

XXIII Olimpiada

**Iberoamericana
de Física**

Mayagüez, PR, 2018

Prueba Teórica:
(en castellano)

T3S-1
Problema

SOLUCIÓN: _____ (8)

a) Si los de $36 \mu\text{F}$ no se cargan es como si no estuvieran en el circuito (Fig. 2). Además, esto significa que $V_{HD} = V_{BF} = 0$, por lo que $V_{AD} = V_{AH} = V_{AE} + V_{EH}$ y $V_{AB} = V_{AF} = V_{AE} + V_{EF}$. Atendiendo a la simetría de los capacitores respecto a la diagonal EACG podemos anticipar que $C_1 = C_2$ pues solamente así se lograrán distribuciones iguales de cargas en las ramas EHG y EFG que produzcan los mismos voltajes nulos entre las esquinas simétricas D-H y B-F. Podemos llamar C a ambos capacitores.

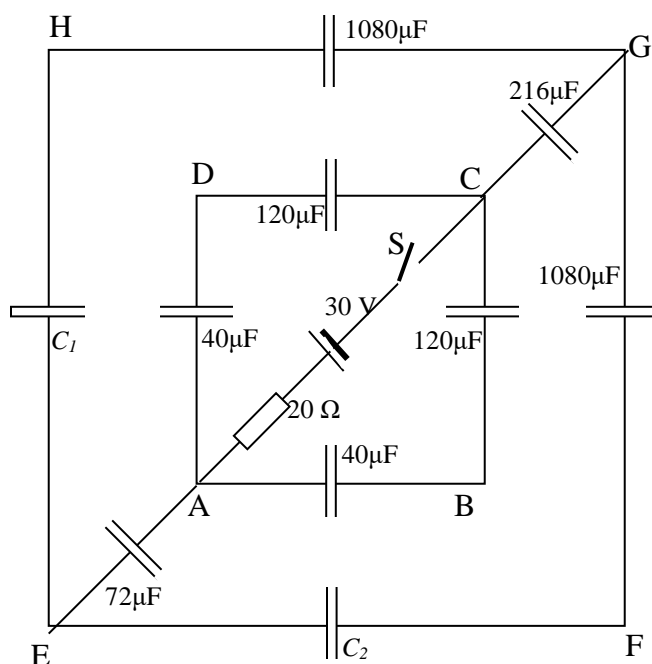


Fig. 2

(0.5)

Asumamos que de A a D la batería envía una carga q_1 (la misma que envía de A a B, debido a la simetría de las ramas ADC y ABC) de modo que el voltaje $V_{AD} = q_1/C_{AD}$. Esa misma carga llegaría al capacitor que está entre D y C, de modo que $V_{DC} = q_1/C_{DC}$. Así, el voltaje de la batería queda dividido en dos partes por el punto D, cuya suma es $V_{AD} + V_{DC} = 30 \text{ V}$ y cuya razón es $V_{AD} / V_{DC} = C_{DC} / C_{AD} = 120/40 = 3.0$. (La resistencia no produce voltajes cuando ya los capacitores se cargaron). Entonces $V_{AD} = 22.5 \text{ V} = V_{AH}$. Y $V_{DC} = 7.5 \text{ V} = V_{HC}$.

La batería envía otra carga q_2 por la rama AE que se divide a partes iguales, $1/2 q_2$, por las ramas EHG y EFG, para retornar por la rama GC como q_2 . Se cumplirá:

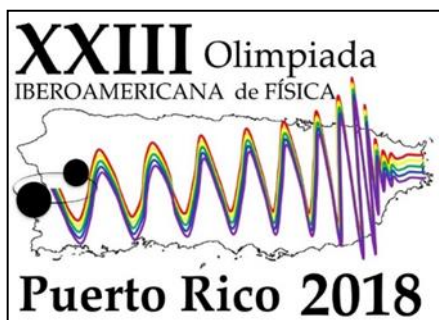
$$V_{AH} = V_{AE} + V_{EH} = q_2/C_{AE} + 1/2 q_2/C_{EH} = q_2/72 + 1/2 q_2/C$$

