

Problema 1: Elevador Espacial Electrodinámico

Toda nave utilizada en una misión espacial debe llevar consigo la energía requerida para lograr sus objetivos, la cual se encuentra, usualmente, en forma de propelentes químicos, celdas fotovoltaicas o reactores nucleares. Un servicio espacial de entrega de energía puede ser sumamente costoso. Por ejemplo, la Estación Espacial Internacional necesitará, a lo largo de su vida útil, de aproximadamente 77 toneladas de propelentes químicos, sólo para evitar una gradual caída de su órbita.

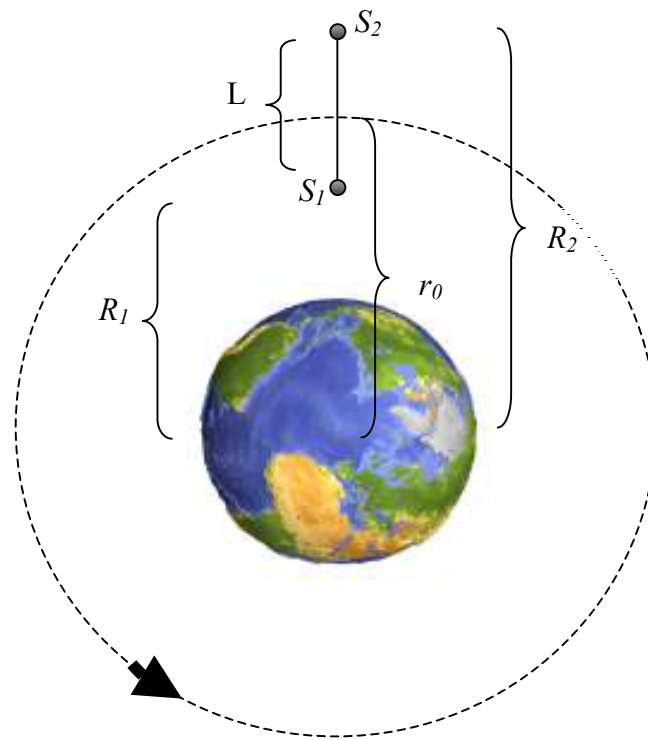


Figura 1: Sistema Elevador – Tierra (Dibujo no a escala)

Para solucionar este tipo de inconvenientes, se ha propuesto un dispositivo alternativo de propulsión, conocido en la literatura inglesa como Tether y que nosotros llamaremos Elevador Espacial. Los elevadores espaciales son sistemas en los cuales dos masas que orbitan alrededor de la Tierra, están unidas por un cable. (ver figura 1). Cuando el cable es un conductor eléctrico, hablaremos de una Elevador Espacial Electrodinámico (EEE). A diferencia de los sistemas convencionales, en el cual los motores químicos o eléctricos intercambian momento entre la nave espacial y el propelente, un EEE intercambia momento con el planeta por intermedio de su campo magnético.

Para fijar ideas, consideremos dos satélites S_1 y S_2 , ambos de masa $M = 500$ kg. Un cable conductor de largo $L = 50$ km, de masa despreciable, une a ambos satélites, los cuales orbitan en torno a la

Tierra. Ésta se considerará como una esfera de masa M_T y radio R_T . El centro de masa del sistema de satélites se encuentra a 1000 km por encima de la superficie terrestre. Esto hace que valgan las desigualdades

$$L \ll R_1 \text{ y } L \ll R_2 \quad (1)$$

A lo largo de todo este problema supondremos que el movimiento orbital de los dos satélites ocurre en un único plano que pasa por el ecuador terrestre y que ellos pueden tomarse como masas puntuales.

- 1) Suponga que el movimiento de los dos satélites S_1 y S_2 es tal que la prolongación de la línea que las une (y que coincide con la dirección del cable que las mantiene unidas) pasa siempre por el centro de la Tierra.

Bajo esta condición, determine analíticamente y calcule

- a) ***La velocidad angular del sistema alrededor de la Tierra, y***
- b) ***La tensión del cable que une a los dos satélites.***

Nota: para realizar aproximaciones puede usar la siguiente expresión, válida cuando $\delta \ll a$:

$$\frac{1}{(a + \delta)^2} \approx \frac{1}{a^2} \left(1 - \frac{2\delta}{a} \right)$$

- 2) Para un observador fijo a un objeto en una órbita estable, la fuerza de inercia (ficticia o aparente) se equilibra con la fuerza de gravedad. En un sistema como el EEE, todas las fuerzas están equilibradas respecto al centro de masa. Pero en el satélite más alejado de la Tierra, la fuerza aparente, es superior a la fuerza de gravedad. Como resultado, un objeto ubicado en él sentirá una fuerza neta de sentido opuesto a la de la gravedad terrestre (gravedad artificial o aparente).

