XXIII Olimpiada Iberoamericana de Física

Mayagüez, PR, 2018

Prueba Teórica: Solución

(en castellano)

T1-1S

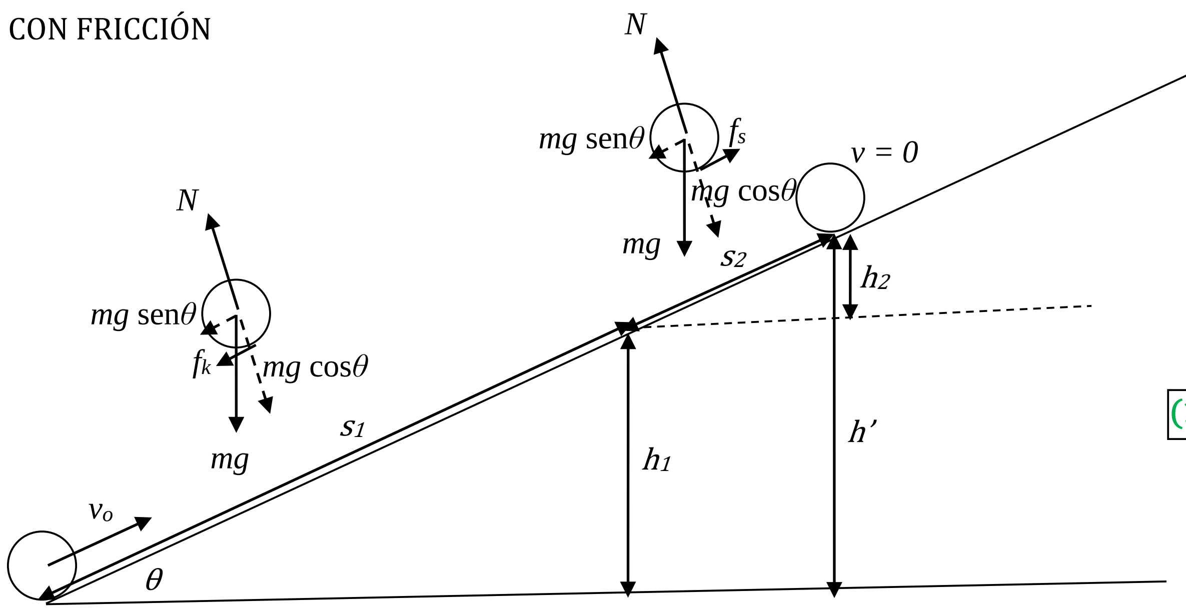
Problema

1-SOLUCIÓN: {(8.0)}

(a) En el ascenso sin fricción, por conservación de la energía mecánica: (0.5)

$\frac{1}{2} m v_o^2 = mgh$ por lo que $\boxed{h = v_o^2/(2g)}$ (1)

CON FRICCIÓN



(1.5)

(b)Cuando hay fricción, si $\tan\theta = \mu/2$, entonces la inclinación permite que se desarrolle fricción estática y pueda alcanzarse la rodadura pura (habría sólo deslizamiento si $\tan\theta \geq \mu$). El ascenso será primero de rodadura con deslizamiento y continuará a partir de un punto con rodadura pura. Llamemos s_1 al segmento en que hay deslizamiento (y h_1 la altura subida hasta ahí), y s_2 el segmento en rodadura pura (y h_2 su correspondiente altura) (Ver figura con fricción)

Mientras desliza hacia arriba se oponen al ascenso las fuerzas $mg\,\mathrm{sen}\theta$ y $\mu mg \cos\theta$, por lo que la aceleración de frenado será

$a = -g(\mathrm{sen}\theta + \mu \cos\theta)$,

considerando positiva la dirección de avance. El torque de la fricción alrededor del eje central producirá una rotación acelerada positivamente:

$R\,\mu mg \cos\theta = (2/5) m R^2 \alpha$ De donde: $\alpha = (5/2)(\mu g/R) \cos\theta$

La velocidad angular ω aumentará y la velocidad de traslación disminuirá hasta que se cumpla la condición de rodadura pura: $\omega = v/R$. Habrá transcurrido un tiempo t dado por:

$\omega = \omega_o + \alpha t$ con $\omega_o = 0$.

Por tanto: $v/R = (5/2)(\mu g/R)\, t \cos\theta$

De aquí: $t = (2/5)\, v / (\mu g \cos\theta)$

La velocidad alcanzada hasta ese punto será:

$v = v_o + at = v_o - g(\mathrm{sen}\theta + \mu \cos\theta)\times(2/5)\, v/(\mu g \cos\theta)$

De aquí: $v = v_o / [1 + (2/5)(1 + (\tan\theta) / \mu)] = (5/8)v_o$

donde se tuvo en cuenta $\tan\theta = \mu/2$

La velocidad angular en ese instante es: $\omega = (5/8)v_o /R$

Hasta ahí la bola recorrió una distancia s_1 tal que:

$v^2 = v_o^2 + 2a\, s_1$

$[(5/8)v_o]^2 = v_o^2 - 2g(\mathrm{sen}\theta + \mu \cos\theta)\, s_1$

Despejamos: $s_1 = (39/128)(v_o^2/g) / (\mathrm{sen}\theta + \mu \cos\theta)$

La altura ascendida es: $h_1 = s_1 \,\mathrm{sen}\theta = (39/128)(v_o^2/g) / (1 + \mu/\tan\theta)$

Y como $\tan\theta = \mu/2$: $\boxed{h_1 = (39/384)(v_o^2/g)}$ (2) (3.0)

(c)Comienza el ascenso en rodadura pura, donde se conserva la energía mecánica:

$½\, mv^2 + ½\, I\omega^2 = mgh_2$

Sustituyendo valores:

$½\, m[(5/8)v_o]^2 + ½\,(2/5)\, mR^2(5/8 \cdot v_o/R)^2 = mgh_2$

De aquí: $\boxed{h_2 = (35/128)(v_o^2/g)}$ (3) (2.5)

(d)Entonces: $\boxed{h' = h_1 + h_2 = (3/8)\,(v_o^2/g)}$ (4)

De (1) y (4):

(e) $h'/h = (3/8) / (1/2) = ¾ = 0.75 =$ $\boxed{75\%}$ (0.5)