

Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas



OBFEP 2019

**Problemas
e
Soluções**

**F M Paiva
F W A Sobreira
J Alves L Jr**

Sociedade Brasileira de Física

Sociedade Brasileira de Física



Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas 2019

Problemas e soluções

Fernando Martins de Paiva

UECE, Iguatu/CE

Fernando Wellysson de Alencar Sobreira

IFCE, Itapipoca/CE

IIF-UFRN, Natal/RN

José Alves de Lima Júnior

UFC, Fortaleza/CE

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Paiva, Fernando Martins de
OBFEF 2019 [livro eletrônico] : problemas e
soluções / Fernando Martins de Paiva, Fernando
Wellysson de Alencar Sobreira, José Alves de Lima
Júnior. -- Fortaleza, CE : Ed. dos Autores, 2026.
-- (OBFEF problemas e soluções)
PDF

ISBN 978-65-02-16907-0

1. Escolas públicas 2. Física - Estudo e ensino
3. Olimpíadas - Física I. Sobreira, Fernando
Wellysson de Alencar. II. Lima Júnior, José Alves
de. III. Título. IV. Série.

26-368972.1

CDD-530.07

Índices para catálogo sistemático:

1. Física : Estudo e ensino 530.07

Eliane de Freitas Leite - Bibliotecária - CRB 8/8415

Prefácio

É fato conhecido que a Física é a Ciência, principalmente no século XX e neste século, que tem estado à frente do desenvolvimento tecnológico e apresenta forte influência em outras áreas do conhecimento como Biologia, Química, Engenharia, Ciência da Computação, Ciência de Materiais e Medicina, por exemplo. Assim, a sua divulgação é primordial desde o Ensino Fundamental até o final do Ensino Médio no intuito de despertar o interesse de jovens em estudá-la e para que se possa entender o mundo em que vivemos e os avanços advindos do desenvolvimento dessa Ciência.

Uma das formas de sua divulgação, adotada em nível mundial, são as Olimpíadas Científicas. No Brasil, entre as Olimpíadas na área de Ciências, a Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas (OBFEP) é um evento gratuito destinado exclusivamente às escolas públicas das redes municipal, estadual e federal, promovido pela Sociedade Brasileira de Física (SBF) com apoio do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI) via CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), e que tem alcançado em cada ano cerca de 500.000 (quinhentos mil) estudantes.

A OBFEP, que ocorre anualmente desde 2010, tem em sua or-

ganização a Comissão Nacional, formada por três professores, e Coordenações Estaduais em todas as Unidades da Federação. Entre seus objetivos encontra-se a valorização da Escola Pública e a melhoria do ensino e estudo das Ciências, propiciando ao estudante uma forma de avaliar sua aptidão e seu interesse pela Ciência, em geral, e pela Física, em particular. A OBFEP, de um ponto de vista mais geral, se insere no conjunto de ações que buscam **o sucesso, a inclusão e a permanência** do estudante na escola e o desenvolvimento de práticas educativas que envolvam o maior número possível de estudantes.

Destinada ao Ensino Médio, ao último ano do Ensino Técnico e ao último ano do Ensino Fundamental, a OBFEP tem duas fases: a primeira, que acontece nas escolas, é teórica e objetiva; a segunda, discursiva, com uma parte teórica e uma parte experimental, é realizada em Centros de Aplicação. Em cada fase as provas são divididas em três níveis: Nível A, para estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental e 2º Segmento do EJA; Nível B, para a 1ª e 2ª Séries do Ensino Médio e Ensino Médio do EJA; Nível C, para a 3ª Série do Ensino Médio e a 4ª Série do Ensino Técnico.

Neste contexto, a OBFEP tem, entre seus objetivos, a finalidade de motivar os estudantes e professores para o estudo e aprendizagem da Física, contribuindo na investigação do processo de ensino-aprendizagem e no diagnóstico dos currículos escolares para estas séries.

Visando estimular estudantes, e tornar o aprendizado mais cativante e interessante, a OBFEP tem procurado na 1ª Fase realizar

provas contextualizadas e, na 2ª Fase, apresentar kits didáticos que permitam realizar facilmente experiências no ambiente escolar. É dentro desta perspectiva, e procurando atingir um público maior, que este livro é publicado com os problemas da edição 2019 da OBFEP, cujo tema da prova da 1ª Fase foi “Conhecendo as maravilhas do Brasil”. A parte Experimental da 2ª Fase constou de um experimento sobre o uso do pêndulo simples para determinar a aceleração da gravidade, e outro de medidas para determinação da capacidade térmica usando um calorímetro.

Aqui estão apresentados os problemas teóricos, suas resoluções, a lista dos estudantes que conquistaram Medalhas de Ouro, Prata e Bronze, a lista de Escolas Premiadas e a lista de Professores Premiados na citada edição.

A publicação dos problemas e resoluções servirão, certamente, de elemento motivador para estudantes e, para professores, de consulta visando a utilização em sala de aula como instrumento de desafio e preparação dos alunos interessados em participar da OBFEP. Esperamos assim, que esta publicação seja um elemento de auxílio no processo de ensino-aprendizagem da Física.

O texto está dividido por fases e séries/níveis, e com muitas ilustrações. Uma sugestão aos estudantes é que consultem as soluções apresentadas somente após tentar resolver cada problema individualmente ou em grupo. Devemos lembrar que, em geral, um problema pode ser resolvido por mais de uma forma havendo, nesses casos, outros caminhos diferentes dos apresentados no texto. Sugestões e observações serão certamente bem-vindas.

A Comissão da OBFEP agradece aos professores responsáveis pela confecção e publicação deste livro. Registramos também nosso agradecimento às Comissões que elaboraram as provas e aos órgãos MCTI e CNPq pelo financiamento ao projeto OBFEP.

Comissão da OBFEP

José David M. Vianna (UnB) – Coordenador Nacional

Maria das Graças R. Martins (UFBA) – Secretaria Acadêmica

Carlito Lariucci (UFG) – Secretaria Acadêmica

Palavra dos autores

As olimpíadas científicas não são meras competições que servem para testar as habilidades dos alunos. Elas servem também para motivar e incentivar estudos mais aprofundados que não só podem incentivar a investigação científica, mas principalmente podem causar transformação social.

Assim, a Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas (OBFEP) desempenha um papel fundamental ao democratizar o acesso ao conhecimento, incentivando jovens talentos a descobrirem suas potencialidades em uma das áreas mais desafiadoras e fascinantes do saber.

Esta obra nasce com o propósito central de servir como um guia para professores e estudantes que trilham o caminho rumo à OBFEP. Mais do que simples respostas, buscamos apresentar resoluções estruturadas com o máximo de detalhamento, acompanhadas de comentários que contextualizam os conceitos aplicados. Acreditamos que entender o “porquê” de cada etapa é o que transforma a resolução de um problema em um verdadeiro processo de aprendizado.

O comprometimento de uma instituição de ensino com a OBFEP transcende a sala de aula. Ele fomenta a cultura da cola-

boração, expande a divulgação científica dentro do ambiente escolar e fortalece o trabalho coletivo em prol do ensino de Física e de Ciências de uma forma geral.

Gostaríamos de expressar nossa profunda gratidão aos coordenadores e responsáveis pelos Centros de Aplicação da 2ª fase. Sem o empenho, a logística e a dedicação de vocês, a missão de expandir o alcance da OBFEP por todo o território nacional seria inalcançável.

Agradecemos, por fim, aos alunos, professores e diretores que acreditam no poder transformador deste projeto. Que este livro seja uma ferramenta útil e inspiradora em sua jornada de descobertas.

Fernando Martins de Paiva (UECE)

Fernando Wellysson de Alencar Sobreira (IFCE) e (IIF-UFRN)

José Alves de Lima Júnior (UFC)

Sumário

Lista de Figuras	ix
1 ^a Fase - Nível A	1
1 ^a Fase - Nível B	25
1 ^a Fase - Nível C	64
2 ^a Fase - Nível A	95
2 ^a Fase - Nível B	114
2 ^a Fase - Nível C	144
Lista de Medalhistas	166
Lista de Escolas Premiadas	221
Lista de Professores Premiados	229

Lista de Figuras

1	Termômetros nas escalas Celsius e Fahrenheit. . . .	3
2	Encontro dos elevadores que sobem (A) e descem (B). .	5
3	Túnel que conecta a Terra à Lua.	7
4	Perfil da montanha tratada neste problema.	8
5	Ilustração do deslocamento de uma onça pintada presa em uma jaula.	12
6	Área de uma região irregular.	13
7	Lancha em movimento no mar.	14
8	Ilustração da sombra e da penumbra formadas quando uma fonte luminosa atinge um anteparo opaco. . . .	17
9	Ilustração da base de Alcântara na superfície da Terra.	19
10	Ponte estaiada de Manaus.	21
11	Cachoeira El Dourado.	23
12	Termômetros nas escalas Celsius e Fahrenheit. . . .	27
13	Encontro dos elevadores que sobem (A) e descem (B).	29
14	Diagrama de uma usina hidroelétrica.	31
15	Estufa utilizada para manter a temperatura interna maior que a externa.	36

16	Máquina de Atwood: dois corpos presos por uma corda em uma polia.	37
17	Diagrama de corpo livre para os corpos da máquina de Atwood.	38
18	Diagrama de um condutor de água na usina de Itaipu.	39
19	Exemplo de um barômetro de Torricelli.	41
20	Colisão entre um meteoro e o satélite Aegaeon.	42
21	Ilustração das situações antes (acima) e depois (abaixo) da colisão do meteoro com Aegaeon.	43
22	Força resultante sobre uma onça pintada durante um ataque.	45
23	Área debaixo do gráfico de $F \times t$ que fornece o impulso de uma força.	46
24	Observação de um pau submerso em um lago calmo.	47
25	Trajetória do raio luminoso que parte da barra e atinge o observador.	48
26	Movimento da lancha ao longo do Rio São Francisco.	50
27	Ilustração da formação da imagem de uma vela por uma lente esférica.	52
28	Ilustração da base de Alcântara na superfície da Terra.	55
29	Trem subindo uma ladeira.	56
30	Diagrama de forças para um trem subindo uma ladeira.	57
31	Ponte estaiada de Manaus.	59
32	Diagrama de forças sobre a ponte estaiada de Manaus.	59
33	Cachoeira El Dourado.	60

34	Lançamento horizontal descrito pela água que cai numa cachoeira.	61
35	Ilustração de um avião.	63
36	Máquina de Atwood com motor provocando uma diferença de tração dos dois lados do fio.	68
37	Diagrama de corpo livre para os corpos C e E	69
38	Modelo de uma linha de transmissão Itaipú - Chapecó.	71
39	Diagrama do circuito elétrico explorado no problema.	71
40	Modelo de um barômetro de Torricelli.	73
41	Indicações dos pontos de pressão num barômetro de Torricelli.	74
42	Colisão entre um meteoro e o satélite Aegaeon. . . .	74
43	Ilustração das situações antes (acima) e depois (abaixo) da colisão do meteoro com Aegaeon.	76
44	Ilustração do deslocamento de uma onça pintada presa em uma jaula.	77
45	Ilustração da formação de uma imagem num lago calmo.	78
46	Ilustração do sistema óptico utilizado no problema.	80
47	Lancha em movimento no mar.	81
48	Ilustração da formação da imagem de uma vela por uma lente esférica.	83
49	Satélite em órbita ao redor da Terra.	87
50	Trem subindo uma ladeira.	88
51	Diagrama de forças para um trem subindo uma ladeira.	89

52	Diagrama da ponte de Tacoma e seus mastros A e B .	91
53	Ilustração do 2 harmônico formado na ponte.	92
54	Ângulo de chegada num lançamento horizontal. . .	93
55	Relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit. . . .	98
56	Relação entre as escalas Celsius e Rankine.	98
57	Ilustração de uma cremalheira.	100
58	Diagrama esquemático do movimento da cremalheira.	101
59	Movimento de subida de um bloco num plano incli- nado.	103
60	Energias de um bloco na subida de um plano incli- nado.	103
61	Lata de leite dentro de um balde - um experimento de hidrostática.	106
62	Equilíbrio de uma caixa preenchida com areia den- tro da água.	107
63	Interação entre a Terra e um bloco sobre uma mesa.	109
64	Diagrama de forças sobre a Terra, a mesa e o bloco.	110
65	Formação da imagem de uma vela por uma lente delgada.	116
66	Formação da 1ª imagem - objeto + lente.	117
67	Formação da 2ª imagem - 1ª imagem + espelho. . .	118
68	Formação da 3ª imagem - 2ª imagem + lente	119
69	Velocidade como função do tempo para os móveis A e B	121
70	Determinação gráfica da inclinação de uma reta. . .	122
71	Relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit. . . .	124

72	Movimento de descida de um skatista em uma rampa inclinada.	129
73	Diagrama de forças atuando sobre o skatista durante o movimento de descida.	130
74	Ilustrações de satélites orbitando a Terra.	133
75	Trajetória de um raio luminoso que atravessa um prisma transparente.	136
76	Trajetória de um raio luminoso que atravessa um prisma transparente incluindo os ângulos de incidência e refração nas faces.	137
77	Trajetória de um raio luminoso que reflete na 2 ^a face do prisma.	139
78	Diagrama esquemático da situação-problema. . . .	141
79	Diagrama esquemático de um olho humano. Fonte: Imagem: http://fisikanarede.blogspot.com/2012/11/optica-da-visao.html	146
80	Diagrama esquemático da formação de uma imagem no olho hipermetrope. As distâncias estão fora de escala e o tamanho do olho foi exagerado para facilitar a visualização do efeito.	147
81	Formação de imagens com o uso de um óculos. . . .	148
82	Diagrama esquemático da situação-problema. . . .	150
83	Diagrama esquemático do movimento de um elétron num átomo segundo o modelo de Bohr.	155
84	Diagrama esquemático da situação problema. . . .	158
85	Interferência de duas ondas em um anteparo. . . .	159

86	Geometria utilizada para detereminar a diferença de caminho entre duas ondas no experimento da fenda dupla.	160
87	Movimento de uma partícula carregada dentro de um solenóide.	164

1^a fase

Nível A

Problema 1) Uma família de Porto Alegre (RS) poupou dinheiro durante anos para fazer uma grande viagem pelo Brasil, no intuito de conhecer as suas maravilhas. Adriana e Carlos, os filhos do casal Almeida, ficaram responsáveis pela escolha dos lugares. Eles escolheram, como primeira parada, a cidade mais fria do Brasil: Urupema, no estado vizinho. Nessa idade, já foi registrada uma temperatura de 15,8 na escala Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$). Sabendo que 32°F equivale a 0°C e 212°F equivale a 100°C , determine a menor temperatura registrada no Brasil na escala Celsius ($^{\circ}\text{C}$).

