IX Olimpíada Ibero-Americana de Física

Salvador, Setembro de 2004

Questão 1 - Sensores Hall (10 pontos)

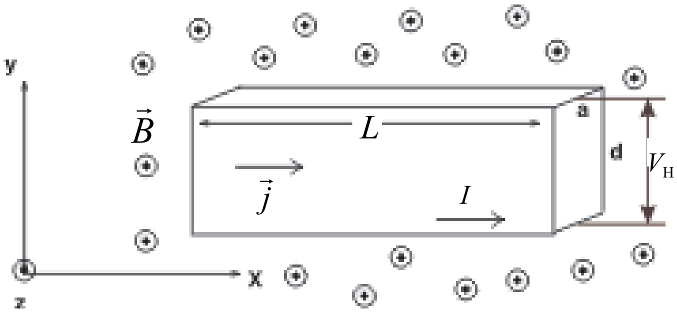

Figura 1: Chapinha de material semicondutor atravessada por uma corrente I colocada em um campo magnético $\vec{B}$.

Muitos carros hoje estão equipados com sensores de velocidade baseados no Efeito Hall. O sensor Hall, localizado na carroceria próximo da roda, consiste de uma chapinha de material semicondutor através da qual passa uma corrente I, montada em frente a um ímã/íman que produz um campo magnético aproximadamente uniforme de magnitude B. Como resultado, é gerado um sinal de tensão transversal de magnitude V_H (tensão Hall). Quando outro dispositivo (uma outra chapa metálica de elevada permeabilidade magnética), presa à roda, passa entre o ímã/íman e a chapinha semicondutora, anulando o campo, a tensão de saída do sensor, V_H, cai a zero. Isso produz como sinal de saída um pulso de forma aproximadamente quadrada (veja figura 2), que pode ser utilizada pelo computador de bordo para medir a velocidade angular da roda.

(a) Considere uma chapinha semicondutora de largura d, espessura a e comprimento L, por onde passa uma densidade de corrente $\vec{j}$ (Fig. 1), situada em um campo magnético uniforme $\vec{B} = B\hat{z}$. Suponha que a corrente seja devida a portadores de carga q e que n seja a densidade de portadores na chapinha, de forma que a magnitude da densidade de corrente seja $j = I/ad = nqv$, onde v é a velocidade dos portadores. Obtenha a voltagem Hall que deve ser gerada entre o plano superior e inferior da chapinha para compensar o efeito do campo magnético sobre os portadores de carga.

(b) Considere que a chapinha semicondutora tem largura $d = 1,0$ cm, espessura $a = 250\mu m$ e comprimento $L = 1,0$ cm, e está submetida a uma corrente de 16 mA e a um campo magnético $B =$0,1 T, e que a densidade de portadores, com carga $q = 1,6 \times 10^{-19}$ C, no material é $10^{19}/\text{cm}^3$. Calcule o valor de V_H?

(c) Qual é a velocidade dos portadores de carga associados à corrente?

(d) Na Fig. 2 temos um gráfico da voltagem de Hall em função do tempo. Sendo $t_1 = 0,5$ s, $t_2 = 0,9$ s e $t_3 = 1,2$ s, o carro está acelerando ou brecando/travando? Qual é o valor absoluto da aceleração entre intervalos de tempo consecutivos? Sabe-se que o diâmetro típico de uma roda é de 60 cm.

(e) Que distância o carro andou de $t = 0$ a t_3?

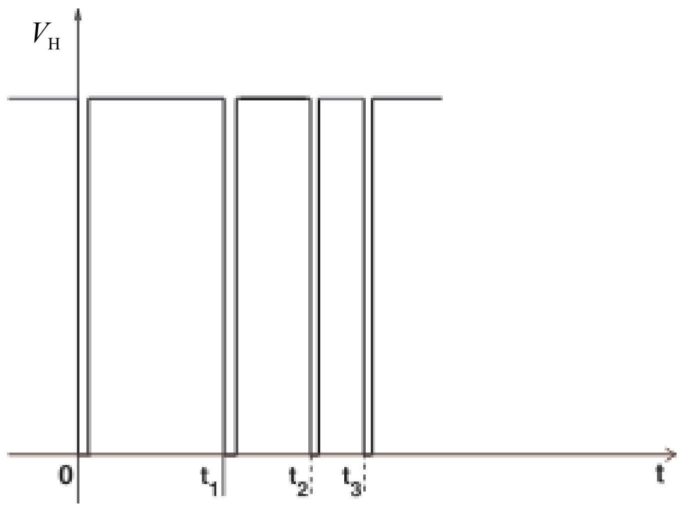

Figura 2: Gráfico da voltagem Hall em função do tempo.