- a) ***Encuentre la expresión analítica de esa fuerza para un objeto de masa m ubicado en el interior del satélite S_2 .***
- b) ***Compruebe que esa fuerza es aproximadamente proporcional a la longitud del cable, L .***

- 3) En órbitas bajas ($R \sim 1000$ km), cuando el cable conductor que mantiene a los dos satélites unidos atraviesa el campo magnético terrestre, se induce en él una fuerza electromotriz. Debido a la presencia de la ionosfera conductora, se establece una corriente eléctrica que circula por el cable conductor.

Además, esta corriente interactúa con el campo magnético terrestre y experimenta una fuerza.

- a) *Calcule la magnitud y sentido de la corriente eléctrica inducida en el cable conductor. Suponga que la resistencia eléctrica efectiva del sistema conductor-ionosfera es $R = 10 \text{ k}\Omega$ y que el cable está recubierto por un material aislante excepto en sus extremos. Aquí utilice la aproximación dipolar del campo magnético terrestre, al cual supondremos de magnitud $B_0 = 2 \times 10^{-5} \text{ T}$ sobre el ecuador y a una altura de 1000 km por encima de la superficie terrestre. Suponga que el EEE gira hacia el Este y que los dos satélites S_1 y S_2 están fabricados de un material no conductor (ver figura 2).*
- b) *Determine la magnitud, dirección y sentido de la fuerza resultante de la interacción entre la corriente calculada en el punto a) y el campo magnético terrestre.*
- c) *¿Qué efecto tiene esa fuerza sobre el EEE?*

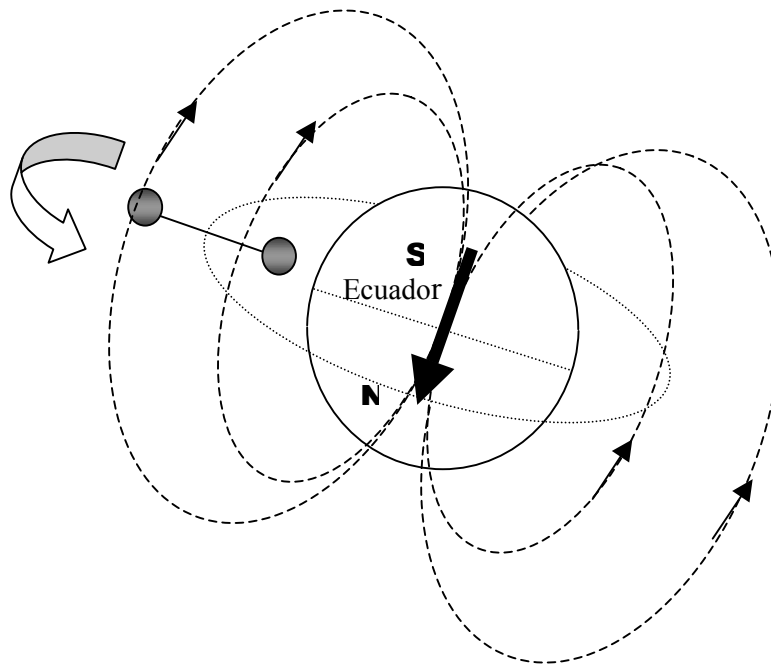


Figura 2: Diagrama del campo magnético terrestre: N y S indican el polo norte y el polo sur magnético, respectivamente.

- 4) Considere ahora que el cable forma un ángulo φ con la dirección radial a la Tierra, tal como se muestra en la figura 3.

a) *Determine el valor del ángulo φ para el cual el sistema se encuentra en una orientación estable. Justifique.*

b) *Determine la frecuencia de oscilación del sistema cuando se aparta ligeramente de su posición de equilibrio.*

Nota: Puede serle de utilidad el siguiente desarrollo, válido para x pequeño:

$$\frac{1}{\sqrt{1+ax+bx^2}} \approx 1 - \frac{ax}{2} + \frac{1}{2} \left[\frac{3}{4}a^2 - b \right] \frac{x^2}{2}$$

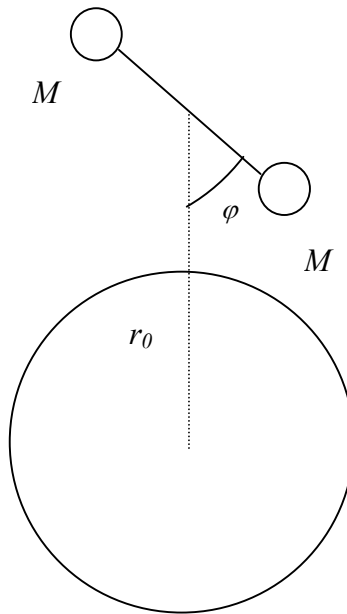


Figura 3: Sistema EEE-Tierra (Dibujo no a escala)