- a) -7°C b) -8°C c) -9°C d) -10°C

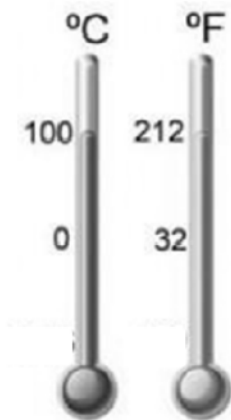


Figura 1: Termômetros nas escalas Celsius e Fahrenheit.

Solução:

Como as escalas são lineares os intervalos de temperaturas em uma e na outra são proporcionais:

$$\frac{t_F - 32}{212 - 32} = \frac{t_C - 0}{100 - 0}$$

$$t_c = \frac{5}{9}t_F - \frac{160}{9}$$

$$t_c = \frac{5}{9} \cdot 15,8 - \frac{160}{9} = \frac{79}{9} - \frac{160}{9} = -\frac{81}{9}$$

$$t_c = -9^\circ\text{C}$$

Resposta: item (c)

Problema 2) Você sabe qual o maior edifício do Brasil? É a torre 1 do *Yachthouse Residence Club*, localizada no balneário Camboriú, em Santa Catarina, com 276 m de altura e 81 andares. Carlos escolheu essa parada por adorar construções, o que levou a família Almeida pernoitar lá. Ele descobriu que os elevadores desse prédio sobem com 5 m/s e descem com 7 m/s. Se dois elevadores partissem simultaneamente, um deles partindo do ponto mais alto e o outro do ponto mais baixo desse prédio, quanto tempo levará para que os elevadores atinjam a mesma altura em relação ao solo? Despreze tanto as dimensões dos elevadores, quanto as distâncias percorridas para ganhar velocidade.

- a) 17 s b) 19 s c) 23 s d) 28 s

Solução:

Vamos desprezar as dimensões dos elevadores e orientar o nosso eixo y para cima com a origem no solo, conforme mostra a fig. 2.

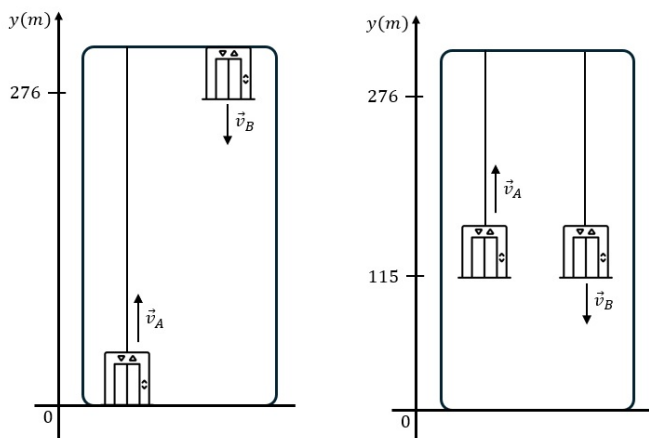


Figura 2: Encontro dos elevadores que sobem (A) e descem (B).

O elevador A é o que parte do ponto mais baixo e tem velocidade $v_A = 5 \text{ m/s}$ e o elevador B o que parte do ponto mais alto, sendo sua posição inicial $y_{0B} = 276 \text{ m}$ e velocidade $v_B = -7 \text{ m/s}$. A velocidade do elevador B é negativa pois este se desloca em sentido contrário ao eixo positivo y . Assim as equações horárias de movimento para os dois elevadores que tem movimentos uniformes ($y = y_0 + v \cdot t$) são:

$$y_A = 0 + 5 \cdot t \quad \text{e} \quad y_B = 276 - 7 \cdot t$$

Igualando as duas equações ($y_A = y_B$) encontraremos o instante de encontro:

$$5 \cdot t = 276 - 7 \cdot t \quad \Rightarrow \quad 12 \cdot t = 276 \quad \Rightarrow \quad t = 23\text{s}$$

Resposta: item (c)

Obs: Caso a questão ainda perguntasse a posição do encontro deveríamos substituir o tempo de encontro em qualquer uma das equações de movimento e obteríamos a posição $y_A = y_B = 115\text{m}$.

Problema 3) Seguindo a viagem, a família Almeida seguiu para o Paraná, no intuito de conhecer a maior hidroelétrica do Brasil e a segunda maior do Mundo: Itaipu. Os números desse monumento da engenharia são impressionantes. Um exemplo é a vazão da água que passa por uma das vinte turbinas: $700\text{m}^3/\text{s}$. Para termos uma noção da magnitude dessa quantidade, imagine a existência de um tubo cilíndrico com a altura igual a distância da Terra à Lua e cuja área da base seja 36dm^2 – dimensão suficiente para caber um homem. Quanto tempo levaria para encher esse recipiente com a água que passa por todas as turbinas da Itaipu?

Dados: distância da Terra à Lua = 385.000 km.

- a) 160 min b) 165 min c) 175 min d) 180 min

Solução:

Inicialmente devemos calcular o volume do recipiente simplesmente multiplicando a área da base (A) pela altura (h).

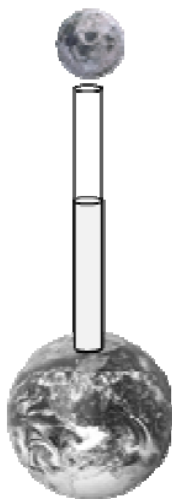


Figura 3: Túnel que conecta a Terra à Lua.

$$V = A \cdot h,$$

em que $A = 36\text{dm}^2 = 0,36\text{m}^2$ e $h = 385.000\text{km} = 385.000.000\text{m} = 3,85 \cdot 10^8\text{m}$. Assim:

$$V = 0,36 \cdot 3,85 \cdot 10^8 = 1,386 \cdot 10^8\text{m}^3.$$

Para encontrar o tempo gasto para encher o recipiente basta fazermos uma regra de 3 lembrando que a vazão total é igual a 20 vezes a vazão de uma única turbina:

$$t = \frac{1,386 \cdot 10^8}{20 \cdot 700} = \frac{1,386 \cdot 10^5}{2 \cdot 7} = \frac{0,693 \cdot 10^5}{7} = 0,099 \cdot 10^5 = 9900\text{s}$$

Convertendo a resposta para minutos (dividindo por 60) obtemos $t = 165$ min.

Resposta : item (b)

Problema 4) Em sua jornada, a família Almeida cruzou dois estados para chegar à cidade mais alta do Brasil: Campus do Jordão (SP). Essa cidade está no cume de uma montanha cujo perfil está representado abaixo. O trecho AB é perfeitamente simétrico ao trecho BC. Sabendo que a coordenada dos pontos que formam o perfil dessa montanha se relacionam com a altura através da relação $h = 3,2 \cdot x - 0,0016 \cdot x^2$, no S.I, determine a altura da Campus do Jordão em relação à base AC.

- a) 1600 m b) 1800 m c) 2000 m d) 2100 m

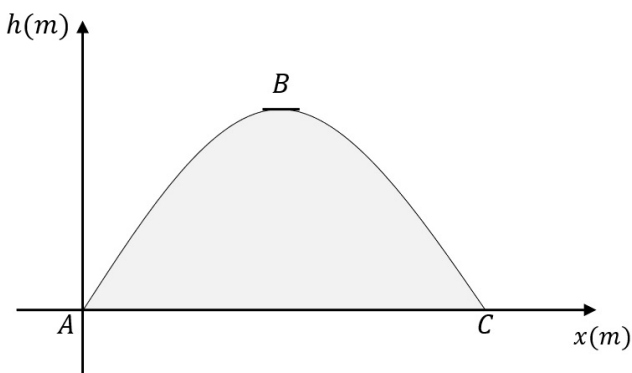


Figura 4: Perfil da montanha tratada neste problema.

Solução:

Como o perfil da montanha é simétrico com relação à linha vertical que passa pelo ponto B basta determinar a coordenada horizontal deste ponto para obter a altura. Segundo a mesma ideia, o ponto B está no ponto médio entre os pontos A e C . Logo, inicialmente devemos encontrar as raízes da equação $h = 3,2 \cdot x - 0,0016 \cdot x^2$:

$$3,2 \cdot x - 0,0016 \cdot x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad (3,2 - 0,0016 \cdot x) x = 0$$

Da qual obtemos: $x_A = 0$ m e $x_C = 2000$ m.

De acordo com a nossa ideia inicial a coordenada do ponto B é $x_b = (x_A + x_C)/2 = 1000$ m. Substituindo x_B na equação da altura da montanha encontramos $y_B = h(x = 1000) = 1600$ m.

Resposta : item (a)

Problema 5) No Rio de Janeiro (RJ), a família Almeida foi em busca de uma raridade que veio do espaço: o meteorito de Ben-degó, o maior do Brasil. Foi encontrado no sertão da Bahia e hoje se encontra no Museu Nacional da Quinta de Boa Vista. As medidas das suas dimensões (largura, altura e comprimento) foram feitas por três equipes diferentes de pesquisadores (tabela abaixo). A média das medidas de uma dimensão é chamada de valor mais provável (V_{mp}), considerada a medida oficial daquela dimensão. O V_{mp} é mais confiável quanto menor for a média dos desvios

das medidas em comparação ao próprio V_{mp} . Mediante essas informações, qual a dimensão do meteorito de Bendegó possui o V_{mp} mais confiável?

Dimensão	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4	Medida 5	V_{mp}
Comprimento	1,9 m	2,0 m	2,2 m	2,4 m	2,5 m	2,2 m
Largura	1,2 m	1,3 m	1,6 m	1,7 m	1,7 m	1,5 m
Altura	0,5 m	0,6 m	0,8 m	0,8 m	0,8 m	0,7 m

- a) O comprimento b) A largura c) A altura
d) O comprimento e a altura

Solução:

Vamos fazer uma nova tabela com os valores dos desvios de cada medida. Para isso, vamos considerar que o desvio é sempre positivo, ou seja, para uma dada medida V o valor do desvio associado é $d = |V - V_{mp}|$ em que as barras verticais indicam a função módulo que toma o valor positivo da diferença. A tabela obtida é

Dimensão	desvio 1	desvio 2	desvio 3	desvio 4	desvio 5	d_{med}
Comprimento	0,3 m	0,2 m	0,0 m	0,2 m	0,3 m	0,2 m
Largura	0,3 m	0,2 m	0,1 m	0,2 m	0,2 m	0,2 m
Altura	0,2 m	0,1 m	0,1 m	0,1 m	0,1 m	0,12 m

Nesta nova tabela, o desvio médio d_{med} é igual à soma dos desvios de cada medida dividido pelo número de medidas (5).

Conforme dado no enunciado, a medida é mais confiável quanto menor for a razão entre o desvio médio d_{med} e o valor mais provável V_{mp} . Podemos obter essas razões para cada medida, veja:

$$\text{Comprimento:} \quad \frac{d_{\text{med},C}}{C_{mp}} = \frac{0,2}{2,2} = \frac{1}{11} \approx 0,09$$

$$\text{Largura:} \quad \frac{d_{\text{med},L}}{L_{mp}} = \frac{0,2}{1,5} = \frac{2}{15} \approx 0,13$$

$$\text{Altura:} \quad \frac{d_{\text{med},A}}{A_{mp}} = \frac{0,12}{0,7} = \frac{6}{35} \approx 0,17$$

Como a menor razão corresponde às medidas de comprimento (0,09), estas são as medidas mais confiáveis.

Resposta : item (a)

Problema 6) Saindo do Rio de Janeiro a família Almeida voou para o oeste até o Pantanal do Mato Grosso. Essa região é uma das mais alagadas do planeta. Carlos era fascinado por um animal típico da região: a onça pintada. Ela é o maior felino do continente Americano e gosta de nadar. A família Almeida visitou um centro de tratamento de animais e encontrou uma onça como paciente. O veterinário pediu para tomar cuidado ao se aproximar da gradada jaula porque a onça avança rapidamente, podendo desenvolver uma aceleração de 12 m/s^2 durante $0,6 \text{ s}$ a partir do

repouso. Carlos queria converter essa informação em distância. A que distancia da grade a onça deve estar para que em 0,6s ela chegue até a grade, a partir do repouso, desenvolvendo essa aceleração?



Figura 5: Ilustração do deslocamento de uma onça pintada presa em uma jaula.

- a) 1,42 m b) 1,88 m c) 1,94 m d) 2,16 m

Solução:

Como o movimento da onça é uniformemente variado então a equação de movimento é:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

Como a onça parte do repouso $v_0 = 0$ m/s e $a = 12$ m/s², então seu deslocamento pode ser escrito como:

$$\Delta x = x - x_0 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 0,6^2 = 2,16 \text{ m.}$$

Resposta : item (d)

Problema 7) Depois do Pantanal, a família Almeida seguiu para o estado vizinho, Goiás, afim de conhecer o maior lago artificial do Brasil e o segundo do mundo: o lago Serra da Mesa. Ele foi criado para alimentar uma usina hidrelétrica. Adriana ficou muito curiosa com a área do lago. Sua forma é muito irregular, porém possui a mesma área do semicírculo somado à do trapézio apresentados na figura abaixo (fig. 6). Qual o valor dessa área? Use $\pi = 3$.

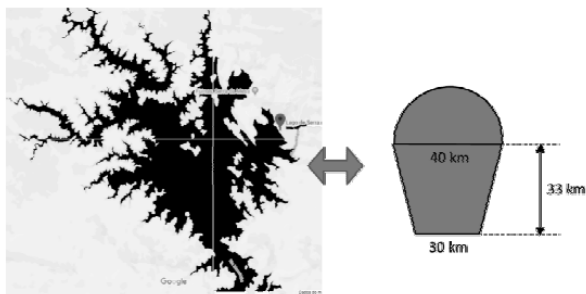


Figura 6: Área de uma região irregular.

- a) 1420 m^2 b) 1565 m^2 c) 1680 m^2 d) 1755 m^2

Solução:

A área do trapézio é dada por ($B \rightarrow$ base maior, $b \rightarrow$ base menor, $h \rightarrow$ altura):

$$A_T = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(40 + 30) \cdot 33}{2} = 1155 \text{ km}^2$$

A área da semicircunferência é ($r \rightarrow$ raio):

$$A_S = \frac{1}{2}\pi \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 20^2 = 600 \text{ km}^2$$

Somando as duas áreas obtemos 1755 km^2 .

Resposta : item (d)

Problema 8) Saindo de Goiás para a Minas Gerais, a família Almeida chegou a Pirapora para navegar no rio São Francisco. Alugaram uma lancha para seguir até Juazeiro na Bahia. Enquanto viajava, Adriana e Carlos discutiam sobre as forças que a lancha exerce nos corpos ao seu redor e nas suas reações. Determine a proposição que é a verdadeira conforme a lei da ação e reação.



Figura 7: Lancha em movimento no mar.

- (a) A força gravitacional que a Terra aplica na lancha aponta para baixo e forma um par ação com a força que a água aplica na lancha que aponta para cima.