Questão 2 - Ondas sonoras e dilatação térmica (10 pontos)

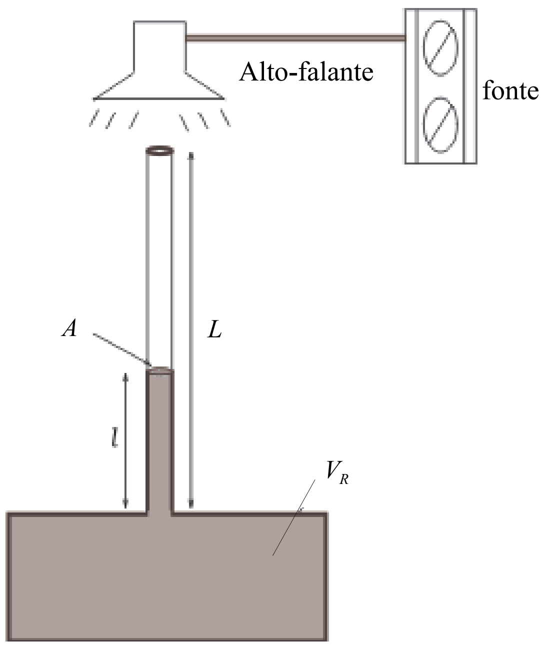

Figura 3: Montagem da experiência de ressonância.

O estudo dos modos normais de vibração numa coluna de ar pode ser realizado através de uma experiência de ressonância. Um alto-falante, de freqüência conhecida f (variável), emite ondas sonoras numa coluna de ar contida num tubo de vidro, com líquido no fundo (ver fig. 3). Consideremos que o líquido seja mercúrio (cuidado: mercúrio é tóxico. Se quiser fazer a experiência, use água!).

(a) Suponha que, à temperatura T_1, a altura da coluna de mercúrio (Hg) é ℓ_1. A velocidade do som, a essa temperatura, vale v_1. Se a altura total do tubo for L, obtenha a expressão da freqüência fundamental de ressonância f_1 em função de L, ℓ_1 e v_1.

(b) A mesma experiência é feita à temperatura $T_2 > T_1$. Sabendo que a seção reta do tubo tem área A e o coeficiente de dilatação volumétrica do mercúrio vale β, obtenha a expressão da nova altura da coluna de mercúrio, ℓ_2. Despreze a dilatação do vidro, assim como efeitos de capilaridade. Considere que o volume do reservatório de mercúrio, V_R, é muito maior do que o volume ocupado pela coluna de mercúrio.

Nota: o coeficiente de dilatação volumétrica é

$$\beta = \frac{1}{V_0}\frac{\Delta V}{\Delta T},$$

onde V_0 é o volume inicial, ΔV é a variação de volume e ΔT a variação de temperatura.

(c) Sabendo que a velocidade do som pode ser escrita na forma $v = C\sqrt{T}$, onde C é uma constante e a temperatura é dada em kelvin, obtenha a expressão para v_2, a nova velocidade do som, à temperatura T_2, em função de v_1.

(d) Obtenha a expressão da nova freqüência fundamental de ressonância f_2.

(e) Suponha que às temperaturas $T_1 = 17°\text{C}$, $T_2 = 27°\text{C}$ e $T_3 = 37°\text{C}$ as frequências fundamentais de ressonância são $f_1 = 200$ Hz, $f_2 = 210$ Hz, $f_3 = 225$ Hz, respectivamente. Sabendo que a razão entre V_R e a área A é 9 m e que à temperatura de 17 °C, $(L - \ell_1) = 42,8$ cm, calcule o coeficiente de dilatação volumétrica do mercúrio.