Datos Útiles:

$G = \text{Constante de Gravitación Universal} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

$M_T = \text{Masa Terrestre} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$

$R_T = \text{Radio Terrestre} = 6367 \text{ km}$

Problema2 : Misión a Venus

La forma más sencilla de realizar un viaje entre dos planetas del Sistema Solar es utilizando lo que se conoce como órbita de Transferencia de Hohmann, que es, desde el punto de vista energético, la más económica. En dicha transferencia el satélite recorre, en el ambiente interplanetario, un camino que es una semi-elipse, con el Sol en uno de los focos, entre el planeta interior en la posición más cercana al Sol (perihelio) y el planeta exterior en el punto más apartado de esa cónica (afelio) (Ver Figura 1). En nuestro caso, el de una supuesta misión satelital a Venus, se puede suponer que las órbitas de los planetas involucrados están en el mismo plano y pueden ser consideradas círculos perfectos. Además supondremos que es posible esperar la configuración ideal para la transferencia de Hohmann, donde la posición de Venus (a la llegada de la nave) es diametralmente opuesta a la posición en la que estaba la Tierra en el instante de la partida del satélite.

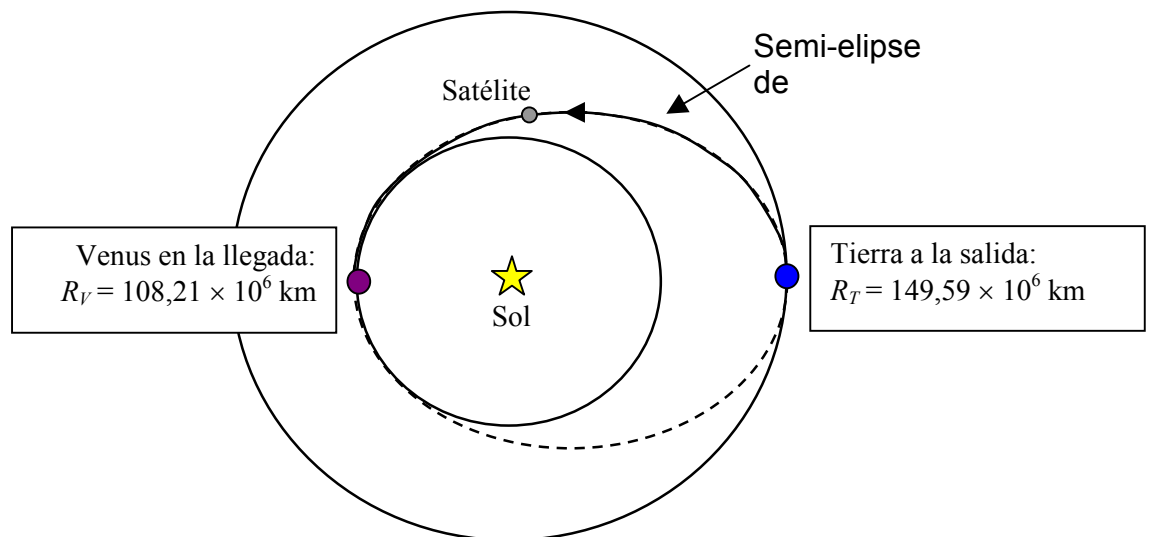


Figura 1

a) **Determine el tiempo de vuelo de una misión desde la Tierra al planeta Venus en una trayectoria de Hohmann, considerando que el movimiento del satélite cumple con las mismas leyes que cualquier astro del sistema solar y despreciando las perturbaciones gravitatorias de todos los planetas.**

Con el objeto de suministrar energía a la nave se instalan 2 paneles solares idénticos para aprovechar la potencia que irradia el Sol, que es de 4×10^{23} kW. Las celdas fotovoltaicas, que convierten la luz del Sol en electricidad, absorben solamente una fracción de ese total para suministrar energía a la nave espacial. En la actualidad se usan celdas de arseniuro de galio que alcanzan una eficiencia de alrededor del 35%

b) Determine el área mínima que debe tener cada panel solar para poder hacer su viaje a Venus. Suponga que tras abandonar la atmósfera terrestre, la nave necesita una potencia mínima de 2 kW para el correcto funcionamiento de su instrumental y que los paneles solares siempre se orientan perpendiculares a la luz solar.