- (b) A lancha segue para frente porque a hélice empurra a água para trás, recebendo, em contrapartida, uma força para frente que impulsiona a lancha.
- (c) A água exerce duas forças na lancha, uma para frente e outra para trás. Essas duas forças formam um par ação reação porque têm sentidos opostos.
- (d) A lancha puxa gravitacionalmente a Terra para cima com uma intensidade menor que a Terra puxa gravitacionalmente a lancha para baixo.

Solução: (a) Falso. A força gravitacional que atua na lancha está voltada para baixo, mas a força que faz o par ação - reação encontra-se na Terra e não na própria exercida pela água.

- (b) Verdadeiro. A hélice empurra a água para trás que ao reagir exerce uma força na lancha para frente.
- (c) Falso. Se a água exerce uma força na lancha a reação desta força atua na água.
- (d) Falso. As forças que a Terra exerce na Lancha e que a lancha exerce na Terra formam um par ação – reação e assim tem sentidos opostos, mas mesma intensidade.

Resposta : item (b)

Problema 9) Chegando em Juazeiro, a família Almeida seguiu para Campo Formoso, ainda na Bahia, para conhecer a Toca da

Boa Vista, a segunda maior caverna do mundo com 100 km de extensão. Quando estavam percorrendo uma das trilhas da caverna, o guia satisfez um pedido de Carlos. Todas as luzes foram desligadas, exceto uma lanterna que emitia uniformemente luz por uma saída circular. Ele mirou a luz para um prato (disco), projetando na parede da caverna uma sombra circular envolvida por uma penumbra, também circular. Essa situação é similar a um fenômeno astronômico. Qual?

- a) Eclipse Lunar. b) Eclipse solar. c) Supernova.
d) Estrela cadente.

Solução:

A figura 8 ilustra a situação a situação descrita na questão.

A formação da penumbra ocorre quando uma fonte de luz extensa ilumina um objeto que também tem uma dimensão. Esta situação é análoga ao eclipse Solar onde teríamos o Sol no lugar da lanterna (fonte de luz), a Lua no Lugar do prato e cuja sombra seria projetada na Terra que estaria no Lugar da parede da caverna. Neste caso a região de sombra teria um eclipse total e a região da penumbra um eclipse parcial.

Resposta : item (b)

Problema 10) A cidade mais quente do Brasil é Bom Jesus, no Piauí, próximo destino da família Almeida. Lá já foi registrada

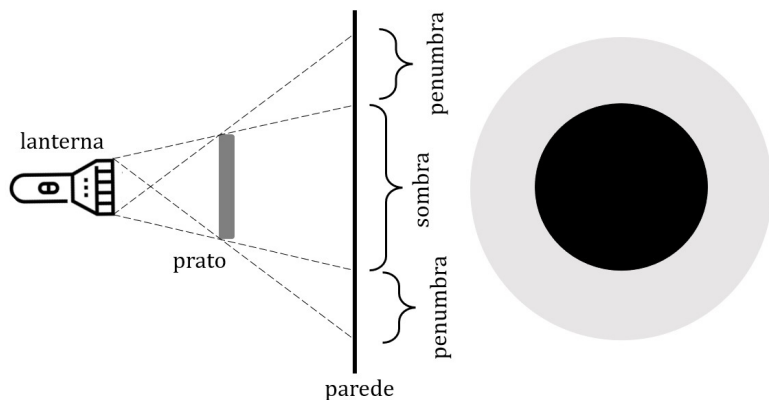


Figura 8: Ilustração da sombra e da penumbra formadas quando uma fonte luminosa atinge um anteparo opaco.

uma temperatura de $44,7^{\circ}\text{C}$, a maior da história do Brasil. Adriana e Carlos entraram em discussão sobre uma frase que Carlos usou e Adriana mostrou que ele estava usando conceitos de forma errada. Identifique qual das frases abaixo pode ter sido a usada por Adriana para corrigir a frase de Carlos.

- (a) Bom Jesus é uma cidade com muito calor.
- (b) Em Bom Jesus, o frio não consegue passar para os corpos.
- (c) Quando tocamos no chão de Bom Jesus, sentimos quente por recebemos calor.
- (d) Em Bom Jesus, eu sinto calor porque passa quente para mim.

Solução:

Considere os comentários a seguir.

- (a) Falso. O calor é a energia que flui entre corpos com temperaturas diferentes e não uma propriedade física que possa ser armazenada.
- (b) Falso. Tanto a sensação de frio quanto de quente estão relacionadas com a sensibilidade térmica.
- (c) Verdadeiro. Ao tocarmos o chão (que está a uma temperatura mais elevada) se estabelece um fluxo de calor do chão para nossa mão (com temperatura mais baixa) o que produz a sensação térmica associada ao chão estar quente.
- (d) Falso. O termo quente se refere à sensação térmica, e não ao fluxo de calor propriamente, de maneira que a alternativa (d) nem faz sentido no contexto da termodinâmica.

Resposta : item (c)

Problema 11) A família Almeida seguiu mais para o norte, até Alcântara, no Maranhão. Lá existe a melhor base de lançamentos de foguete do Brasil. Devido à sua localização, é possível lançar um foguete com 30% a menos de combustível. Isso ocorre porque ela encontra-se praticamente na linha do Equador, o que lhe dá uma velocidade linear enorme por conta da rotação da Terra. O foguete já sai com parte da velocidade que precisa atingir para liberar um satélite. Sabendo que o raio da Terra mede 6.400 km, qual a velocidade linear de Alcântara? Use $\pi = 3$.

- a) 1300 km/h b) 1400 km/h c) 1500 km/h d) 1600 km/h

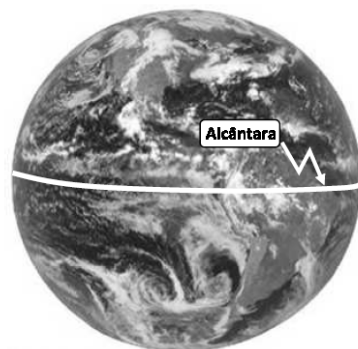


Figura 9: Ilustração da base de Alcântara na superfície da Terra.

Solução:

Como Alcântara está praticamente na linha Equador a distância de Alcântara (A) até o centro da Terra é o próprio Raio da Terra (R). Sabendo que a base gira em torno da Terra em um movimento circular com velocidade angular ω , sua velocidade linear será dada por:

$$v_A = \omega \cdot R = \frac{2\pi}{T} R,$$

em que T representa o período de revolução da Terra em torno do seu próprio eixo (período de rotação). Sendo assim:

$$v_A = \frac{2 \cdot 3}{24} \cdot 6400 = 1.600 \text{ km/h}$$

Resposta : item (d)

Problema 12) A família Almeida usou a estrada de ferro Carajás para se locomover de São Luís para Parauapebas, no Pará. Com

892 km de extensão, Carajás é a maior ferrovia de passageiros em operação no Brasil. Ela possui alguns declives e aclives, bem como algumas curvas. Em todos esses trechos estão presentes diversas forças. Qual das situações abaixo é possível ter certeza de que as forças se anulam com o trem em movimento?

- (a) Trem em movimento não significa anulação de forças.
- (b) Trem subindo um aclive.
- (c) Trem descendo um declive.
- (d) Trem em movimento retilíneo uniforme.

Solução:

Sabemos que um corpo no qual a resultante das forças é nula só pode estar em repouso ou movimento retilíneo e uniforme.

Resposta : item (d)

Problema 13) A caminho para Manaus, a família Almeida cruzou a ponte Phelippe Daou, a maior ponte fluvial estaiada do Brasil. Uma ponte estaiada é aquela que um trecho é sustentado por cabos presos a mastros. Adriana pesquisou que, no projeto, cada cabo de aço dessa ponte foi projetado para suportar uma força igual ao peso de uma massa de 45 toneladas. O peso que os cabos de aço suportam obedecem à equação $M = 50 \cdot A$, onde A é a área de seção transversal (grossura) em mm^2 e M é a massa em quilogramas. Determine perímetro da seção transversal **quadrática** de um cabo de aço que satisfaça às expectativas do projeto.

- a) 8 cm b) 12 cm c) 16 cm d) 20 cm



Figura 10: Ponte estaiada de Manaus.

Solução:

Se substituirmos a massa que cada cabo deve suportar ($M = 45 \text{ ton} = 45000 \text{ kg}$) na equação $M = 50 \cdot A$ obteremos a área de cada cabo:

$$45000 = 50 \cdot A \quad \Rightarrow \quad 900 \text{ mm}^2$$

Como no projeto o cabo deve ter seção reta quadrada (de lado ℓ), então:

$$\ell^2 = 900 \quad \Rightarrow \quad \ell = 30 \text{ mm}$$

Desta forma o perímetro da seção reta do cabo é $2p = 4\ell = 120 \text{ mm} = 12 \text{ cm}$.

Resposta : item (b)

Problema 14) Saindo de Manaus, a família Almeida contratou um helicóptero para conhecer a Cachoeira do El Dourado, a maior

queda d'água do Brasil, no extremo norte do estado. A água cai por 353 m de altura até chocar-se com o lago formado na sua base. Nesse processo, ocorrem algumas transformações de energia. Identifique a transformação de energia que não ocorre.

- (a) Ao perder altura, a água sofre transformação de energia gravitacional em energia cinética.
- (b) O atrito com o ar produz transformação de energia cinética em energia térmica.
- (c) O movimento da água produz transformação de energia térmica em energia cinética.
- (d) A colisão da água com o lago produz transformação de energia cinética em energia térmica.

Solução:

Ao cair a água transforma parte de sua energia potencial gravitacional em energia cinética. Caindo a água ganha mais velocidade por conta desta transformação, mas devido ao atrito com o ar parte da energia cinética se transforma em energia térmica. Ao se chocar com o fundo da cachoeira a água também transforma parte de sua energia cinética em térmica. Desta forma o item que apresenta uma transformação que não ocorre é o (c).

Resposta : item (c)

Problema 15) A viagem de volta a Porto Alegre foi feita de avião. Quando o Sol estava se pondo, no oeste, Adriana notou que a lua



Figura 11: Cachoeira El Dourado.

estava nascendo no leste, brilhando absoluta no céu. Adriana sabia que estavam viajando pelo hemisfério sul da terra. Por um momento surgiu uma dúvida que compartilhou com seu irmão perguntando: Hoje, para as pessoas que estão no hemisfério Norte, a lua encontra-se em que fase. A resposta correta é:

- (a) Lua cheia
- (b) Lua nova.
- (c) Quarto crescente.
- (d) Quarto minguante.

Solução:

As fases da Lua observada por pessoas na Terra não depende da posição dessas pessoas, haja vista que o fato da Lua estar ou não iluminada depende da sua posição relativamente ao Sol e à Terra. Como no enunciado Adriana, que está no hemisfério sul, vê uma lua cheia, espera-se que uma pessoa no hemisfério norte também veja uma lua cheia.

Resposta : item (a)

1^a fase

Nível B

Problema 1 (Problema 01 - Nível A)) Uma família de Porto Alegre (RS) poupou dinheiro durante anos para fazer uma grande viagem pelo Brasil, no intuito de conhecer as suas maravilhas. Adriana e Carlos, os filhos do casal Almeida, ficaram responsáveis pela escolha dos lugares. Eles escolheram, como primeira parada, a cidade mais fria do Brasil: Urupema, no estado vizinho. Nessa idade, já foi registrada uma temperatura de 15,8 na escala Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$). Sabendo que 32°F equivale a 0°C e 212°F equivale a 100°C , determine a menor temperatura registrada no Brasil na escala Celsius ($^{\circ}\text{C}$).

- a) -7°C b) -8°C c) -9°C d) -10°C

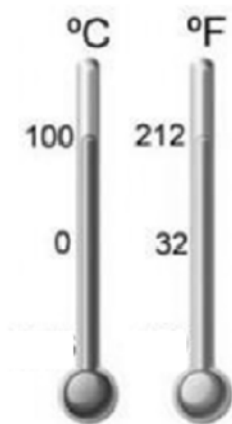


Figura 12: Termômetros nas escalas Celsius e Fahrenheit.

Solução:

Como as escalas são lineares os intervalos de temperaturas em uma e na outra são proporcionais:

$$\frac{t_F - 32}{212 - 32} = \frac{t_C - 0}{100 - 0}$$

$$t_c = \frac{5}{9}t_F - \frac{160}{9}$$

$$t_c = \frac{5}{9} \cdot 15,8 - \frac{160}{9} = \frac{79}{9} - \frac{160}{9} = -\frac{81}{9}$$

$$t_c = -9^\circ\text{C}$$

Resposta: item (c)

Problema 2 (Problema 02 - Nível A)) Você sabe qual o maior edifício do Brasil? É a torre 1 do *Yachthouse Residence Club*, localizada no balneário Camboriú, em Santa Catarina, com 276 m de altura e 81 andares. Carlos escolheu essa parada por adorar construções, o que levou a família Almeida pernoitar lá. Ele descobriu que os elevadores desse prédio sobem com 5 m/s e descem com 7 m/s. Se dois elevadores partissem simultaneamente, um deles partindo do ponto mais alto e o outro do ponto mais baixo desse prédio, em que altura eles iriam se encontrar? Despreze tanto as dimensões dos elevadores, quanto as distâncias percorridas para ganhar velocidade.

- a) 108 m b) 115 m c) 126 m d) 138 m

Solução:

Vamos desprezar as dimensões dos elevadores e orientar o nosso eixo y para cima com a origem no solo, conforme mostra a fig. 13.

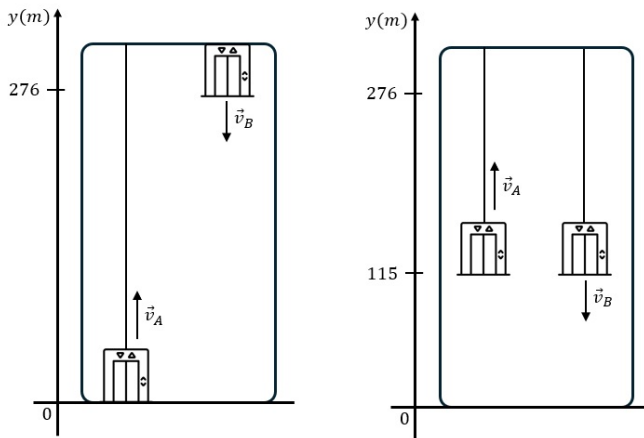


Figura 13: Encontro dos elevadores que sobem (A) e descem (B).

