Observações:

- As constantes são inseridas na aba "*Parâmetros*" e os termos são inseridos na aba *"condições iniciais"*.
- Não esqueça de substituir as equações de energia potencial e força que utilizamos na aula anterior, pelas novas equações que foram encontradas no enunciado acima.

Após simular, observe atentamente o resultado encontrado e responda às seguintes questões:

1- Compare o gráfico da energia potencial em função da posição para o OHD com o gráfico da energia potencial para o OHS, que foi discutido em sala de aula. Faça um print da tela e coloque no espaço abaixo.

2- Quais são os pontos de equilíbrio desse oscilador? Ele poderia oscilar em torno de x=0? Você poderia identificar pontos de equilíbrio estável nesse oscilador?

3-Agora simule e cole print dos resultados obtidos para os casos em que temos os seguintes parâmetros:

a) $k = 1N/m;\ \lambda = 1N/m;\ v = 1m/s\ e\ x = 0m.$
b) $k =- 1N/m;\ \lambda =- 1N/m;\ v = 1m/s\ e\ x = 0m.$
c) $k = 1N/m;\ \lambda =- 1N/m;\ v = 1m/s\ e\ x = 0m.$

obs.: Após realizar as simulações utilizando os parâmetros acima, fique à vontade para realizar novas simulações com outros parâmetros à sua escolha.

4- Com relação a simulação, você teve alguma dificuldade?

5- Quais foram os pontos positivos da utilização do Modellus para aprender física?

Apêndice C - Atividade 2

Atividade 2

Aluno:

Data:

1- Como vimos em nossas aulas, a ideia de simetria é muito importante na física. Utilizando o que aprendeu nas aulas, diga com suas palavras o que você compreendeu sobre simetria e quebra de simetria. Você poderia dar outros exemplos de simetria que ocorrem na descrição que a física faz da natureza ?

2- Compare e descreva o comportamento da energia potencial do oscilador harmônico antes e depois de sofrer a quebra espontânea de simetria. O que muda no sistema, antes e depois de ocorrer a quebra de simetria?

3- Olhando para o Oscilador Anarmônico, descreva com suas palavras, como estão associados: o ponto de equilíbrio, a frequência de oscilação, a energia e a massa da partícula associada ao sistema.

4- Utilize a equação $\omega = \frac{2\pi c^2 m}{h}$, para encontrar a frequência de vibração associada a:

a) Massa do elétron

b) Massa do próton

c) Sua massa

d) Massa do seu amigo/amiga

Considerando que:

$\pi = 3,14$

$$c = 299792458\, m/s$$
$$h = 6.62607015\, .\, 10^{-34} Js$$
$$massa\ do\ elétron = 9,1.\, 10^{-31} Kg$$
$$massa\ do\ próton = 1,7.\, 10^{-27} Kg$$

5- Considere a lei encontrada em aula, que nos diz que a massa de qualquer partícula ssiva do modelo padrão é proporcional a massa de Higgs, como mostra a equação

$$m_p = g_{pH}\, m_H\ .$$

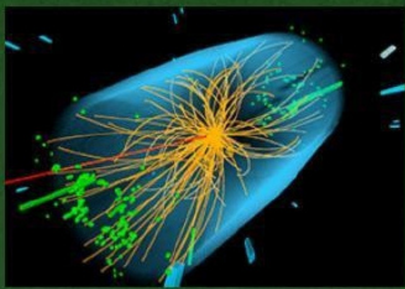
Sabendo que $m_H = 125.3 \pm 0.6\ GeV/c^2$, encontre a constante de acoplamento g_{pH} seguintes partículas.

a) Elétron ($m = 0,000511\ GeV/c^2$)
b) Múon ($m = 0,106\ GeV/c^2$)
c) Quark Up ($m = 0,005\ GeV/c^2$)
d) Quark Top ($m = 174,2\ GeV/c^2$)
e) Bóson Z0 ($m = 91,2\ GeV/c^2$)

Apêndice D - Slides Utilizados Em Aula

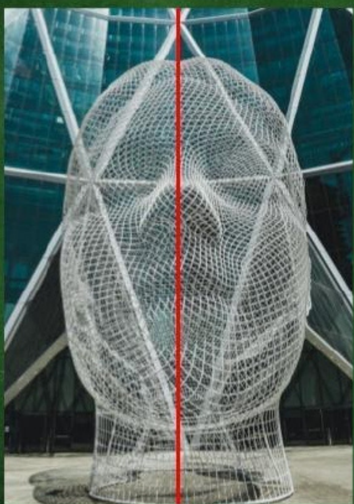
Mecanismo de Higgs

O mecanismo de Higgs trata do surgimento da massa de algumas partículas por meio da quebra de simetria em um campo.