Questão 3 - Absorção da radiação (5 pontos)

Podemos ter alguma ideia sobre a absorção de radiação pela matéria considerando um sistema de oscilador harmônico forçado e amortecido. Considere uma partícula de massa m, num meio viscoso, sujeita a uma força dissipativa proporcional à sua velocidade ($f_{\text{dissip}} = -\alpha\, v$) e ligada a uma parede por uma mola de constante elástica $k = m\omega_0^2$.

(a) Uma força harmônica externa $f = f_0 \cos(\omega t)$ é aplicada à partícula, na mesma direção de seu movimento. A potência média transferida para a partícula, por período $\left(\dfrac{2\pi}{\omega}\right)$, vale

$$\overline{P} \;=\; \frac{\alpha f_0^2 \omega^2}{2[m^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \alpha^2\omega^2]}\;.$$

Descreva o comportamento de $\overline{P}$ com ω.

(b) Considere agora que a partícula não está mais ligada à parede. Nessa situação, qual é a potência média, $\overline{P}$?

Questão 4 - Expansão do Universo (5 pontos)

De acordo com o modelo do "big bang", o universo evoluiu de uma situação de alta densidade e temperatura para a situação atual por um processo de expansão. Numa das etapas da expansão a densidade do universo alcançou um valor crítico da ordem de 10^{-20}g/cm^3, razão pela qual os fótons/fotões viajam grandes distâncias sem interagir com a matéria. A este processo chama-se "desacoplamento da radiação da matéria". Este Esse desacoplamento alcançou-se quando a temperatura do universo era $T_D = 3000$ K. Se supusermos que os fótons produzidos no momento do desacoplamento estavam em equilíbrio térmico com a matéria, a intensidade da radiação por eles produzida deve obedecer à *fórmula de Planck*:

$$R(\lambda) \;=\; \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\,\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1}\;,$$

onde h é a constante de Planck, c é a velocidade da luz, k é a constante de Boltzmann, λ é o comprimento de onda e T a temperatura. De acordo com a expressão de Planck, o máximo de radiação corresponde a um comprimento de onda $\lambda_{\max}$ dado pela chamada *lei de Wien*:

$$\lambda_{\max} \;=\; \frac{2,9\times 10^{-3}}{T}\;,$$

onde a quantidade $2,9\times 10^{-3}$ é uma constante universal dada na unidade metro-kelvin. A temperatura T é expressa em kelvin.

(a) A densidade atual de matéria no universo é da ordem de 10^{-29}g/cm^3 e a radiação emitida produto do desacoplamento da radiação da matéria é observada atualmente na forma de radiação cósmica de fundo, que obedece à lei de Planck, a uma temperatura T_0. Supondo que todas as distâncias do universo se expandem isotropicamente, calcule a temperatura actual do universo, T_0.

(b) Os dados do satélite COBE, representados na fig. 4, indicam que a radiação cósmica de fundo segue a fórmula de Planck para uma certa temperatura $T_0^{(\text{exp})}$. Utilizando a Fig. 4, determine a temperatura $T_0^{(\text{exp})}$.

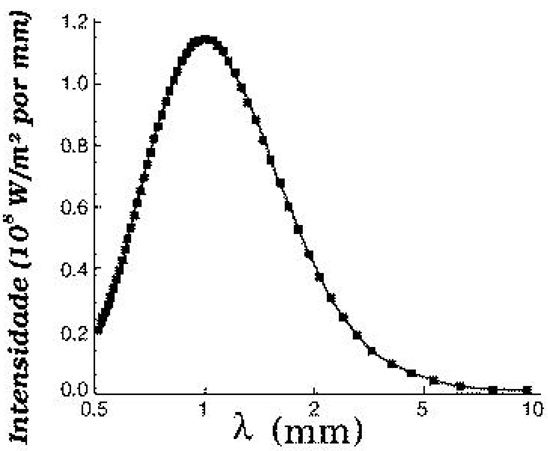

Figura 4: Espectro da radiação cósmica de fundo medida pelo satélite COBE.

(c) Determine a diferença percentual entre as temperaturas obtidas nos items anteriores.