O elevador A é o que parte do ponto mais baixo e tem velocidade $v_A = 5 \text{ m/s}$ e o elevador B o que parte do ponto mais alto, sendo sua posição inicial $y_{0B} = 276 \text{ m}$ e velocidade $v_B = -7 \text{ m/s}$. A velocidade do elevador B é negativa pois este se desloca em sentido contrário ao eixo positivo y . Assim as equações horárias de movimento para os dois elevadores que tem movimentos uniformes ($y = y_0 + v \cdot t$) são:

$$y_A = 0 + 5 \cdot t \quad \text{e} \quad y_B = 276 - 7 \cdot t$$

Igualando as duas equações ($y_A = y_B$) encontraremos o instante de encontro:

$$5 \cdot t = 276 - 7 \cdot t \quad \Rightarrow \quad 12 \cdot t = 276 \quad \Rightarrow \quad t = 23 \text{ s}$$

Como estamos interessados na altura em que os elevadores se encontram, basta substituir o instante de tempo procurado em qualquer uma das equações para obtermos assim:

$$y_A = y_B = 5 \cdot 23 = 115 \text{ m}$$

Resposta: item (b)

Problema 3) Seguindo sua viagem a família Almeida seguiu para o Paraná no intuito de conhecer a maior hidroelétrica do Brasil e a segunda maior do Mundo: Itaipú. Depois de ouvir as explicações de todo o processo de condução da água do reservatório até as turbinas e de como elas fazer o rotor do gerador se movimentar, Carlos fez questão de anotar as transformações de energia mencionadas; Identifique a transformação de energia que não ocorre neste processo.

- (a) O movimento da água produz transformação de energia térmica em energia cinética.
- (b) Ao perder altura, a água sofre transformação de energia potencial gravitacional em energia cinética.

- (c) O atrito com a tubulação produz transformação de energia cinética em energia térmica.
- (d) O movimento do rotor do gerador ganha energia cinética a partir da energia cinética da água.

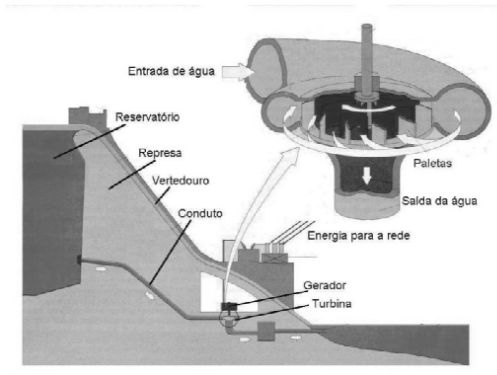


Figura 14: Diagrama de uma usina hidroelétrica.

Solução:

No processo de transformação de energia em uma hidroelétrica a energia adquirida pela água após descer através do condutor (conforme o item b) é utilizada para movimentar o rotor (conforme o item d). Durante a queda do reservatório até o nível do gerador, o atrito da água com as paredes da tubulação é responsável por transformar energia cinética em térmica (conforme o item c). Neste caso, em nenhuma parte deste processo a energia térmica é utilizada para produzir energia cinética.

Resposta : item (a)

Problema 4) A família Almeida cruzou dois estados para chegar à cidade mais alta do Brasil: Campos do Jordão (SP). Apesar de, durante o ano, não atingir as menores temperaturas do Brasil, a temperatura média dessa cidade é a menor de todas as cidades brasileiras. Conversando sobre o assunto com a família, Carlos disse uma frase cujos conceitos foram aplicados de forma errada. Adriana imediatamente o corrigiu. Identifique qual das frases abaixo pode ter sido usada por Adriana para corrigir a frase de Carlos.

- (a) Campos do Jordão é uma cidade com pouco calor.
- (b) Quando tocamos no chão de Campos do Jordão, sentimos frio por perdermos calor.
- (c) Em Campos do Jordão, o frio consegue passar.
- (d) Em Campos do Jordão eu sinto frio porque passa frio pra mim.

Solução:

Considere os comentários a seguir.

- (a) Falso. O calor é a energia que flui entre corpos com temperaturas diferentes e não uma propriedade física que possa ser armazenada.
- (b) Verdadeiro. Ao tocarmos o chão (que está a uma temperatura mais baixa) se estabelece um fluxo de calor da nossa mão para o chão (com temperatura mais baixa) o que produz a sensação térmica associada ao chão estar frio.

- (c) Falso. Tanto a sensação de frio quanto de quente estão relacionadas com a sensibilidade térmica.
- (d) Falso. O termo frio se refere à sensação térmica, e não ao fluxo de calor propriamente, de maneira que a alternativa (d) nem faz sentido no contexto da termodinâmica.

Como a única alternativa correta é a alternativa (b) certamente esta foi a frase que Adriana usou.

Resposta : item (b)

Problema 5 (Problema 05 - Nível A)) No Rio de Janeiro (RJ), a família Almeida foi em busca de uma raridade que veio do espaço: o meteorito de Bendegó, o maior do Brasil. Foi encontrado no sertão da Bahia e hoje se encontra no Museu Nacional da Quinta de Boa Vista. As medidas das suas dimensões (largura, altura e comprimento) foram feitas por três equipes diferentes de pesquisadores (tabela abaixo). A média das medidas de uma dimensão é chamada de valor mais provável (V_{mp}), considerada a medida oficial daquela dimensão. O V_{mp} é mais confiável quanto menor for a média dos desvios das medidas em comparação ao próprio V_{mp} . Mediante essas informações, qual a dimensão do meteorito de Bendegó possui o V_{mp} mais confiável?

Solução:

Vamos fazer uma nova tabela com os valores dos desvios de cada medida. Para isso, vamos considerar que o desvio é sempre

Dimensão	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4	Medida 5	V_{mp}
Comprimento	1,9 m	2,0 m	2,2 m	2,4 m	2,5 m	2,2 m
Largura	1,2 m	1,3 m	1,6 m	1,7 m	1,7 m	1,5 m
Altura	0,5 m	0,6 m	0,8 m	0,8 m	0,8 m	0,7 m

- a) O comprimento b) A largura c) A altura
d) O comprimento e a altura

positivo, ou seja, para uma dada medida V o valor do desvio associado é $d = |V - V_{mp}|$ em que as barras verticais indicam a função módulo que toma o valor positivo da diferença. A tabela obtida é

Dimensão	desvio 1	desvio 2	desvio 3	desvio 4	desvio 5	d_{med}
Comprimento	0,3 m	0,2 m	0,0 m	0,2 m	0,3 m	0,2 m
Largura	0,3 m	0,2 m	0,1 m	0,2 m	0,2 m	0,2 m
Altura	0,2 m	0,1 m	0,1 m	0,1 m	0,1 m	0,12 m

Nesta nova tabela, o desvio médio d_{med} é igual à soma dos desvios de cada medida dividido pelo número de medidas (5).

Conforme dado no enunciado, a medida é mais confiável quanto menor for a razão entre o desvio médio d_{med} e o valor mais provável V_{mp} . Podemos obter essas razões para cada medida, veja:

$$\text{Comprimento:} \quad \frac{d_{\text{med},C}}{C_{mp}} = \frac{0,2}{2,2} = \frac{1}{11} \approx 0,09$$

$$\text{Largura:} \quad \frac{d_{\text{med},L}}{L_{mp}} = \frac{0,2}{1,5} = \frac{2}{15} \approx 0,13$$

$$\text{Altura:} \quad \frac{d_{\text{med},A}}{A_{mp}} = \frac{0,12}{0,7} = \frac{6}{35} \approx 0,17$$

Como a menor razão corresponde às medidas de comprimento (0,09), estas são as medidas mais confiáveis.

Resposta : item (a)

Problema 6) A família Almeida registrou a viagem tirando muitas fotos. Adriana decidiu relembrar o que eles já haviam visitado e mostrou a Carlos um conjunto de grandes estufas de vidro que estavam em construção em Urupema (SC). Pesquisando sobre o assunto, eles descobriram que a temperatura interna de uma estufa é maior que a externa, por isso as plantas não morrem mesmo em um ambiente externo muito frio. Identifique a principal propriedade da estufa que faz a temperatura interna ser maior que a externa.

- (a) O vidro é um isolante térmico como uma garrafa térmica, assim, mantém a temperatura interna inicial por um longo tempo.
- (b) O vidro é quebradiço, mas possui uma alta resistência mecânica.



Figura 15: Estufa utilizada para manter a temperatura interna maior que a externa.

- (c) O vidro possui um alto calor específico, tornando-se uma espécie de equilibrador térmico.
- (d) O vidro transmite muito bem a luz, mas não transmite bem a radiação infravermelha.

Solução:

Parte da Energia proveniente do Sol atravessa o vidro das paredes (principalmente na região visível do espectro) e teto da Estufa e é absorvida pelos elementos internos da mesma. Estes elementos irradiam energia térmica na região do infravermelho e o vidro não permite a transmissão dessa radiação. Assim o ambiente interno perde pouca energia para o ambiente externo e assim mantém a temperatura interna maior que a externa.

Resposta : item (d)

Problema 7) Carlos também mostrou para Adriana uma foto da casa de máquinas dos elevadores da Torre *Yachthouse Resi-*

dence Club. O engenheiro que acompanhou Carlos nessa visita disse que o elevador possui um contrapeso, funcionando como uma “máquina de Atwood”. Carlos não sabia do que se tratava, mas anotou o nome. Pesquisando na internet, viu uma questão sobre essa máquina com a presença de um corpo de 2,4 kg e outro de 3,6 kg. Considerando o sistema conservativo, qual a aceleração dos corpos na questão vista por Carlos quando os dois corpos se movimentam a partir do repouso?

Dados: aceleração da gravidade = 10 m/s^2 .

- a) $1,0 \text{ m/s}^2$ b) $1,5 \text{ m/s}^2$ c) $2,0 \text{ m/s}^2$ d) $2,5 \text{ m/s}^2$

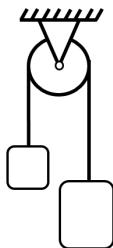


Figura 16: Máquina de Atwood: dois corpos presos por uma corda em uma polia.

Solução:

A figura 17 mostra o diagrama das forças que atuam em cada um dos corpos. Consideramos o menor corpo como sendo o mais leve e o denominamos de *A*. O outro será o corpo *B*.

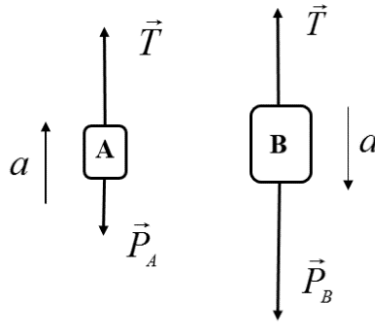


Figura 17: Diagrama de corpo livre para os corpos da máquina de Atwood.

Aplicando a 2ª lei de Newton para cada o corpo A temos:

$$T - P_A = M_A \cdot a$$

Para o corpo B temos:

$$P_B - T = M_B \cdot a$$

Para escrever as equações anteriores consideramos que o bloco A terá aceleração para cima enquanto o B para baixo. Somando as duas equações obtemos:

$$P_B - P_A = (M_B + M_A) \cdot a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{(M_B - M_A)}{M_A + M_B} g$$

Substituindo os valores numéricos:

$$a = \frac{(3,6 - 2,4)}{2,4 + 3,6} \cdot 10 \quad \Rightarrow \quad a = 2 \text{ m/s}^2$$

Resposta : item (c)

Problema 8) As fotos da Usina de Itaipu também foram muito admiradas pelos irmãos Almeida. Adriana estava lembrando que os números desse monumento da engenharia moderna são impressionantes. Um exemplo é a vazão de água que atinge uma das vinte turbinas: $700 \text{ m}^3/\text{s}$. Essa água é represada (velocidade nula) a uma altura de 120 m acima da turbina. Sabendo que a potência de produção de energia elétrica em uma turbina de Itaipu mede 630 MW, qual o rendimento da transformação da energia mecânica em elétrica de Itaipu? Adote o nível da turbina como referência para a energia.

Dados: aceleração da gravidade = 10 m/s^2 . Densidade da água = 1000 kg/m^3 .

- a) 75% b) 65% c) 60% d) 50%

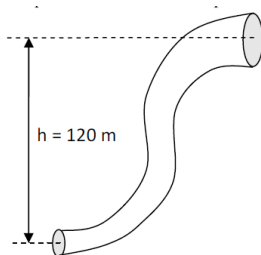


Figura 18: Diagrama de um condutor de água na usina de Itaipu.

Solução:

Antes de calcularmos o rendimento da turbina devemos encontrar a potência integral (P_i) da queda d'água:

$$P_i = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t}gh$$

Note que $m/\Delta t$ é a vazão da turbina. Lembrando que 1m^3 corresponde a 1000 kg de água:

$$P_i = 700 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 120 = 840 \text{ MW}$$

O rendimento da turbina é a razão da potência produzida (P_f) pela potência recebida (P_r), que neste caso é igual à potência integral da queda d'água:

$$\varepsilon = \frac{P_p}{P_r} = \frac{P_p}{P_i} = \frac{630 \text{ MW}}{840 \text{ MW}} = 0,75.$$

Assim o rendimento da turbina é $\varepsilon = 75\%$.

Resposta : item (a)

Problema 9) “Olhe a foto do seu barômetro, Adriana”, disse Carlos apontando para o álbum. Em Campos de Jordão, Adriana quis medir a pressão atmosférica, já que se tratava de uma cidade que fica a 1628 m de altitude, logo deveria ter um valor menor que a pressão atmosférica ao nível do mar. Para isso, ela utilizou um barômetro de Torricelli que ganhou de aniversário. Como Adriana mediu um comprimento de 60 cm para a coluna de mercúrio dentro

do barômetro, a pressão atmosférica de Campos de Jordão no momento da medição estava mais próxima do valor:

Dados: densidade do mercúrio = 13.600 kg/m^3 , aceleração da gravidade = $9,8 \text{ m/s}^2$

- a) 72 kPa b) 78 kPa c) 80 kPa d) 82 kPa

Solução:

Sabemos que a pressão dos pontos (1) e (2) que estão no mesmo nível são iguais:

$$p_1 = p_2$$

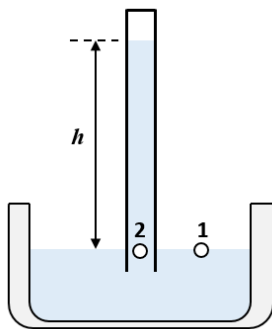


Figura 19: Exemplo de um barômetro de Torricelli.

A pressão p_1 corresponde à pressão ambiente em Campos de Jordão e a pressão p_2 é obtida pela pressão da coluna de mercúrio do barômetro:

$$p_0 = (13600 \text{ kg/m}^3) (9,8 \text{ m/s}^2) (60 \cdot 10^{-2} \text{ m}) = 79968 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow p_0 \approx 80 \text{ kPa}$$

Resposta : item (c)

Problema 10) Adriana, por sua vez, mostrou para Carlos as fotos do meteorito de Bendegó, o maior do Brasil, com 5 toneladas. Um físico, que estava apresentando esse meteoro no museu nacional, disse que a colisão sofrida com a Terra não alterou significativamente o movimento da Terra. Entretanto, se esse meteorito atingisse o menor satélite de Júpiter, Aegaeon, no sentido contrário ao seu movimento, teria alterado sua velocidade de 15,2357 km/s para 15,2356 km/s. Desprezando o aumento de massa dessa satélite ao absorver o Bendegó, calcule a velocidade do Bendegó enquanto estava cruzando o espaço.