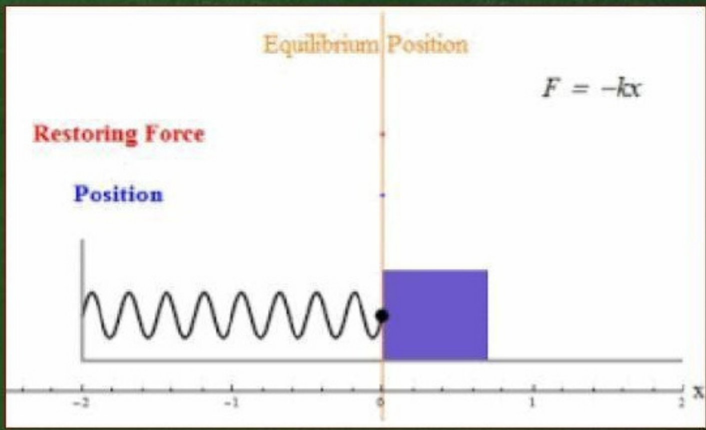
Referências: https://socientifica.com.br/o-misterio-intrigante-da-origem-da-massa/
http://agencia.fapesp.br/experimento-demonstra-decaimento-do-boson-de-higgs-em-componentes-da-materia/19354/

Mas afinal: o que é simetria?



Oscilador Harmônico Simples (OHS)

Oscilador Harmônico Simples é um sistema que oscila com uma frequência constante.



Referências: https://makephyeasier.blogspot.com/2016/12/simple-harmonic-motion.html

Que energia potencial, podemos associar a força restauradora da mola?

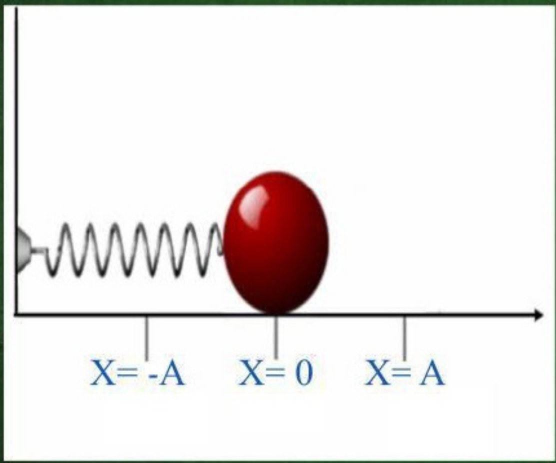
Oscilador Harmônico Simples (OHS)

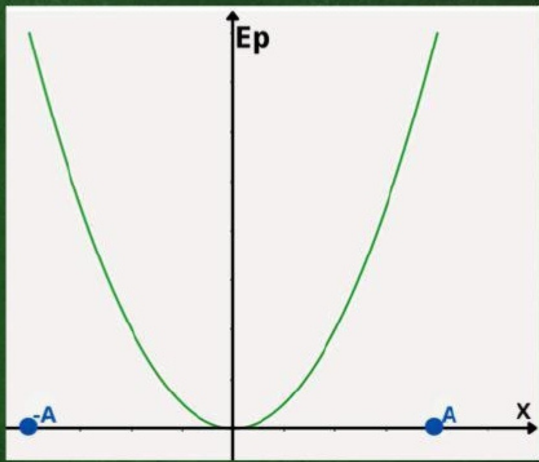
O oscilador harmônico simples (OHS), representa um sistema físico que oscila com uma frequência constante em torno de um ponto de equilíbrio (FEYNMAN, 2008).

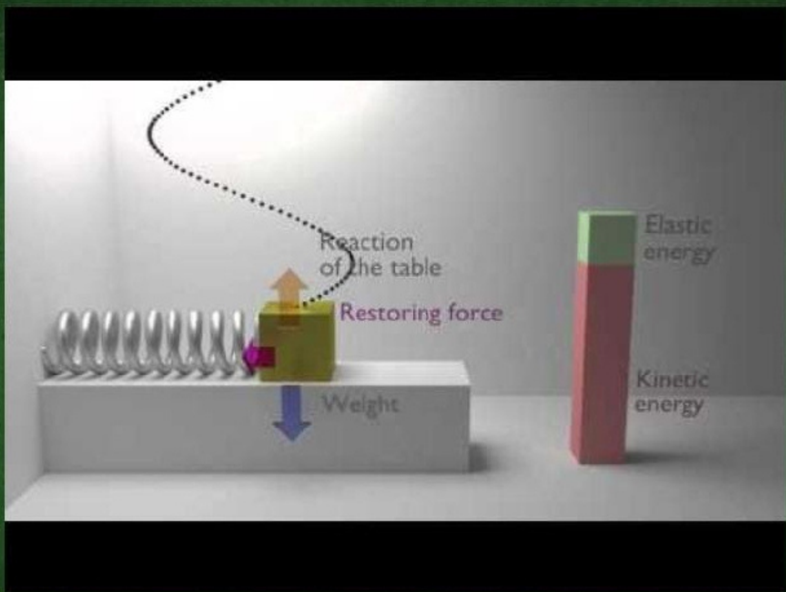
Referências: VIBRATION of an ammonia molecule. Kyoroskichannnel. Youtube, acessado em 11 de dezembro de 2020.

$$F = -K.x$$

$$E_P = \frac{1}{2}.K.x^2$$



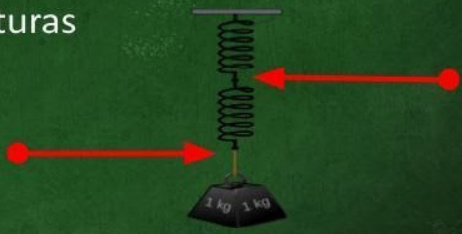




Aula 3

Oscilador Harmônico Deformado

Uma mola que sofreu uma deformação plástica e oscila em torno de um ponto de equilíbrio, sendo esse, diferente do ponto de equilíbrio que havia antes da deformação. Podemos citar ainda um metal que teve suas características alteradas por um processo de submissão a altas temperaturas



Referências: Referência: https://pt.khanacademy.org/science/physics/work-and-energy/hookes-law/a/what-is-hookes-law

Aula 4

Quebrando a Simetria!