Una de las propuestas mas interesantes que existen para el desarrollo de una nave interplanetaria es lo que se conoce como "velero solar" o "vela de fotones" (nave espacial del Conde Duku en la Guerra de las Galaxias episodio II). Es un tipo de propulsión espacial que se basa en el aprovechamiento de la presión de la radiación del Sol. Cuando los fotones chocan con un objeto, le transfieren momento lineal o cantidad de movimiento. El empuje que así se genera tiene la ventaja de que es permanente y gratuito, y puesto que en el espacio no existe rozamiento, cualquier velocidad adquirida mediante este procedimiento permanecerá así casi indefinidamente.

c) Encuentre una expresión para la presión de radiación en función de la energía radiante por unidad de tiempo y área, suponiendo que la superficie es perfectamente absorbente.

En la actualidad, los paneles solares de las naves espaciales o satélites son ocasionalmente usados como velas solares para ayudar a los satélites a hacer correcciones menores a su órbita sin usar combustible.

El diseño esquemático de la nave se muestra en la Figura 2. La masa de la nave es $M = 480$ kg, su radio es $r = 1$ m y la masa de cada panel es $m = 30$ kg

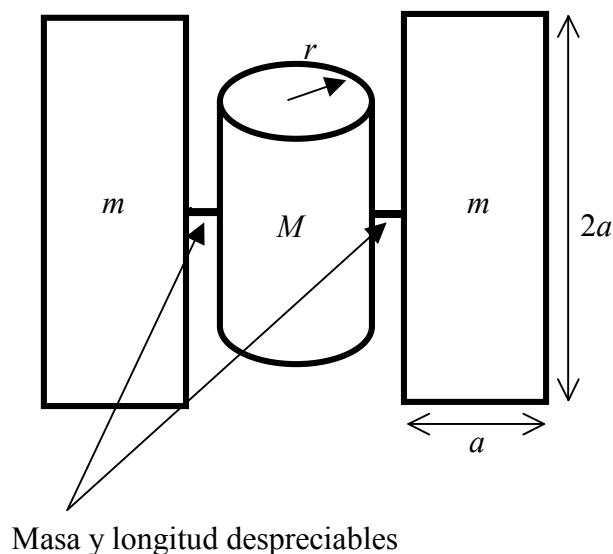


Figura 2

- d) **Calcule la aceleración angular inicial de la nave cuando se encuentra orbitando alrededor de Venus, si uno de los paneles absorbe totalmente y el otro refleja el 50 % de la radiación incidente. Suponga los paneles solares orientados perpendicularmente a la luz solar.**

Debido a un desperfecto, la nave se sale de su órbita e interesa conocer cuánto se aproximará al Sol antes de que se fundan sus paneles.

Se sabe que la energía emitida por unidad de tiempo y por unidad de área por un objeto a temperatura T está dada por la ley de Stefan-Boltzmann

$$S = \sigma T^4 e$$

donde σ es una constante universal y e es la emisividad. Un cuerpo en equilibrio con sus alrededores irradia y absorbe la misma cantidad de energía en la unidad de tiempo, manteniendo su temperatura constante. Para un absorbente ideal $e = 1$.

Considerando que las placas solares están sólo constituidas por arseniuro de galio, que su espesor es despreciable y que el Sol emite energía uniformemente en todas direcciones:

- e) **Encuentre la distancia al Sol a la que comienzan a fundirse las celdas solares, teniendo en cuenta que la temperatura de fusión del arseniuro de galio es de 1511 K. Suponga que los paneles están siempre orientados perpendicularmente a la luz solar.**

Datos útiles:

- $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$
- Momentos de inercia:
 - Cilindro respecto a su eje: $MR^2/2$
 - Placa respecto eje mayor: $ML^2/12$ (L ancho de la placa)

Problema 3: Criostato para bajas temperaturas

Un sistema simple para controlar la temperatura de una muestra entre 77 K y 300 K consiste en sumergir el recipiente que la contiene en un baño de nitrógeno líquido (NL) contenido en un termo de vidrio.

En nuestro caso, el recipiente que contiene la muestra es un cilindro de 5 cm de radio conectado con el exterior por medio de un tubo cilíndrico de 1 cm de radio. Las paredes laterales del cilindro y del tubo son adiabáticas (aislantes térmicos). La temperatura de la muestra en el interior del cilindro se mantiene a 100 K mediante un sistema que regula la corriente que pasa por una resistencia. Un esquema simplificado de dicho sistema es mostrado en la figura 1.