Dados: massa de Aegaeon = 10^8 toneladas, massa do meteorito de Bendegó = 5 toneladas.



Figura 20: Colisão entre um meteoro e o satélite Aegaeon.

Solução:

Consideremos que os outros corpos celestes estão muito mais distantes que a distância que separa o satélite Aegaeon e o meteorito para que possamos tratar o sistema como isolado.

Podemos usar a conservação do momento linear para este choque:

$$p_i = p_f \quad \Rightarrow \quad m_m v_m^i - m_A v_A^i = -m_m v_m^f - m_A v_A^f$$

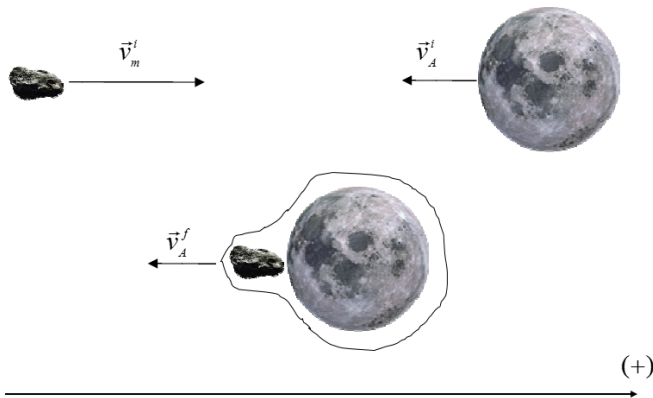


Figura 21: Ilustração das situações antes (acima) e depois (abaixo) da colisão do meteorito com Aegaeon.

Como o satélite Aegaeon absorve o meteorito o choque é inelástico e ainda devemos ignorar o aumento da massa do satélite:

$$m_m v_m^i - m_A v_A^i = -m_a v_A^f \quad \Rightarrow \quad m_m v_m^i = m_A (v_A - v_A^f)$$

Substituindo os valores numéricos:

$$5v_m^i = 10^8(15,2357 - 15,2356)$$

$$5v_m^i = 10^8(1,0 \cdot 10^{-4})$$

$$v_m^i = 2,0 \cdot 10^3 \text{ km/s}$$

Resposta : item (b)

Problema 11) Saindo do Rio de Janeiro, a família Almeida voou para o oeste até o Pantanal do Mato Grosso. Essa região é uma das mais alagadas do planeta. Carlos era fascinado por um animal típico da região: a onça pintada. Ela é o maior felino do continente americano e gosta de nadar. A família Almeida visitou um centro de tratamento de animais e encontrou uma onça de 60 kg como paciente. O veterinário disse que era para tomar cuidado ao se aproximar da jaula porque a onça avança rapidamente. Ele chegou a mostrar um gráfico (anexo) da intensidade de força resultante F que consegue impulsionar seu corpo em um ataque, a partir do repouso. Carlos pegou esse gráfico e calculou a velocidade que a onça atingiria em 0,4 s de ataque. Qual o valor dessa velocidade?

- a) 28,2 km/h b) 36,8 km/h c) 42,6 km/h d) 46,8 km/h

Solução:

Sabemos que o impulso da força resultante é igual à variação da quantidade de movimento do sistema. E sabemos ainda que

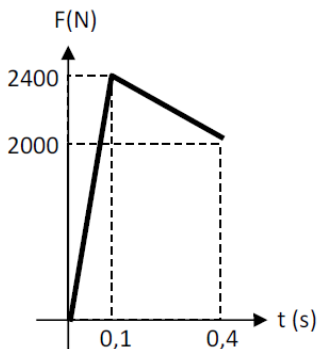


Figura 22: Força resultante sobre uma onça pintada durante um ataque.

em um gráfico de F em função de t a área do gráfico corresponde ao impulso da força.

Observando o gráfico identificamos facilmente a figura como sendo a soma de um triângulo (A_1) com um trapézio (A_2). Assim a área do gráfico é:

$$A = A_1 + A_2 = \frac{2400 \cdot 0,1}{2} + \frac{(2400 + 2000) \cdot 0,3}{2} = 120 + 660$$

$$A = 780 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Assim, usando o teorema do impulso e quantidade de movimento:

$$I = \Delta p = mv_f - mv_i$$

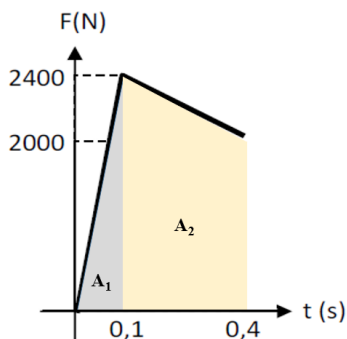


Figura 23: Área debaixo do gráfico de $F \times t$ que fornece o impulso de uma força.

Substituindo o valor do impulso correspondente a $780 \text{ N}\cdot\text{s}$, a massa da onca por $m = 60 \text{ kg}$ e considerando a velocidade inicial $v_0 = 0 \text{ m/s}$, teremos:

$$780 = 60v_f \quad \Rightarrow \quad v_f = 13 \text{ m/s} = 46,8 \text{ km/h}$$

Resposta : item (d)

Problema 12) Depois do Pantanal, a família Almeida seguiu para o estado vizinho, Goiás, a fim de conhecer o maior lago artificial do Brasil e segundo do mundo: o lago da Serra da Mesa. Esse lago foi criado para alimentar uma usina hidroelétrica, por isso era tão grande. A família Almeida chegou por volta de meio dia, quando o vento deixa de existir na região. A água fica paradinha e a luz ilumina bem o fundo do lago. Quando Carlos chega à

margem do lago, localiza a parte emersa (ponto Q) de um pau a 2,9 m de distância. Devido à refração da luz, Carlos consegue ver a parte inferior do pau (ponto W) olhando para o ponto P em uma direção que forma 53° com a vertical. Sabendo que o índice de refração da água mede $4/3$, calcule a profundidade em que o ponto W encontra-se, nesse momento.

Dados: a altura dos olhos de Carlos mede 1,5 m. $\sin 53^\circ = 0,8$ e $\cos 53^\circ = 0,6$.

- a) 0,6 m b) 0,8 m c) 1,2 m d) 1,6 m

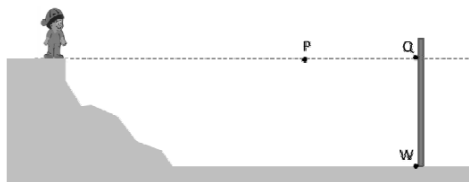


Figura 24: Observação de um pau submerso em um lago calmo.

Solução:

A fig. 25 ilustra a situação descrita no problema. Nela um raio luminoso parte do ponto W , atravessa a interface água-ar e atinge o olho do observador.

Do triângulo ABP temos:

$$\tan(90^\circ - r) = \frac{\overline{AB}}{\overline{BP}}$$

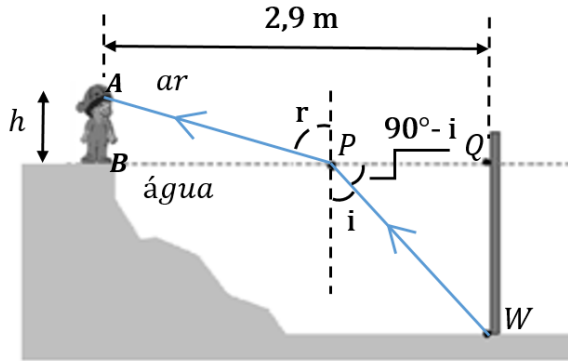


Figura 25: Trajetória do raio luminoso que parte da barra e atinge o observador.

Lembrando que $\tan(90^\circ - r) = \cot(r)$, a equação anterior pode ser reescrita como:

$$\frac{\cos(r)}{\sin(r)} = \frac{\cos(53^\circ)}{\sin(53^\circ)} = \frac{h}{\overline{BP}}$$

$$\Rightarrow \overline{BP} = h \cdot \frac{\sin(53^\circ)}{\cos 53^\circ} = 1,5 \cdot \frac{0,8}{0,6}$$

$$\Rightarrow \overline{BP} = 2$$

Como

$$\overline{BP} + \overline{PQ} = 2,9 \quad \Rightarrow \quad \overline{PQ} = 0,9,$$

e, da lei de Snell, obtemos:

$$n_{\text{água}} \cdot \text{sen}(i) = n_{\text{ar}} \cdot \text{sen}(r)$$

$$\frac{4}{3} \cdot \text{sen}(i) = 1 \cdot \text{sen}(53^\circ)$$

$$\text{sen}(i) = \frac{3}{4} = 0,6, \quad \cos(i) = 0,8$$

Do triângulo PQW temos:

$$\tan(90^\circ - i) = \frac{\overline{QW}}{\overline{PQ}} \Rightarrow \cot(i) = \frac{\cos(i)}{\text{sen}(i)} = \frac{\overline{QW}}{\overline{PQ}}$$

E, portanto:

$$\frac{0,8}{0,6} = \frac{\overline{QW}}{\overline{PQ}} \Rightarrow \overline{QW} = 1,2 \text{ m}$$

Resposta : item (c)

Problema 13) Saindo de Goiás para a Minas Gerais, a família Almeida chega a Pirapora para navegar no Rio São Francisco. Alugaram uma lancha para seguir até Juazeiro na Bahia. Quanto mais próximo de Juazeiro devido ao aumento da evaporação e da concentração de partículas sólidas provocada pelo assoreamento das margens, a água do rio São Francisco fica mais densa. Isso significa que, durante a viagem da família Almeida:

- (a) O volume imerso da lancha aumenta.



Figura 26: Movimento da lancha ao longo do Rio São Francisco.

- (b) O peso da lancha aumenta.
- (c) O volume emerso da lancha continua o mesmo.
- (d) O volume emerso da lancha aumenta.

Solução:

Sabemos que a expressão para o empuxo E sofrido pela lancha é:

$$E = \rho \cdot g \cdot V_{\text{imerso}}$$

em que V_{imerso} é o volume da lancha embaixo da linha da água, ou seja, o volume de água deslocado pela lancha. Nas proximidades de Juazeiro teremos:

$$E' = \rho' \cdot g \cdot V'_{\text{imerso}},$$

com $\rho' > \rho$. Nas duas situações a lancha está em equilíbrio na direção vertical de maneira que a força de empuxo sobre a lancha é igual à força peso sobre a mesma, logo:

$$E = E' \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V_{\text{imerso}} = \rho' \cdot g \cdot V'_{\text{imerso}}$$

$$\Rightarrow \frac{V'_{\text{imerso}}}{V_{\text{imerso}}} = \frac{\rho}{\rho'} < 1$$

Desta forma vemos que $V'_{\text{imerso}} < V_{\text{imerso}}$. Assim o volume imerso diminui e o volume emerso aumenta.

Resposta : item (d)

Problema 14) Chegando em Juazeiro, a família Almeida seguiu para Campo Formoso, ainda na Bahia, para conhecer a Toca da Boa Vista, a segunda maior caverna do mundo com 100 km de extensão. Quando estavam percorrendo uma das trilhas da caverna, o guia satisfaz um pedido de Carlos. Todas as luzes foram desligadas, exceto uma vela cuja chama tinha 3 cm de comprimento vertical. Carlos pegou uma lente convergente cuja distância focal mede 2 m e a posicionou entre a vela e uma parede da caverna. Quando a lente ficou a exatos 2,5 m da vela, uma imagem astigmática foi produzida na parede da caverna. Qual o comprimento vertical da chama projetada na parede?

- a) 12 cm b) 15 cm c) 18 cm d) 21 cm

Solução:

A fig. 27 ilustra a situação descrita no problema.

A equação de Gauss para a lente é:

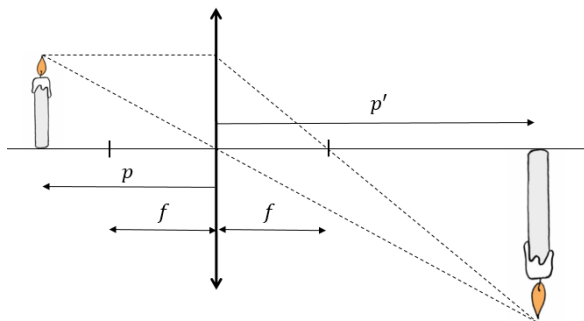


Figura 27: Ilustração da formação da imagem de uma vela por uma lente esférica.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

em que p é a distância entre a lente e o objeto e p' é a distância entre a lente e a parede da caverna onde a imagem é projetada. Substituindo os valores do enunciado:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2,5} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2,5} = 0,5 - 0,4 = 0,1 = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow p' = 10 \text{ m}$$

O aumento linear transversal A é dado por

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

em que i é a altura da imagem e o a altura do objeto. Note que para o aumento transversal linear podemos usar tanto o tamanho

do objeto como apenas uma parte dele (como por exemplo apenas a chama). Neste caso:

$$A = \frac{i}{3} = -\frac{10}{2,5} \quad \Rightarrow \quad i = -12 \text{ cm}$$

O sinal negativo indica que a imagem é invertida em relação ao objeto.

Resposta : item (a)

Problema 15) A cidade mais quente do Brasil é Bom Jesus, no Piauí, próximo destino da família Almeida. Lá já foi registrada uma temperatura de $44,7^{\circ}\text{C}$, a maior da história do Brasil. Para avaliar o efeito da alta temperatura, Adriana comprou um bloco de ácido acético, extraído de vinagre, cuja massa mede 40 g. Esse bloco estava na geladeira a $5,0^{\circ}\text{C}$ e foi colocado no chão a 40°C . Qual a quantidade de calor absorvido pelo ácido acético até atingir o equilíbrio térmico com o chão a 40°C ?

Dados: temperatura de fusão do ácido acético = $16,6^{\circ}\text{C}$, temperatura de ebulição do ácido acético = $118,0^{\circ}\text{C}$, calor específico (sólido e líquido) = $0,60 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$, calor latente de fusão = 52 cal/g .