Por exemplo, suponhamos uma mesa de jantar preparada de modo que há um copo de água entre cada dois lugares nessa mesa. Há uma simetria, mas cada participante pode usar o copo que está a sua direita ou a sua esquerda. A simetria esquerda-direita existe até que alguém toma um desses copos. Nesse momento, a simetria esquerda-direita é espontaneamente quebrada. Mas essa simetria continua por trás da quebra. Ou seja, fica camuflada (ibid.) (MOREIRA, 2019).

A quebra de simetria na Natureza

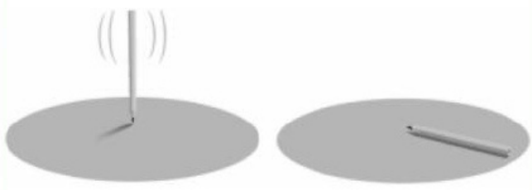


Figura 1 - Fonte: http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2008/info.pdf.

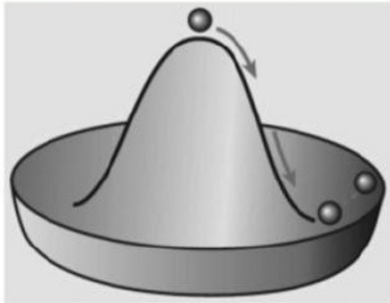
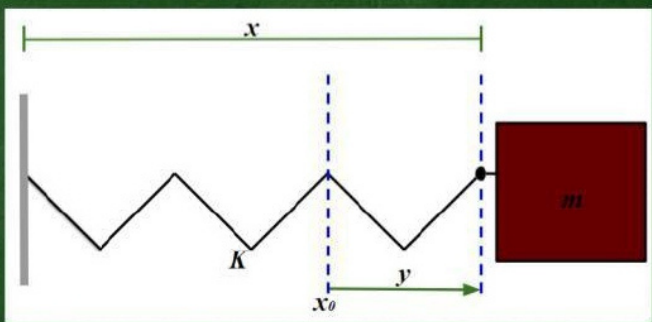


Figura 2 - Fonte: http://cerncourier.com/cws/article/cern/32522/1/CChig5_01_08.

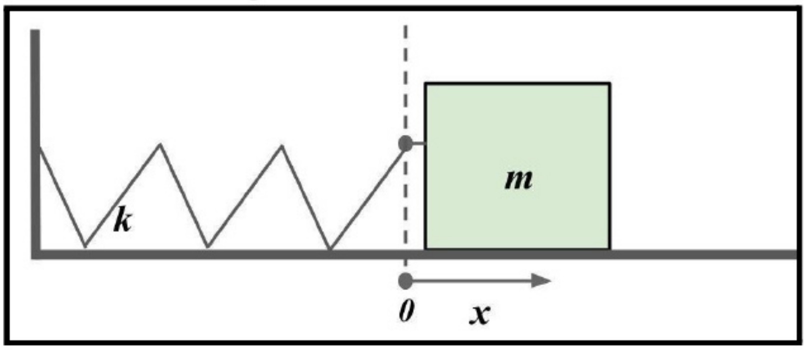
Oscilador Harmônico Deformado (OHD)



Apêndice E - Equações OHS e OA

Um exemplo de oscilador harmônico simples (OHS), recorrente em livros didáticos, é o sistema massa-mola. Imaginemos um corpo de massa "m", preso a uma mola que possui constante elástica "k" e está fixada de forma que fique presa na posição horizontal, oscilando no eixo x, numa superfície sem atrito, como mostra a figura D-1.

Figura D-1 - Sistema massa-mola



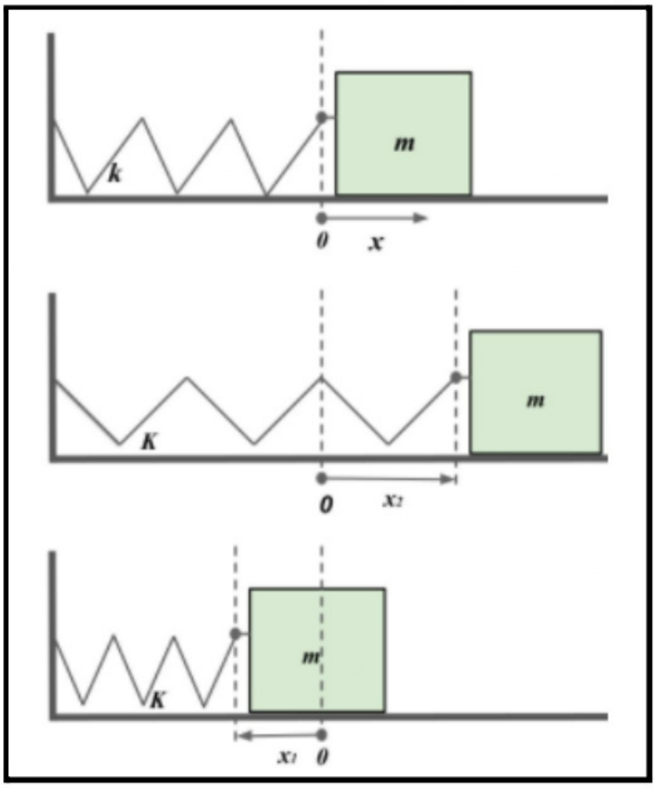
Fonte: Próprio autor

Após ser tirado de sua situação de equilíbrio (podendo a mola ser comprimida ou esticada) , o corpo oscila com frequência constante f em torno do ponto de equilíbrio $x = 0$. A oscilação é provocada pela força elástica restauradora F , conhecida como Lei de Hooke,