Las tapas del cilindro interior están compuestas de dos materiales, cobre y alúmina (óxido de aluminio), siendo de cobre la parte externa. El cobre tiene un espesor de 1 cm. y la alúmina 3 cm. A 77 K las conductividades térmicas del cobre y la alúmina son $k_{cu} = 600$ W/m K y $k_A = 26$ W/m K respectivamente.

Experimentalmente se encuentra que, en condiciones de régimen estacionario, el flujo de calor, es decir, la cantidad de calor por unidad de tiempo y por unidad de área, que pasa a través de una pared plana de espesor e y coeficiente de conducción térmica k , está dado por:

$$\frac{1}{A} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = k \frac{\Delta T}{e}$$

donde ΔT es la diferencia de temperatura existente entre las caras de la pared de espesor e y área A .

Obtenga la expresión y calcule:

- a) La temperatura en la interfase entre el cobre y la alúmina.**
- b) La cantidad de calor que por unidad de tiempo atraviesa las dos tapas del cilindro interior.**

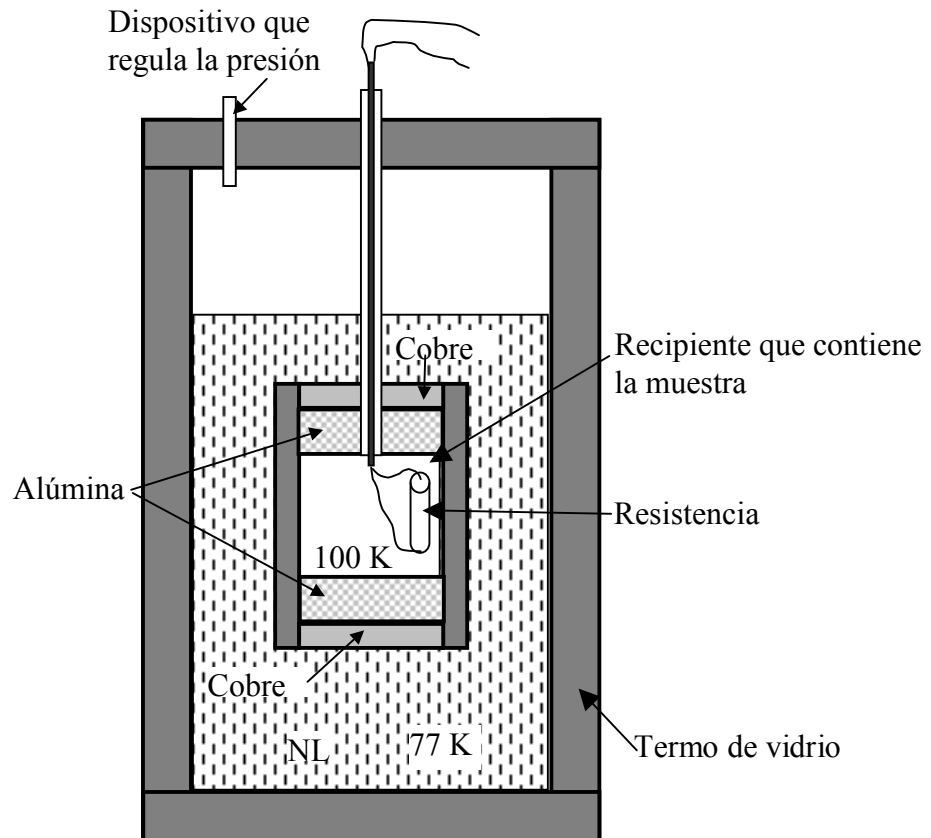


Figura 1

El radio interior del termo que contiene el nitrógeno líquido es de 15 cm. Las paredes y tapa del termo son adiabáticas. En la tapa del termo existe un dispositivo que permite mantener la presión en su interior igual a la atmosférica, p_a .

Obtenga la expresión y calcule:

- c) La masa de nitrógeno líquido que se vaporiza por unidad de tiempo.
- d) El cambio del nivel de nitrógeno líquido por unidad de tiempo.
- e) El número de moles de gas que salen por unidad de tiempo a través del dispositivo.

Otros datos útiles:

- Temperatura de ebullición del nitrógeno líquido a presión atmosférica es 77 K
- Calor de vaporización del NL: $\lambda_v = 198,38$ kJ/kg.
- Densidad del nitrógeno líquido: $\delta_L = 808,61$ kg/m³
- Densidad del nitrógeno gaseoso a 77 K: $\delta_G = 4,61$ kg/m³
- Masa molecular del nitrógeno gaseoso: $m_N = 28,01$ g/mol
- Constante de los gases: $R = 8,31$ J/mol K
- Presión atmosférica: $p_a = 1,01 \times 10^5$ Pa