Pero debe cumplirse $V_{AD} = V_{AE} + V_{EH}$ por lo que: $22.5 = q_2/72 + 1/2 q_2/C$ (A)

Y: $V_{HC} = V_{HG} + V_{GC} = (1/2 q_2/C_{HG} + q_2/C_{GC}) = 1/2 q_2/1080 + q_2/216 = (11/2160)q_2 = 7.5 \text{ V}$

De aquí: $q_2 = 1472 \mu\text{C} = 1.47 \text{ mC}$

De (A): $C = 360 \mu\text{F}$ ----- (2.0)



XXIII Olimpiada

Iberoamericana de Física

Mayagüez, PR, 2018

Prueba Teórica:
(en castellano)

T3S-2
Problema

b) El circuito de la Fig. 2 puede reducirse a un circuito equivalente más simple:

Las ramas ADC y ABC quedan en paralelo. La capacitancia de cada rama es:

$$1/C_1 = 1/40 + 1/120 = 1/30, \quad C_1 = 30 \mu\text{F}$$

(0.5)

Y las dos en paralelo tienen una capacitancia $C_{p1} = 30 + 30 = 60 \mu\text{F}$

Las ramas EHG y EFG quedan en paralelo. La capacitancia de cada rama es:

$$1/C_2 = 1/360 + 1/1080 = 1/270, \quad C_2 = 270 \mu\text{F}$$

Y las dos en paralelo tienen una capacitancia $C_{p2} = 270 + 270 = 540 \mu\text{F}$

(0.5)

El sistema se reduce al circuito siguiente (Fig. 3):

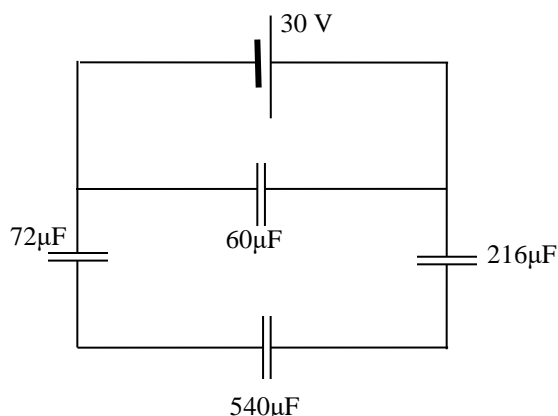


Fig. 3

(0.5)

Las tres capacitancias en serie equivalen a $49.1 \mu\text{F}$ y la capacitancia total del sistema es:

$$C_t = 60 + 49 = 109 \mu\text{F}.$$

(0.6)

La carga que sale de la batería es $Q = C_t \mathcal{E} = 109 \times 30 = 3.3 \text{ mC}$

(0.6)

La carga en las de $40 \mu\text{F}$ y $120 \mu\text{F}$ es $Q' = 30 \times 30 = 0.90 \text{ mC}$

(0.6)

La carga en las de $72 \mu\text{F}$ y $216 \mu\text{F}$ es $3.27 - 2 \times 0.90 = 1.5 \text{ mC}$

(0.6)

En todos los demás capacitores la carga es $\frac{1}{2} \times 1.47 = 0.74 \text{ mC}$

(0.6)

c) La energía total acumulada en los capacitores es:

$$U = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2 = \frac{1}{2} \times 109 \times 30^2 = 49 \text{ mJ}$$

(0.5)

d) El trabajo realizado por la batería al mover toda la carga es: $W = Q \mathcal{E} = 3.27 \times 30 = 98 \text{ mJ}$

(0.5)

Es el doble de la acumulada en el circuito. La mitad se pierde en las resistencias inevitables del circuito (alambres conductores, resistencia interna de la batería, contactos) representadas en el circuito por el resistor de 20Ω .