$$F = -kx \quad (1)$$

responsável por fazer o corpo de massa m oscilar. Na ausência de atrito o corpo oscila em duas posições máximas $\pm x_m$ em relação à origem, conhecidas com amplitude do movimento harmônico. É importante mencionar que no sistema bloco-mola, toda a massa está contida no bloco, a mola é responsável pela força restauradora e sua massa é desprezada. A Figura D-2 mostra o movimento do bloco em diferentes posições.

Figura D-2 - Sistema massa-mola: em equilíbrio, esticado e comprimido



Fonte: Próprio autor

Com base na figura, podemos ver que $F > 0$ $(F < 0)$ para qualquer posição $x < 0$ $(x > 0)$. Assim para $x < 0$ o bloco desacelera $(a > 0)$ quando se move para esquerda $(v < 0)$ e acelera quando se move para direita $(a < 0\ ,\ v > 0)$.. Naturalmente, a dinâmica do sistema bloco-mola é descrita pela segunda lei de Newton,

$$F = ma, \tag{2}$$

onde m é a massa do bloco e a é a aceleração do bloco. Partindo da segunda Lei de Newton podemos escrever equações que descrevem o oscilador harmônico simples, considerando (1) e (2) obtemos

$$m.a = \ -kx\ , \tag{3}$$

consequentemente,

$$a = \ -\frac{k}{m}x. \tag{4}$$

Da equação (4) vemos que a aceleração é uma função da posição $a(x)$. Cabe agora avaliar o termo $-\frac{k}{m}$, para isso faremos uma análise dimensional. Considerando que k tem unidades de medida em $\frac{N}{m}$ e m em kg.

$$k \rightarrow \frac{N}{m} \rightarrow \frac{Kg.m}{s^2 m} \rightarrow \frac{Kg}{s^2}$$

Assim, temos que

$$\frac{K}{m} = \frac{Kg}{Kg.s^2}$$

$$\frac{K}{m} = \frac{1}{s^2}$$

$$\sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{1}{s^2}} = \frac{1}{s}$$

Note que ω tem dimensão de frequência (s^{-1}), por isso, está associado ao número de oscilações que o sistema realiza por segundo. É importante destacar que a frequência depende exclusivamente de k e m, sendo, portanto, uma característica de cada sistema físico bloco-mola. Podemos, portanto, dizer que o termo $\sqrt{\frac{K}{m}}$ equivale a frequência angular ω do oscilador,

$$\sqrt{\frac{K}{m}} = \omega,$$

assim podemos considerar

$$\omega^2 = \frac{K}{m}. \tag{5}$$

Associando a Eq. (3) e (4) obtemos,

$$a = -\omega^2 x \tag{6}$$

Sabemos que a aceleração é a derivada segunda da posição, portanto

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x. \tag{7}$$

Esta equação diferencial tem solução conhecida

$$x(t) = Acos(\omega t) + Bsen(\omega t). \tag{8}$$

Sem perda de generalidade, podemos considerar a função posição da oscilador bloco mola, como segue

$$x(t) = A(\omega t). \tag{9}$$

Se derivarmos a Eq. (5), obtemos a velocidade da partícula

$$v(t) = -\omega A(\omega t). \tag{10}$$

Em um OHS podemos analisar também a energia potencial que o sistema apresenta. Sendo a energia potencial, uma energia dissociada da velocidade, mas associada à localização do objeto em uma região onde existe uma força, podemos concluir que, nesse exemplo específico, a energia potencial será associada a força elástica de restauração. Ao soltar o corpo e permitir que ele entre em movimento, a energia potencial do sistema começa a se transformar em energia cinética, essa sim, associada à velocidade do corpo. A seguir serão deduzidas as equações da energia potencial e energia cinética a partir da Eq (1) que enuncia a lei de Hook e da Eq (2) que descreve o princípio fundamental da dinâmica.,

Sabendo que,

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \tag{11}$$

substituindo a Eq (11) na Eq (2),

$$m\frac{\Delta v}{\Delta t} = -Kx$$

$$m\Delta v = -Kx\Delta t$$

multiplicando os dois lados da equação por v,

$$m\Delta v v = -Kx\Delta t v$$

$$m\Delta v v = -Kx\Delta t\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$m\Delta v v = -Kx\Delta x \tag{12}$$

Agora, trabalhamos matematicamente a variação da velocidade do corpo (Δv) .