- a) 2920 cal b) 3080 cal c) 3120 cal d) 3260 cal

Solução:

Como a temperatura de equilíbrio é maior que a temperatura

de fusão do ácido acético, então o bloco recebe uma quantidade de calor sensível (Q_1) para elevar a temperatura do bloco de 5°C até $16,6^\circ\text{C}$. Depois de chegar à temperatura de fusão o bloco recebe uma quantidade de calor latente (Q_2) que será responsável por fundir o bloco e após se fundir o ácido acético líquido tem sua temperatura elevada de $16,6^\circ\text{C}$ até 40°C pelo calor sensível(Q_3). O calor total absorvido será dado, portanto, por:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q = m_a \cdot c \cdot \Delta T_1 + m \cdot L_f + m_a \cdot c \cdot \Delta T_2$$

$$Q = 40 \cdot 0,6 \cdot (16,6 - 5) + 40 \cdot 52 + 40 \cdot 0,6 \cdot (40 - 16,6) = 40 \cdot 52 + 40 \cdot 0,6 \cdot (40 - 5)$$

$$Q = 2080 + 840 = 2920 \text{ cal}$$

Resposta : item (a)

Problema 16) A família Almeida seguiu mais para o norte, até Alcântara, no Maranhão. Lá existe a melhor base de lançamentos de foguete do Brasil. Devido à sua localização, é possível lançar um foguete com 30% a menos de combustível. Isso ocorre porque ela encontra-se praticamente na linha do Equador, o que lhe dá uma velocidade linear enorme por conta da rotação da Terra. O foguete já sai com parte da velocidade que precisa atingir para

liberar um satélite. Sabendo que o raio da Terra mede 6.400 km, qual a aceleração centrípeta de Alcântara? Use $\pi = 3$.

- a) 360 km/h² b) 400 km/h² c) 420 km/h² d) 500 km/h²

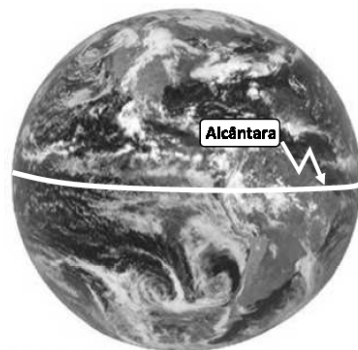


Figura 28: Ilustração da base de Alcântara na superfície da Terra.

Solução:

Como Alcântara está praticamente na linha Equador a distância de Alcântara (A) até o centro da Terra é o próprio Raio da Terra (R). Como Alcântara se move num movimento circular uniforme, a aceleração centrípeta sobre a mesma é dada por:

$$a_{cp} = \frac{v_A^2}{R} = \omega^2 \cdot R = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot R$$

em que $T = 24$ h representa o período de revolução da Terra em torno do seu próprio eixo (período de rotação). Sendo assim, temos:

$$a_{cp} = \frac{4\pi^2}{24^2} \cdot 6400 = \frac{36 \cdot 6400}{24 \cdot 24} = 400 \text{ km/h}^2$$

Resposta : item (b)

Problema 17) A família Almeida usou a estrada de ferro Carajás Parauapebas, no Pará. Com 892 km de extensão, Carajás é a maior ferrovia de passageiros em operação no Brasil. Em um trecho, um trem de 100 toneladas sobe, em movimento retilíneo uniforme, uma ladeira inclinada de 26° (conforme figura). Nessa situação, a força de atrito contrária ao movimento do trem possui um coeficiente de atrito de 0,2. Nesse trecho, qual o valor da força que movimento do trem (força motora)?

Dados: $\sin 26^\circ = 0,4$ e $\cos 26^\circ = 0,9$.

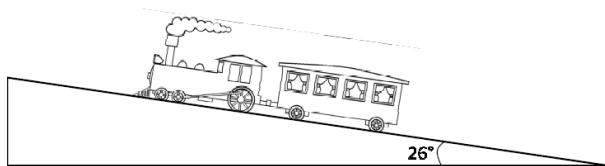


Figura 29: Trem subindo uma ladeira.

- (a) 38 toneladas-força
- (b) 44 toneladas-força
- (c) 52 toneladas-força
- (d) 58 toneladas-força

Solução:

A fig. 30 mostra as forças atuando sobre o trem (representado pelo bloco retangular).

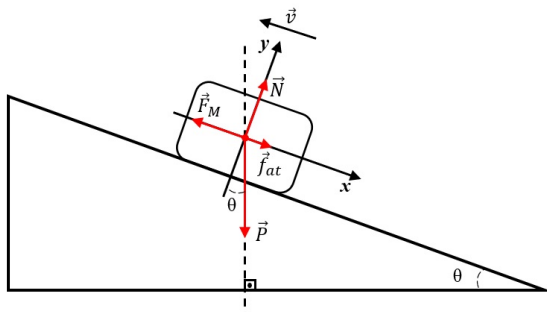


Figura 30: Diagrama de forças para um trem subindo uma ladeira.

Como o trem sobe o plano inclinado com velocidade constante então a força resultante na direção do movimento (x) é nula:

$$f_{at} + P \sen \theta = F_M$$

$$\mu N + P \sen \theta = F_M$$

No eixo y a soma das forças também deve ser nula, daí:

$$N = P \cos \theta$$

Substituindo na equação anterior a expressão para a força normal:

$$\mu P \cos \theta + P \sin \theta = F_M$$

$$[\mu \cos \theta + \sin \theta] \cdot mg = F_M$$

$$[0,2 \cdot 0,9 + 0,4] \cdot 100g = F_M$$

$$F_M = 58g = 58 \text{ toneladas-força}$$

Resposta : item (d)

Problema 18) A caminho para Manaus, a família Almeida cruzou a ponte Phelippe Daou, a maior ponte fluvial estaiada do Brasil. O trecho estaiado é suportado por cabos de aço distribuídos simetricamente em relação ao mastro que fica no centro, conforme figura. Em cada lado, o primeiro cabo está a 74° em relação à horizontal e o último está a 19° em relação à horizontal. De acordo com a pesquisa de Carlos, o primeiro cabo de cada lado teria uma tração de 200 kN. Como a força vertical exercida por cada cabo deve possuir a mesma intensidade, determine a tração do último cabo de cada lado.

Dados: $\sin 74^\circ = 0,96$ e $\cos 74^\circ = 0,28$, $\sin 19^\circ = 0,32$ e $\cos 19^\circ = 0,95$.

- a) 400 kN b) 450 kN c) 500 kN d) 600 kN



Figura 31: Ponte estaiada de Manaus.

Solução:

A fig. 32 mostra a tração no primeiro (T_1) e no último cabo (T_2), bem como a componente vertical de cada um.

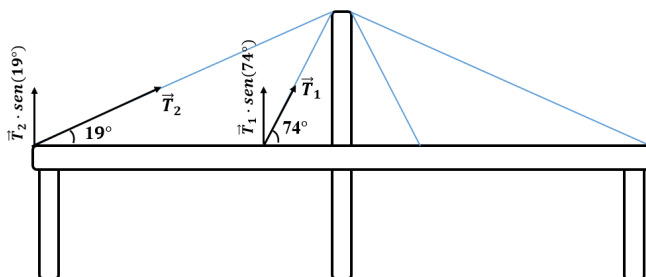


Figura 32: Diagrama de forças sobre a ponte estaiada de Manaus.

Como as componentes verticais devem ser iguais:

$$T_2 \text{ sen}(19^\circ) = T_1 \text{ sen}(74^\circ)$$

Substituindo os valores numéricos e lembrando que $T_1 = 200$ kN, temos:

$$T_2 \cdot 0,32 = 200 \cdot 10^3 \cdot 0,96$$

$$T_2 = 600 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Resposta : item (d)

Problema 19) Saindo de Manaus, a família Almeida contratou um helicóptero para conhecer a Cachoeira do El Dourado, a maior queda d'água do Brasil, no extremo norte do estado. A água inicia a queda com uma velocidade horizontal de 3,0 m/s e desce por 361,25 m de altura até chocar-se com o lago formado na sua base. Se as porções de água tivessem o mesmo comportamento de pontos materiais e a resistência do ar fosse desprezível, qual seria o alcance descrito pela água nesse lançamento horizontal?

Dados: aceleração da gravidade = 10 m/s².



Figura 33: Cachoeira El Dourado.

- a) 18,6 m b) 22,4 m c) 25,5 m d) 28,0 m

Solução:

O movimento descrito pela água pode ser analisado como um movimento horizontal, como mostra a fig. 33.

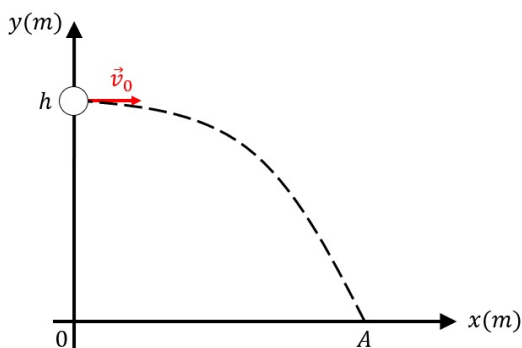


Figura 34: Lançamento horizontal descrito pela água que cai numa cachoeira.

Podemos usar a equação horária da posição vertical y da água para obter o tempo de voo t_v da água, veja:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad y = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$0 = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_v^2 \quad \Rightarrow \quad t_v = \left(\frac{2h}{g} \right)^{1/2}$$

No eixo x o movimento é uniforme e sua equação horária é dada por:

$$x = v_{0x} \cdot t \quad \Rightarrow \quad t_v = \frac{A}{v_0}$$

em que A é o alcance horizontal e v_0 a velocidade inicial da água no topo da cachoeira. Substituindo o tempo de voo obtido anteriormente, temos:

$$A = \left(\frac{2h}{g} \right)^{1/2} \cdot v_0 \quad \Rightarrow \quad A = \left(\frac{2 \cdot 362,25}{10} \right)^{1/2} \cdot 3 = 25,5 \text{ m}$$

Resposta : item (c)

Problema 20) A viagem de volta a Porto Alegre foi feita em um Boeing 767. De acordo com pesquisa de Adriana, as asas dessa aeronave possuem uma área total de 300 m^2 . Quando levantou voo em Manaus, a temperatura média 32°C . Durante o voo, a temperatura no ar externo ao avião era de 2°C . A couraça desse avião era feita de um aço cujo coeficiente de dilatação linear media . Qual a contração das asas desse avião durante o voo, comparando com a situação que estava em Manaus?

Dados: considere que a couraça desse avião encontra-se sempre em equilíbrio térmico com o ambiente externo ao avião.

- a) $0,192 \text{ m}^2$ b) $0,216 \text{ m}^2$ c) $0,284 \text{ m}^2$ d) $0,308 \text{ m}^2$

Solução:

A variação de área ΔS das asas é dada por:



Figura 35: Ilustração de um avião.

$$\Delta S = S_0 \beta \Delta T,$$

em que S_0 é a área inicial das asas, $\beta = 2\alpha$ é o coeficiente de dilatação superficial do aço e ΔT a variação de temperatura sofrida pelas asas. Substituindo os valores do enunciado, temos:

$$\Delta S = S_0(2\alpha)(T - T_0)$$

$$\Delta S = (300\text{m}^2)(2 \cdot 12 \cdot 10^{-6}\text{°C}^{-1})(2\text{°C} - 32\text{°C})$$

$$\Delta S = -0,216\text{m}^2$$

O sinal negativo indica que as asas sofrem uma contração uma vez que a variação de temperatura também é negativa.

Resposta : item (b)

1^a fase

Nível C

Problema 1) Uma família de Porto Alegre (RS) poupou dinheiro durante anos para fazer uma grande viagem pelo Brasil, no intuito de conhecer as suas maravilhas. Adriana e Carlos, os filhos do casal Almeida, ficaram responsáveis pela escolha dos lugares. Eles escolheram, como primeira parada, a cidade mais fria do Brasil: Urupema, no estado vizinho. Nessa cidade, já foi registrada uma temperatura de $-8,8^{\circ}\text{C}$. Adriana tinha levado dois casacos: um era constituído por um tecido de lã cuja espessura mede 2,4 mm e o outro, por um tecido de poliéster cuja espessura mede 1,8 mm. Qual desses casacos Adriana deve usar para se proteger do frio com maior eficiência?

Dados: condutividade térmica da lã = $0,04 \text{ W/mK}$, condutividade térmica do poliéster = $0,03 \text{ W/mK}$.

- (a) O casaco de lã é mais eficiente.
- (b) O casaco de poliéster é mais eficiente.
- (c) Os dois são igualmente eficientes.
- (d) Não é possível definir qual o casaco é o mais eficiente.

Solução:

A equação do fluxo de calor (calor por unidade de tempo) é dada pela Lei de Fourier $P_{\text{cond}} = kA\Delta T/e$ em que k é a condutividade térmica, A a área de seção transversal pela qual ocorre o fluxo de calor, ΔT é a diferença de temperatura entre as faces da área e “ e ” a espessura do casaco. Assim:

$$P_{\text{cond}}^{\ell} = k_{\ell}A_{\ell}\Delta T_{\ell}/e_{\ell}$$

$$P_{\text{cond}}^p = k_p A_p \Delta T_p / e_p$$

em que o índice ℓ refere-se ao casaco de lã e o índice p ao casaco de poliéster.

Pelo enunciado temos que a diferença de temperatura a que são submetidos os casacos (entre o corpo e o ambiente externo) dos casacos são iguais. Vamos considerar que os dois casacos tem a mesma forma e tamanho e assim suas áreas serão iguais. Substituindo os valores numéricos:

$$P_{\text{cond}}^{\ell} = (0,04)A\Delta T_{\ell}/0,0024 = 16,67A\Delta T$$

$$P_{\text{cond}}^p = (0,03)A\Delta T_p/0,0018 = 16,67A\Delta T$$

Note que o fluxo de calor é igual para ambos os casacos.

Resposta : item (c)

Problema 2) Você sabe qual o maior edifício do Brasil? É a torre 1 do *Yachthouse Residence Club*, localizada no balneário Camboriú, em Santa Catarina, com 276 m de altura e 81 andares. Carlos escolheu essa parada por adorar construções, principalmente o funcionamento dos elevadores. Ele conseguiu visitar a casa de máquinas dos elevadores desse edifício. O engenheiro que acompanhou Carlos nessa visita montou o esquema simplificado do mecanismo dos elevadores (fig. 36). Ele disse que o elevador (E) possui um contrapeso (C), funcionando como uma adaptação da

“máquina de Atwood”. Essa adaptação ocorre por causa da presença do motor (M) que provoca uma diferença entre as trações nas extremidades do cabo que se conectam ao contrapeso e ao elevador. No esquema, o elevador tinha 1.200 kg e o contrapeso tinha 800 kg. Mostrou que para tirar o elevador do repouso e colocá-lo para subir, a diferença entre as trações seria de 9.000 N. Calcule a aceleração do elevador para o esquema criado pelo engenheiro.

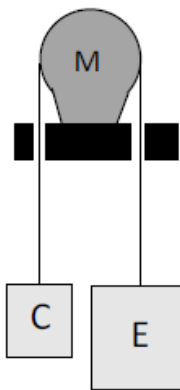


Figura 36: Máquina de Atwood com motor provocando uma diferença de tração dos dois lados do fio.

Dados: aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze o atrito.

- a) $2,0 \text{ m/s}^2$ b) $2,5 \text{ m/s}^2$ c) $3,0 \text{ m/s}^2$ d) $3,5 \text{ m/s}^2$

Solução:

A fig. 37 seguinte mostra o diagrama das forças que atuam em cada um dos corpos.