É conveniente dizer que:

$$\Delta v = (v + \Delta v) - v$$

$$\Delta v^2 = (v + \Delta v)^2 - v^2$$

$$\Delta v^2 = (v^2 + 2v\Delta v + (\Delta v)^2) - v$$

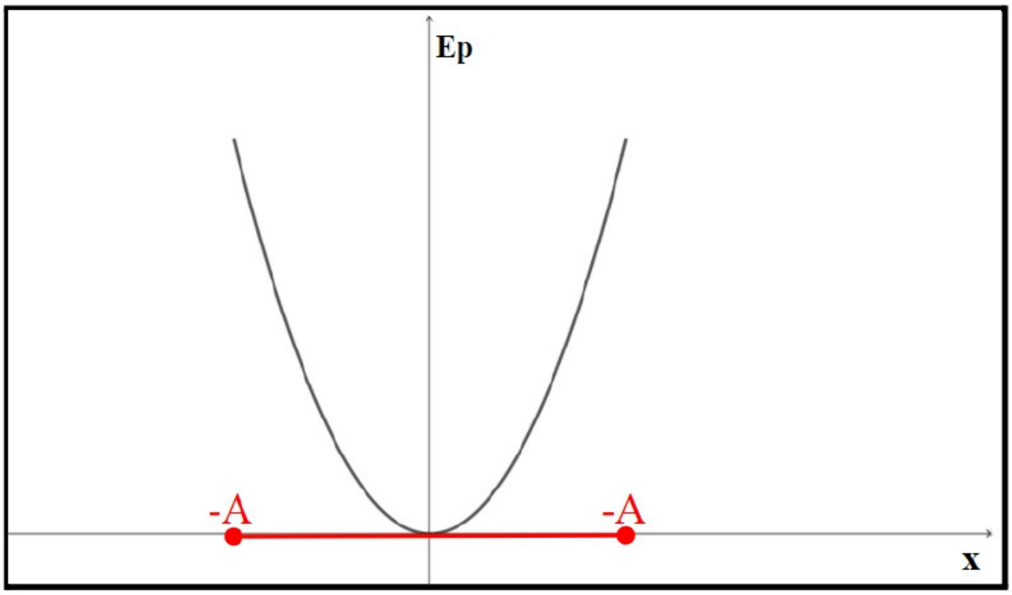
$$\Delta v^2 = 2v\Delta v + (\Delta v)^2$$

Como (Δv)é um termo muito pequeno, $(\Delta v)^2$ poderá ser desprezado, assim:

$$\Delta v^2 \cong 2v\Delta v$$

onde E_t é a energia total, E_c a energia cinética e E_p a energia potencial do sistema em questão.

Figura D-3 - Função energia potencial do OHS



Fonte: Próprio autor

A Figura D-3 apresenta o gráfico da energia potencial de um OHS. Para traçar o gráfico da energia, foi utilizado o exemplo de um corpo preso em uma mola, que tem seu ponto de equilíbrio em $x = 0$ e é esticada até o ponto $+ A$. Ao soltar o corpo, a mola oscila entre os pontos $- A$ e $+ A$. Esse sistema pode ser descrito pela equação

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 , \tag{19}$$

onde a energia potencial é máxima em -A e +A, e a energia cinética tem seu maior valor em $x = 0$.

Até o momento foram demonstrados exemplos de casos em que um corpo oscila de forma harmônica simples, onde é possível observar a harmonia das medidas, ou seja, a simetria. É verdadeiro por tanto que ao substituir x por $- x$ (dois pontos equivalentes, simétricos) na equação de energia potencial, nada iria mudar. Agora pensamos: o que ocorreria então se a simetria desse sistema fosse quebrada?

$$\frac{1}{2}\Delta v^2 \cong v\Delta v \tag{13}$$

O mesmo pode ser feito com a variação do deslocamento (Δx)

$$\Delta x = (x + \Delta x) - x$$

$$\Delta x^2 = (x + \Delta x)^2 - x^2$$

$$\Delta x^2 = (x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2) - x$$

$$\Delta x^2 = 2x\Delta x + (\Delta x)^2$$

$$\Delta x^2 \cong 2x\Delta x$$

$$\frac{1}{2}\Delta x^2 \cong x\Delta x \tag{14}$$

Substituindo as Eqs (13) e (14), na Eq (12), vamos obter,

$$m\frac{1}{2}\Delta v^2 = - K\frac{1}{2}\Delta x^2$$

$$m\frac{1}{2}(v^2 - v_0^{\ 2}) = - K\frac{1}{2}(x^2 - x_0^{\ 2})$$

$$(m\frac{1}{2}v^2 - m\frac{1}{2}v_0^{\ 2}) = - (m\frac{1}{2}x^2 - m\frac{1}{2}x_0^{\ 2})$$

$$\Delta(\frac{1}{2}mv^2) = - \Delta(\frac{1}{2}kx^2)$$

$$\Delta(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2) = 0. \tag{15}$$

Vemos que a lei de conservação da energia é respeitada e que a energia total do sistema é

$$(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2),$$

onde a energia cinética é descrita por

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2, \tag{16}$$

e a energia potencial

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2. \tag{17}$$

A energia total do sistema será o somatório da energia potencial e da energia cinética. Lembrando que a primeira aumenta, conforme a segunda diminui, e vice-versa, ou seja, a energia total do sistema é conservada.

$$E_t = E_c + E_p, \tag{18}$$

Energia Potencial do OA

Começamos agora a saga para tentar responder a questão que fechou o capítulo anterior. Para isso, tomamos como objeto de estudo uma mola deformada, constituída de um material com propriedade elástica não linear, que não satisfaz a lei de Hook. Aqui a mola irá seguir a lei de Hook deformada

$$F = \; - Kx - \lambda x^3 \,, \tag{20}$$

onde a deformação é representada por "$- \lambda x^3$". Note que nesse caso, a deformação não será linear. Considerando $F = 0$, para estudar as posições de equilíbrio instantâneo, temos

$$(0 =- Kx - \lambda x^3)(- 1),$$

$$Kx + \lambda x^3 = 0,$$

$$(K + \lambda x^2)x = 0,$$

assim $x = 0$ ou

$$K + \lambda x^2 = 0$$

$$\lambda x^2 = \; - K$$

$$x = \sqrt{\frac{-K}{\lambda}} \,, \tag{21}$$

$\frac{-K}{\lambda} \in \mathbb{R}$, logo $K < 0$ e $\lambda > 0$.

Como foi feito anteriormente partiremos da Eq 20, porém agora o objetivo é encontrarmos a equação da energia do sistema.

$$ma = \; - Kx - \lambda x^3$$

$$m\frac{\Delta v}{\Delta t} =- Kx - \lambda x^3$$

$$m\Delta v = \; - Kx\Delta t - \lambda x^3 \Delta t$$

$$mv\Delta v = \; - Kxv\Delta t - \lambda x^3 v\Delta t$$

$$mv\Delta v = \; - Kx\frac{\Delta x}{\Delta t}\Delta t - \lambda x^3 \frac{\Delta x}{\Delta t}\Delta t$$

$$mv\Delta v = \; - Kx\Delta x - \lambda x^3 \Delta x. \tag{22}$$

Já conhecemos os termos $v\Delta v$ e $x\Delta x$, como demonstrado nas Eqs (13) e (14), mas ainda é preciso desenvolvermos o termo x^3, como segue,

$$\Delta x^4 = (x + \Delta x)^4 - x^4 , \tag{23}$$

$$\Delta x^4 = x^4 + 4x^3\Delta x + 6x^2(\Delta x)^2 + 4x(\Delta x)^3 + (\Delta x)^4 - x^4.$$

Por serem muito pequenos, aqui podemos por conveniência descartamos os termos x^4, $(\Delta x)^3$, $(\Delta x)^2$e x^2, restando

$$\Delta x^4 \cong 4x^3\Delta x ,$$

$$\frac{1}{4}\Delta x^4 \cong x^3\Delta x . \tag{24}$$

Substituindo na Eq (22) os termos encontrados em (13), (14) e (24), obtemos,

$$\frac{1}{2}m\Delta v^2 = - K\frac{1}{2}\Delta x^2 - \lambda\frac{1}{4}\Delta x^4 . \tag{25}$$

Temos então a energia cinética do sistema

$$\Delta E_c = - K\frac{1}{2}\Delta x^2 - \lambda\frac{1}{4}\Delta x^4 \tag{26}$$

$$\Delta E_c + \Delta(\frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{4}\lambda x^4) = 0 .$$

A variação da energia é zero, respeitando a conservação da energia.

A energia total (E_t) será, portanto,

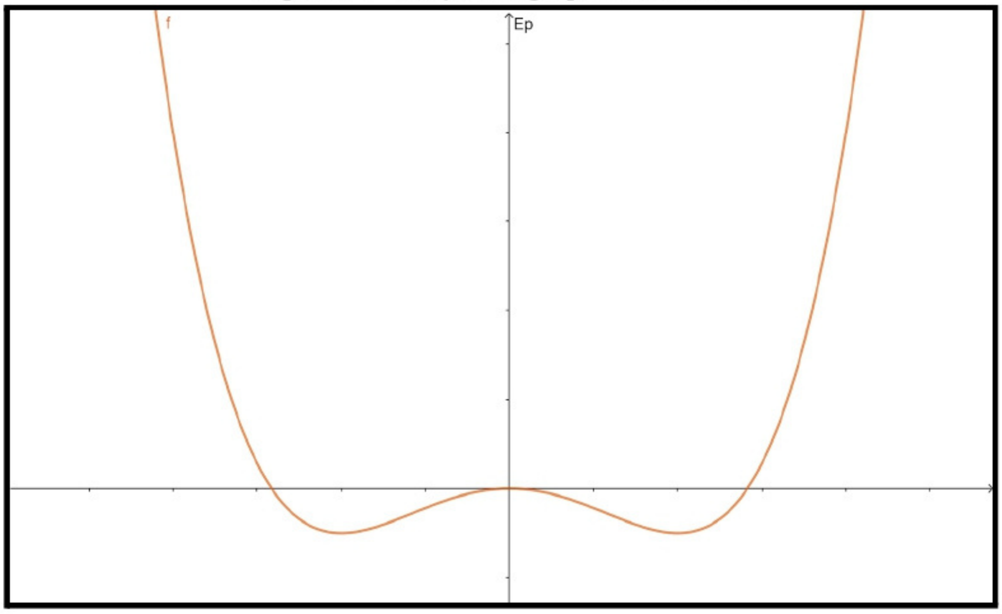
$$E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{4}\lambda x^4, \tag{27}$$

onde a energia potencial (E_p)

$$E_p = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{4}\lambda x^4 \qquad [K < 0 \; e \; \lambda > 0] \tag{28}$$

Com essa equação de energia potencial, encontramos um gráfico (Figura D-4) que revela simetria, porém, com uma análise mais rigorosa, podemos extrair dele, informações valiosas para respondermos a questão que está aberta.