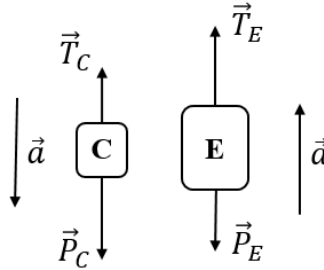


Figura 37: Diagrama de corpo livre para os corpos C e E .

Aplicando a 2ª lei de Newton para o corpo C temos:

$$P_C - T_C = M_C \cdot a$$

Para o corpo E temos:

$$T_E - P_E = M_E \cdot a$$

Embora as trações sejam diferentes o cabo que une o elevador ao contrapeso é o mesmo, e o consideraremos indeformável, assim o módulo da aceleração dos dois é a mesma $a_C = a_E = a$.

Para escrever as equações anteriores consideramos que o bloco C terá aceleração para baixo enquanto o elevador E para cima como indicado no enunciado. Somando as duas equações obtemos:

$$(P_C - P_E) + (T_E - T_C) = (M_E + M_C) \cdot a$$

$$\Rightarrow a = \frac{(P_C - P_E) + (T_E - T_C)}{(M_E + M_C)}$$

Substituindo os valores numéricos:

$$a = \frac{(8000 - 12000) + 9000}{1200 + 800} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Resposta : item (b)

Problema 3) Seguindo sua viagem, a família Almeida seguiu para o Paraná no intuito de conhecer a maior hidroelétrica do Brasil e a segunda maior do mundo: Itaipu. Os números desse monumento da engenharia moderna são impressionantes. Carlos sempre teve curiosidade de saber sobre como a energia elétrica é transportada da usina até as cidades. Um engenheiro que estava orientando a visita da família Almeida fez um esquema simplificado (figura abaixo) para explicar como Itaipu alimenta a cidade de Chapecó. Existe um circuito composto por Itaipu, Chapecó e dois fios de transmissão. Itaipu funciona como um gerador ideal cuja força eletromotriz mede 18 kV. Chapecó funciona como um receptor ideal cuja força contra-eletromotriz mede 12 kV. Os fios de transmissão são feitos de cobre e possuem uma seção transversal de área igual a 9 mm^2 . Sabendo que a resistividade do cobre mede $1,8 \cdot 10^{-2} \Omega \cdot \text{mm}^2 \text{m}^{-1}$. Qual é a potencia consumida por Chapecó nesse esquema?

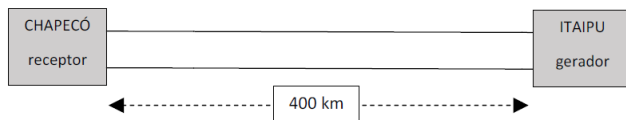


Figura 38: Modelo de uma linha de transmissão Itaipú - Chapecó.

- a) 30 kW b) 35 kW c) 40 kW d) 45 kW

Solução:

A fig. 39 mostra o circuito elétrico do esquema mostrado no problema.

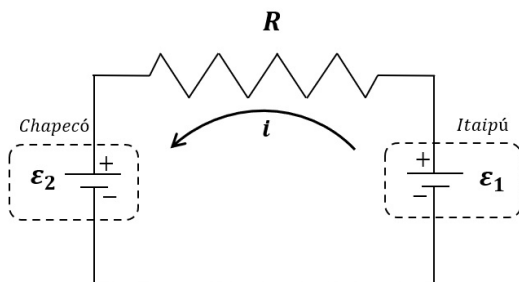


Figura 39: Diagrama do circuito elétrico explorado no problema.

Inicialmente vamos calcular a resistência elétrica do comprimento total dos fios ($L = 400 \cdot 10^3$ m). A resistência elétrica é dada por:

$$R = \rho \frac{L}{A},$$

em que ρ é a resistividade elétrica do material de que são feitos os

fios, A é a área transversal dos fios e L o comprimento dos fios. Substituindo os valores numéricos obtemos:

$$R = 1,8 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{400 \cdot 10^3}{9} = 1600\Omega$$

Como Chapecó trabalha como um receptor a polaridade da força contra eletromotriz (ε_2) está invertida em relação à Força eletromotriz de Itaipu (ε_1).

$$i = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R} = \frac{(18 - 12) \cdot 10^3}{1600} = 3,75 \text{ A}$$

A potência consumida por Chapecó é dada por:

$$P = \varepsilon_2 i = 12 \cdot 10^3 \cdot 3,75 = 45 \cdot 10^3 \text{ W} = 45 \text{ kW}$$

Resposta : item (d)

Problema 4) A família Almeida cruzou dois estados para chegar à cidade mais alta do Brasil: Campos do Jordão (SP). A primeira ação que Adriana quis fazer nessa cidade que fica a 1628 m de altitude é medir sua pressão atmosférica. Para isso, ela queria utilizar uma versão do barômetro de Torricelli (figura ao lado), entretanto não tinha mercúrio suficiente. No lugar de mercúrio, ela usou éter, cuja pressão de vapor era 58,6 kPa na temperatura em que se encontrava. A coluna de éter, além da superfície sob pressão atmosférica, media 2,0 metros. A pressão atmosférica de Campos do Jordão no momento da medição tinha o valor de:

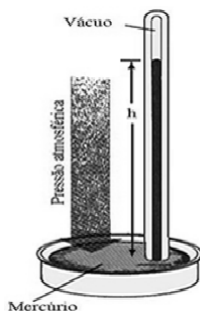


Figura 40: Modelo de um barômetro de Torricelli.

- a) 72,8 kPa b) 76,4 kPa c) 80,4 kPa d) 86,7 kPa

Dados: densidade do éter = 710 kg/m^3 , aceleração da gravidade = 10 m/s^2 .

Solução:

Pelo teorema de Stevin a pressão no ponto A , conforme mostrado na fig. 41, é dada por:

$$p_A = \rho \cdot g \cdot h + p_V,$$

em que p_v é a pressão de vapor do éter. Escolhendo o ponto A no mesmo nível da superfície livre do líquido sabemos que $p_A = p_B = p_0$, então:

$$p_0 = 710 \cdot 10 \cdot 2 + 58,6 \cdot 10^3 = (14,2 + 58,6) \cdot 10^3 = 72,8 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 72,8 \text{ kPa}$$

Resposta : item (a)

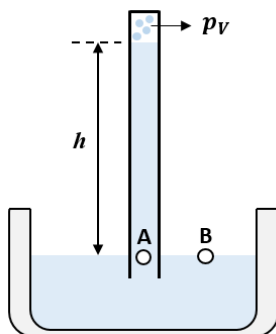


Figura 41: Indicações dos pontos de pressão num barômetro de Torricelli.

Problema 5 (Problema 10 - Nível B - modificado)) No Rio de Janeiro, a família Almeida foi em busca de uma raridade que veio do espaço: o meteorito de Bendegó, o maior do Brasil, com 5 toneladas. Foi encontrado no sertão da Bahia e hoje se encontra no Museu Nacional da Quinta de Boa Vista. Sua colisão com a Terra não alterou significativamente o movimento da Terra.



Figura 42: Colisão entre um meteorito e o satélite Aegaeon.

Se o Bendegó atingisse o menor satélite de Júpiter, Aegaeon, no sentido contrário ao seu movimento, teria alterado a velocidade

desse satélite que passaria de 15,2357 km/s para 15,2356 km/s. Desprezando o aumento de massa dessa satélite ao absorver o Bendegó, calcule a velocidade do Bendegó enquanto estava cruzando o espaço.

Dados: massa de Aegaeon = 10 toneladas.

- a) 1×10^3 km/s b) 2×10^3 km/s c) 3×10^3 km/s
d) 4×10^3 km/s

Solução:

Consideremos que os outros corpos celestes estão muito mais distantes que a distância que separa o satélite Aegaeon e o meteorito para que possamos tratar o sistema como isolado.

Podemos usar a conservação do momento linear para este choque:

$$p_i = p_f \quad \Rightarrow \quad m_m v_m^i - m_A v_A^i = -m_m v_m^f - m_A v_A^f$$

Como o satélite Aegaeon absorve o meteorito o choque é inelástico e ainda devemos ignorar o aumento da massa do satélite:

$$m_m v_m^i - m_A v_A^i = -m_a v_A^f \quad \Rightarrow \quad m_m v_m^i = m_A (v_A - v_A^f)$$

Substituindo os valores numéricos:

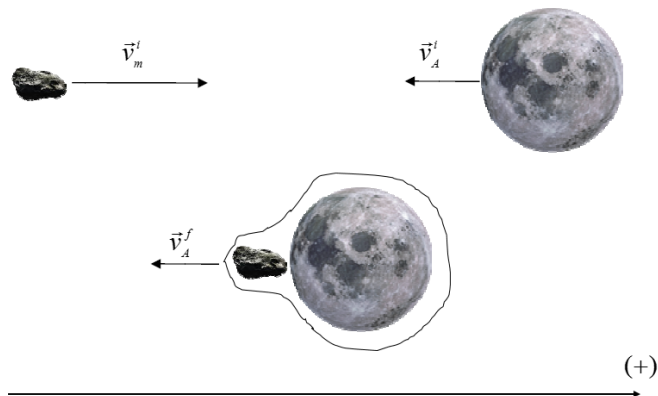


Figura 43: Ilustração das situações antes (acima) e depois (abaixo) da colisão do meteoro com Aegaeon.

$$5v_m^i = 10^8(15,2357 - 15,2356)$$

$$5v_m^i = 10^8(1,0 \cdot 10^{-4})$$

$$v_m^i = 2,0 \cdot 10^3 \text{ km/s}$$

Resposta : item (b)

Problema 6) Problema 06 - Nível B - modificado Saindo do Rio de Janeiro a família Almeida voou para o oeste até o Pantanal do Mato Grosso. Essa região é uma das mais alagadas do planeta. Carlos era fascinado por um animal típico da região: a onça pintada. Ela é o maior felino do continente Americano e gosta de nadar. A família Almeida visitou um centro de tratamento de animais e encontrou uma onça como paciente. O veterinário pediu para tomar cuidado ao se aproximar da gradada jaula porque a

onça avança rapidamente, podendo desenvolver uma aceleração de $12,6 \text{ m/s}^2$ durante $0,6 \text{ s}$ a partir do repouso. Carlos queria converter essa informação em distância. A que distância da grade a onça deve estar para que em $0,6 \text{ s}$ ela chegue até a grade, a partir do repouso, desenvolvendo essa aceleração?



Figura 44: Ilustração do deslocamento de uma onça pintada presa em uma jaula.

Solução:

Como o movimento da onça é uniformemente variado então a equação de movimento é:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

Como a onça parte do repouso $v_0 = 0 \text{ m/s}$ e $a = 12\text{m/s}^2$, então seu deslocamento pode ser escrito como:

$$\Delta x = x - x_0 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 0,6^2 = 2,16 \text{ m.}$$

Resposta : item (d)

Problema 7) Depois do Pantanal, a família Almeida seguiu para o estado vizinho, Goiás, a fim de conhecer o maior lago artificial do Brasil e o segundo do mundo: o lago da Serra da Mesa com 1784 km^2 de superfície. Ao meio dia, sem vento, a água fica totalmente parada e sua superfície vira um espelho convexo com o centro de curvatura C no centro da Terra, a 6 mil km.

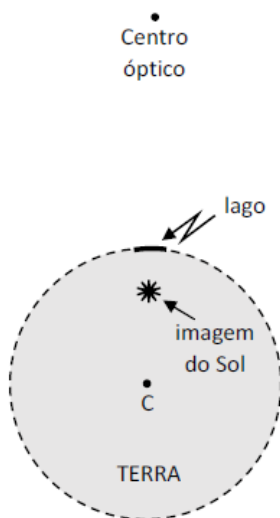


Figura 45: Ilustração da formação de uma imagem num lago calmo.

A família Almeida chegou nesse lago no dia que o Sol ficava exatamente a pino (na vertical sobre o lago). O Sol está no infinito físico, portanto a sua imagem formada por reflexão na água deveria ficar no centro da Terra. Contudo, Adriana estimou que essa imagem fica a 4 mil km do Centro da Terra. Isso acontece

porque a atmosfera age na luz solar como uma lente. Se o centro óptico da atmosfera fica a 15 mil km de altitude, qual a distância focal associada à atmosfera usando a estimativa de Adriana como base?

Obs.: Na verdade, Adriana fez uma estimativa errada.

- a) 8 mil km b) 10 mil km c) 12 mil km d) 16 mil km

Solução:

No enunciado é dito que o lago atua como um espelho convexo. Por conta disso, o foco desse espelho deveria ter um valor igual a metade do raio da Terra. No entanto, é dito que a imagem do Sol deveria se formar no centro da Terra, o que é uma contradição pois o foco e o centro do espelho não coincidem. Vamos assumir na resolução deste problema que o foco do espelho é $f_E = 6$ mil km para estar de acordo com o enunciado.

Para a lente o Sol está no infinito e assim terá sua imagem formada no seu foco. Esta imagem da lente será o objeto para o espelho esférico. A fig. 46 ilustra a situação descrita no problema.

Para o espelho esférico temos:

$$\frac{1}{f_E} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'},$$

em que o foco do espelho esférico é $f_E = -6$ mil km) conforme dito no enunciado (onde a imagem do Sol se formaria). A posição da segunda imagem é $p' = -(6 - 4) = -2$ mil km. A posição da

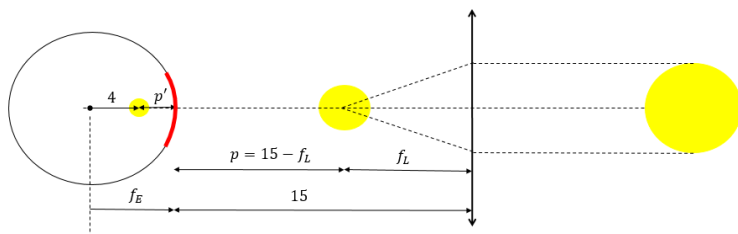


Figura 46: Ilustração do sistema óptico utilizado no problema.

1 imagem do Sol (que era objeto para o espelho esférico) está na posição $p = 15 - f_L$. Portanto:

$$-\frac{1}{6} = \frac{1}{15 - f_L} - \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{15 - f_L} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \quad f_L = 12 \text{ mil km}$$

Resposta : item (c)

Problema 8) Saindo de Goiás para a Minas Gerais, a família Almeida chega a Pirapora para navegar no Rio São Francisco. Alugaram uma lancha para seguir até Juazeiro da Bahia. A lancha tinha 800 kg (com as pessoas e a bagagem). À medida que a velocidade aumenta, a lancha tende a levantar, diminuindo a área da seção transversal imersa na água conforme a relação $A = 2 - 0,05V$ onde V é a velocidade em m/s. A força de resistência que a água exerce na lancha $R = 20AV$, onde V aparece em m/s e A é usada em m^2 . Determine a velocidade máxima com que a lancha pode manter-se em movimento uniforme, sabendo que

nesta situação, a força motora oriunda da interação entre a hélice e a água mede 336 N.