Figura D-4 - Função energia potencial do OA

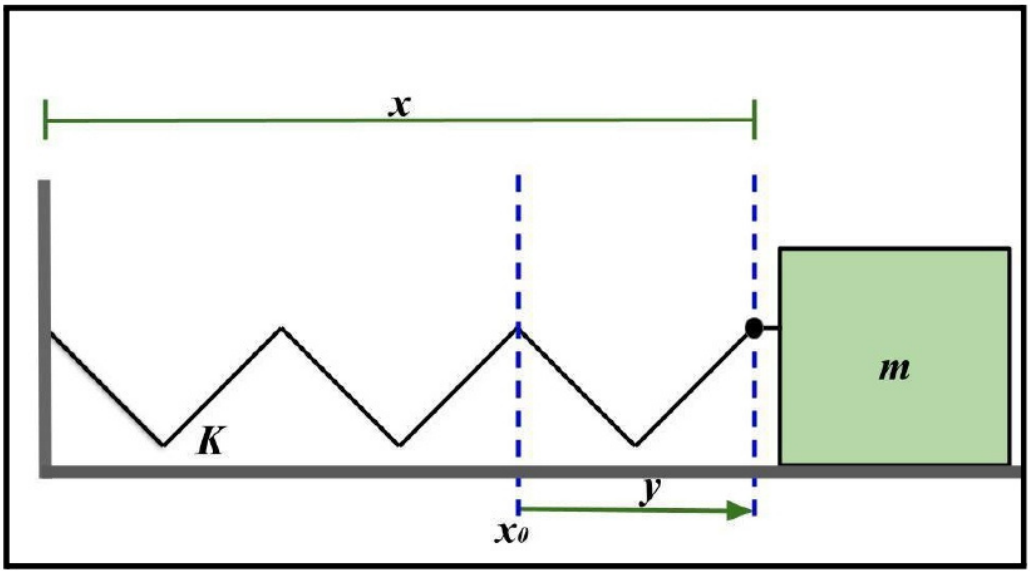


Fonte: Próprio autor

Um corpo oscila de forma estável, quando essa oscilação ocorre em torno do ponto de equilíbrio, sendo esse, o ponto de mínima energia do sistema, onde a força é zero. Assim, podemos concluir que, a origem do gráfico, não é o ponto de equilíbrio, já que temos ali, energia máxima local. Continuando o raciocínio, teremos nos pontos mínimos do gráfico, o ponto de equilíbrio, dessa maneira, o próprio sistema, ou quem o controla, terá que escolher um dos dois pontos mínimos, para oscilar em torno do mesmo, "esquecendo" o lado não adotado. Dessa forma a simetria é quebrada.

Para exemplificar, tomemos o ponto $x_0 = \sqrt{\frac{-K}{g}}$, como posição de equilíbrio, onde o sistema oscilará em torno. Sendo "x" a distância da massa até a origem, encontramos um y como coordenada que mede a diferença entre a posição da massa em um determinado instante e a posição da massa em estado de equilíbrio. Em outras palavras, as oscilações em torno de x_0 serão descritas por y.

Figura D-5 - Sistema bloco-mola com novo ponto de equilíbrio



Fonte: Próprio autor

Aqui partimos para encontrar a nova equação que descreve esse sistema apresentado na Figura D-5. Para isso, será necessário a inclusão da coordenada oscilatória, que nesse ponto, já não é x, mas sim x_0. Isolando "x",

$$y = x - x_0$$

$$x = x_0 + y, \tag{29}$$

e aplicando (29) na equação da energia total desse sistema, teremos:

$$E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}K(x_0 + y)^2 + \frac{1}{4}\lambda(x_0 + y)^4$$

$$E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}K(x_0^{\ 2} + 2x_0y + y^2) + \frac{1}{4}\lambda(x_0^4 + x_0^3y + 6x_0^2y^2 + x_0y^3 + y^4)$$

$$E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx_0^{\ 2} + Kx_0y + \frac{1}{2}Ky^2 + \frac{1}{4}\lambda x_0^4 \tag{30}$$

A energia será definida em relação a um nível de referência e, para descrevê-la, será importante tudo que a mede em função da posição. Sendo assim, o próximo passo será separar as constantes.

$$E_t = \frac{1}{2}Kx_0^{\ 2} - \frac{1}{4}\lambda x_0^4 = \frac{1}{2}mv^2 + Kx_0y + \frac{1}{2}Ky^2 + \lambda x_0^3y + \frac{3}{2}\lambda x_0^2y^2 +$$
$$\frac{1}{4}\lambda x_0y^3 + \frac{1}{4}\lambda y^4)$$

$$E_t = \frac{1}{2}Kx_0^{\ 2} - \frac{1}{4}\lambda x_0^4 = \frac{1}{2}mv^2 + x_0y(K + \lambda x_0^2) + (\frac{1}{2}K + \frac{3}{2}\lambda x_0^2)y^2 +$$
$$\frac{1}{4}\lambda x_0y^3 + \frac{1}{4}\lambda y^4 \ , \tag{31}$$

podemos simplificar um pouco mais, já que:

$$x_0 = \sqrt{\frac{-K}{\lambda}},$$

$$K + \lambda x_0^2 = K - \lambda \frac{K}{\lambda} = 1,$$

e ainda

$$\frac{1}{2}K + \frac{3}{2}\lambda x_0^2 = \frac{1}{2}K + \frac{3}{2}\lambda \frac{-K}{\lambda} = -K,$$

A nova energia total do sistema (E_{t2}), será descrita por

$$E_{t2} = E_t - \frac{1}{2}Kx_0^{\ 2} - \frac{1}{4}\lambda x_0^4 \tag{32}$$

substituindo na $Eq.\ (31)$ temos a nova equação da energia total do sistema.

$$E_{t2} = \frac{1}{2}mv^2 + x_0 y - Ky^2 + \frac{1}{4}g\lambda y^3 + \frac{1}{4}\lambda y^4 \tag{33}$$

Note que, quando a oscilação ocorre em torno de $\frac{-k}{\lambda}$, podemos definir uma nova constante elástica: $-2k = 2\lambda x_o^2 > 0$, com isso, o significado físico da frequência é recuperado, pois,

$$\omega = \sqrt{\frac{-2k}{m}} = \sqrt{\frac{2\lambda x_o^2}{m}},$$

é real. Interpretamos este resultado como a recuperação da Lei de Hooke para o oscilador anarmônico, que só ocorre porque, com a quebra de simetria, o sistema físico oscila em torno de uma das duas posições de equilíbrio estável deslocadas da origem. Este resultado será retomado na subseção que segue, quando discutiremos como o caso anarmônico pode constituir um tratamento ilustrativo para o campo de Higgs, o qual realiza a quebra espontânea da simetria subjacente à Teoria Eletrofraca.

Agora, vamos trabalhar a analogia entre o oscilador anarmônico e o campo de Higgs. Isso é viabilizado porque o potencial clássico do campo de Higgs da Teoria Eletrofraca é regido por uma função energia potencial da mesma forma que a energia potencial do oscilador anarmônico, isto é, uma função com termos quadrático e quártico. A coordenada x, do oscilador passa a ser o campo de Higgs, φ. Neste sentido, podemos escrever:

$$F_H = -k\phi - \lambda\phi^3, \tag{34}$$

onde as posições de equilíbrio são $\phi = 0 \; ou \; \phi = \pm\sqrt{\frac{-k}{\lambda}}$.

Da mesma forma, podemos associar a energia potencial do OA, com a do campo de Higgs, fazendo a substituição das coordenadas,

$$E_H = \frac{1}{2}k\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4 \tag{35}$$

Como realizado na subseção anterior, a quebra de simetria ocorre quando os pontos de equilíbrio estável estão deslocados em relação à origem, estando, agora, à direita ou à esquerda. A mudança de ponto de equilíbrio corresponde ao que denominamos uma transição de fase do sistema. O sistema é essencialmente o mesmo: a massa e a mola, mas com os parâmetros em outra região de valores, de forma que o sistema apresenta uma física diferente daquela correspondente à fase (ou situação) em que a oscilação se dá em torno da origem, quando não ocorre quebra de simetria. Desta forma, precisamos reinterpretá-lo para o caso em que o campo não flutua em torno da configuração de campo trivial (campo nulo), de forma que o problema requer a introdução de uma nova coordenada física, como mostra a Eq 36.

$$\phi = \phi_0 + H \tag{36}$$

É importante destacar que, nesta situação, H representa o campo que corresponde às flutuações (oscilações) em torno da configuração de equilíbrio, ϕ_0; é ao campo H que nos referimos como campo de Higgs e a partícula a este associada é o bóson de Higgs. O ponto central na analogia oscilador anarmônico e o campo de Higgs consiste em substituir a coordenada oscilatória, y, em torno da posição de equilíbrio, x_0, pelo campo de Higgs, H, que flutua em torno da configuração de mínima energia, φ0. Seguindo com o paralelo entre o oscilador anarmônico e o campo de Higgs, destacamos que o termo em y^2 na expressão da energia dada pela Eq (31), cujo coeficiente é

$$\frac{1}{2}K + \frac{3}{2}\lambda {x_0}^2 = \lambda x_0^2 + \frac{1}{2}2\lambda x_0^2, \tag{37}$$

corresponde à massa do bóson de Higgs segundo a relação abaixo:

$$m_H^2 = 2\lambda\phi_0^2 = -\ 2K. \tag{38}$$

Lembramos aqui a relação $K =- \lambda x_0^2$ e que, na versão do campo de Higgs, y se torna H e x_0 é substituído ϕ_0. O fator 2 na expressão acima aparece porque a forma canônica do termo de massa de um campo escalar real, como é o campo H, tem a forma $\frac{1}{2}m^2H^2$.

Aqui, cabe um comentário oportuno, já que se trata de um ponto nevrálgico, e ainda em aberto, da Teoria Eletrofraca; na verdade, do Modelo-Padrão. O parâmetro de restauração, k, é, na verdade, a menos do fator (–2), a própria massa do bóson de Higgs, como fica explícito na equação acima para m_H^2. A justa crítica que se faz é que a massa do bóson de Higgs não é um subproduto do mecanismo de Higgs, ou seja, não é gerada pela dinâmica do sistema; ao contrário, é introduzida de forma ad-hoc ao se formular o modelo, é um "input". Em outras palavras, esta massa já está presente ao se construir o modelo, quando se propõe a expressão da energia potencial.

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física

Polo 15 - IFRJ/UFF

Volta Redonda
Fevereiro de 2022