Figura 47: Lancha em movimento no mar.

- a) 12 m/s b) 16 m/s c) 20 m/s d) 28 m/s

Solução:

Para manter a velocidade constante a resultante das forças que atuam na lancha deve ser nula. Assim, no instante considerado, a força de resistência da água tem módulo igual ao da força motora.

$$R = F_M = 336 \text{ N}$$

Substituindo a expressão da área na expressão de R teremos:

$$20 \cdot (2 - 0,05V) \cdot V = 336 \quad \Rightarrow \quad V^2 - 40V + 336 = 0$$

Para a equação do segundo grau temos $\Delta = 256$ e suas raízes são:

$$V = \frac{40 \pm 16}{2} = 28 \text{ m/s ou } 12 \text{ m/s.}$$

Como a questão pede a maior velocidade para que a situação ocorra então o valor máximo da velocidade é 28 m/s.

Resposta : item (d)

Problema 9 (Problema 14 - Nível B)) Chegando em Juazeiro, a família Almeida seguiu para Campo Formoso, ainda na Bahia, para conhecer a Toca da Boa Vista, a segunda maior caverna do mundo com 100 km de extensão. Quando estavam percorrendo uma das trilhas da caverna, o guia satisfez um pedido de Carlos. Todas as luzes foram desligadas, exceto uma vela cuja chama tinha 3 cm de comprimento vertical. Carlos pegou uma lente convergente cuja distância focal mede 2 m e a posicionou entre a vela e uma parede da caverna. Quando a lente ficou a exatos 2,5 m da vela, uma imagem astigmática foi produzida na parede da caverna. Qual o comprimento vertical da chama projetada na parede?

- a) 12 cm b) 15 cm c) 18 cm d) 21 cm

Solução:

A fig. 54 ilustra a situação descrita no problema.

A equação de Gauss para a lente é:

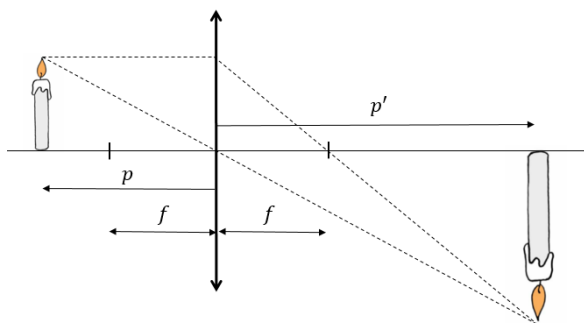


Figura 48: Ilustração da formação da imagem de uma vela por uma lente esférica.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

em que p é a distância entre a lente e o objeto e p' é a distância entre a lente e a parede da caverna onde a imagem é projetada. Substituindo os valores do enunciado:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2,5} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2,5} = 0,5 - 0,4 = 0,1 = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow p' = 10 \text{ m}$$

O aumento linear transversal A é dado por

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

em que i é a altura da imagem e o a altura do objeto. Note que para o aumento transversal linear podemos usar tanto o tamanho

do objeto como apenas uma parte dele (como por exemplo apenas a chama). Neste caso:

$$A = \frac{i}{3} = -\frac{10}{2,5} \quad \Rightarrow \quad i = -12 \text{ cm}$$

O sinal negativo indica que a imagem é invertida em relação ao objeto.

Resposta : item (a)

Problema 10) A cidade mais quente do Brasil é Bom Jesus, no Piauí, próximo destino da família Almeida. Lá já foi registrada uma temperatura de $44,7^{\circ}\text{C}$, a maior da história do Brasil. Para avaliar o efeito da alta temperatura, Adriana comprou um bloco de ácido acético, extraído de vinagre, cuja massa mede 40 g. Esse bloco estava na geladeira a $5,0^{\circ}\text{C}$ e foi colocado no chão a 40°C . Se a potência térmica de absorção de calor pelo ácido acético até atingir o equilíbrio térmico mediu 160 W, quanto tempo levou para essa amostra entrar em equilíbrio com o chão?

Dados: temperatura de fusão do ácido acético = $16,6^{\circ}\text{C}$, temperatura de ebulição do ácido acético = $118,0^{\circ}\text{C}$, calor específico (sólido e líquido) = $0,60 \text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$, calor latente de fusão = 52 cal/g , equivalente mecânico: $1 \text{ cal} = 4 \text{ J}$.

- a) 1 min e 13 s b) 1 min e 24 s c) 1 min e 48 s d) 2 min e 6 s

Solução:

Sabemos que a potência (P) é dada pela razão entre a energia recebida (Q_{rec}) pelo intervalo de tempo temos:

$$P = \frac{Q_{\text{rec}}}{\Delta t}$$

Vamos inicialmente determinar a energia recebida pelo bloco. Como a temperatura de equilíbrio é maior que a temperatura de fusão do ácido acético, então o bloco recebe uma quantidade de calor sensível (Q_1) para elevar a temperatura do bloco de 5°C até $16,6^\circ\text{C}$. Depois de chegar à temperatura de fusão o bloco recebe uma quantidade de calor latente (Q_2) que será responsável por fundir o bloco e após se fundir o ácido acético líquido tem sua temperatura elevada de $16,6^\circ\text{C}$ até 40°C pelo calor sensível(Q_3). O calor total absorvido será dado, portanto, por:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q = m_a \cdot c \cdot \Delta T_1 + m \cdot L_f + m_a \cdot c \cdot \Delta T_2$$

$$Q = 40 \cdot 0,6 \cdot (16,6 - 5) + 40 \cdot 52 + 40 \cdot 0,6 \cdot (40 - 16,6)$$

$$Q = 40 \cdot 52 + 40 \cdot 0,6 \cdot (40 - 5)$$

$$Q = 2080 + 840 = 2920 \text{ cal}$$

Agora que já calculamos a energia recebida calcularemos o tempo gasto, lembrando de converter a energia de calorias para joule:

$$\Delta t = \frac{Q_{\text{rec}}}{P} = \frac{2920 \times 4}{160} = 73 \text{ s}$$

Resposta : item (a)

Problema 11) A família Almeida seguiu mais para o norte até Alcântara, no Maranhão. Lá existe a melhor base de lançamentos de foguete do Brasil. Devido à sua localização, é possível lançar um foguete com 30% menos de combustível. Isso ocorre porque ela encontra-se praticamente na linha do Equador, o que lhe dá uma velocidade linear enorme por conta da rotação da Terra. O foguete já sai com 444 m/s, parte da velocidade que precisa atingir para liberar um satélite. Qual a velocidade que um satélite deve ser liberado para orbitar descrevendo uma trajetória circular em torno da Terra com raio de 10.000 km?

Dados: constante da gravitação universal = $6 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, massa da Terra = $6 \times 10^{24} \text{ kg}$.

- a) 2000 m/s b) 3000 m/s c) 4000 m/s d) 6000 m/s

Solução:

Para orbitar o planeta a uma distância $R = 10.000 \text{ km}$ do centro da Terra, a força gravitacional sobre o satélite deve ser a resultante centrípeta nesta órbita circular, o que nos leva a:



Figura 49: Satélite em órbita ao redor da Terra.

$$F_G = R_{cp} \Rightarrow \frac{GmM}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$$

em que

$m \rightarrow$ é a massa do foguete

$M \rightarrow$ é a massa da Terra

$R \rightarrow$ é o raio da órbita do foguete até o centro da Terra

$v_i \rightarrow$ é a velocidade do foguete na órbita circular

$G \rightarrow$ é a constante da gravitação universal

Sendo assim:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{10^7}} = 6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Resposta: item (d)

Problema 12) A família Almeida usou a estrada de ferro Carajás Parauapebas, no Pará. Com 892 km de extensão, Carajás é a maior ferrovia de passageiros em operação no Brasil. Em um trecho, um trem de 100 toneladas sobe, em movimento retilíneo

uniforme, uma ladeira inclinada de 26° (conforme figura) mantendo constante a velocidade de 5 m/s. Nessa situação, a força de atrito contrária ao movimento do trem possui um coeficiente de atrito de 0,2. Nesse trecho, qual a potência útil realizada pelo motor do trem?

Dados: $\sin 26^\circ = 0,4$ e $\cos 26^\circ = 0,9$, aceleração da gravidade = 10 m/s^2 .

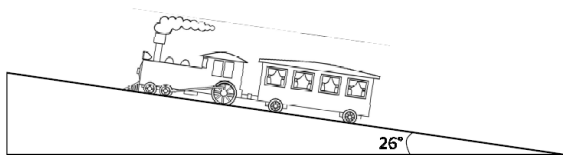


Figura 50: Trem subindo uma ladeira.

- a) 2,5 MW b) 2,9 MW c) 3,2 MW d) 3,6 MW

Solução:

Sabemos que a potência média de uma força é:

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

em que $W = F \cdot d \cdot \cos(\theta)$. Assim:

$$\bar{P} = F \cdot v_m \cos(\theta)$$

Desta forma devemos calcular a força motriz do trem.

A fig. 51 mostra as forças atuando sobre o trem (representado pelo bloco retangular).

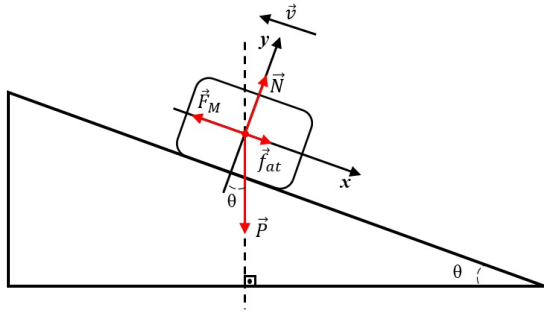


Figura 51: Diagrama de forças para um trem subindo uma ladeira.

Como o trem sobe o plano inclinado com velocidade constante então a força resultante na direção do movimento (x) é nula:

$$f_{at} + P \sen \theta = F_M$$

$$\mu N + P \sen \theta = F_M$$

No eixo y a soma das forças também deve ser nula, daí:

$$N = P \cos \theta$$

Substituindo na equação anterior a expressão para a força normal:

$$\mu P \cos \theta + P \sen \theta = F_M$$

$$[\mu \cos \theta + \operatorname{sen} \theta] \cdot mg = F_M$$

$$[0,2 \cdot 0,9 + 0,4] \cdot 100g = F_M$$

$$F_M = 58g = 58 \text{ toneladas-força} = 5,8 \cdot 10^5 \text{ N}$$

Pelo enunciado da questão a velocidade com que o trem se desloca é constante e assim $v = v_m$. Como consideramos a força motriz F_M paralela ao plano esta já é a força efetiva e assim o ângulo entre a força e o deslocamento do trem é $\theta = 0^\circ$. Sendo assim, a potência média desenvolvida é:

$$\bar{P} = 5,8 \cdot 10^5 \cdot 5 = 2,9 \cdot 10^6 \text{ sW}$$

Resposta : item (b)

Problema 13) A caminho para Manaus, a família Almeida cruzou a ponte fluvial estaiada do Brasil, ou seja, um dos seus trechos é sustentado por cabos presos a mastros. Essas pontes devem ser bem planejadas, pois elas podem oscilar de forma a entrar em colapso como aconteceu com a ponte de Tacoma nos Estados Unidos da América. No caso de Tacoma, a ponte era muito flexível e os mastros A e B eram seus pontos fixos, conforme fig. 52. Certo dia, um vento forte estava alterando sua intensidade em um ritmo de 0,25 Hz, entrando em ressonância com o trecho AB da ponte no

seu segundo harmônico. A amplitude de oscilação foi aumentando até que a ponte não suportou. Se a distância entre os mastros A e B mede 120 m, qual a velocidade da onda associada ao segundo harmônico do trecho AB da ponte?



Figura 52: Diagrama da ponte de Tacoma e seus mastros A e B .

- a) 30 m/s b) 40 m/s c) 50 m/s d) 60 m/s

Solução:

Vamos considerar que os pontos A e B sejam nós de uma onda estacionária, veja a fig. 53. A frequência de oscilação da ponte é:

$$f_N = N \frac{v}{2L}$$

em que v é a velocidade da onda e L é o comprimento da região em que a onda estacionária se forma. Como a ponte oscila no 2º harmônico então $N = 2$.

Logo:

$$v = \frac{2Lf_N}{N} = \frac{2 \cdot 120 \cdot 0,25}{2} = 30 \text{ m/s}$$

Resposta : item (a)

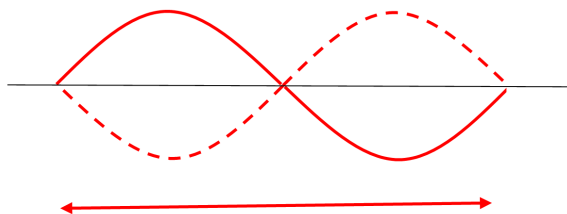


Figura 53: Ilustração do 2 harmônico formado na ponte.

Problema 14) Saindo de Manaus, a família Almeida contratou um helicóptero para conhecer a Cachoeira do El Dourado, a maior queda d'água do Brasil, no extremo norte do estado. A água inicia a queda com uma velocidade horizontal de 17 m/s e desce por 361,25 m de altura até chocar-se com o lago formado na sua base. Se as porções de água tivessem o mesmo comportamento de pontos materiais e a resistência do ar fosse desprezível, qual seria a tangente do ângulo formado pela velocidade final e a horizontal?

Dados: aceleração da gravidade = 10 m/s²

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 10

Solução:

O movimento da partícula no eixo y é uniformemente variado de modo que podemos calcular o módulo da componente vertical da velocidade pela seguinte equação:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta y = 0 + 2 \cdot 361,25$$

$$v_y^2 = 85 \text{ m/s}$$

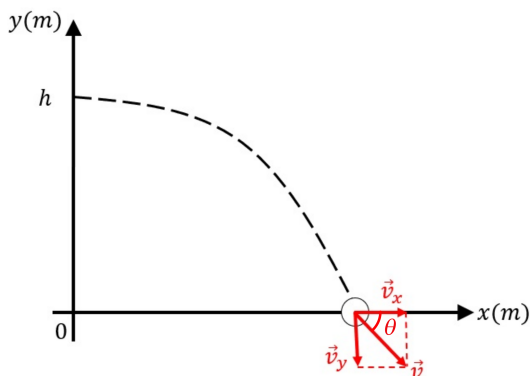


Figura 54: Ângulo de chegada num lançamento horizontal.

No eixo x o movimento é uniforme de modo que $v_x = v_0$ e assim a tangente do ângulo de chegada θ é:

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{85}{17} = 5$$

Resposta : item (c)

Problema 15) A viagem de volta a Porto Alegre foi feita de avião. Quando o avião estava chegando a São Paulo, onde a família Almeida iria mudar de avião, a aeronave entrou em uma nuvem de trovoadas. Existiu uma chuva de clarões que indicavam a presença de raios entre as nuvens. Adriana ficou aterrorizada com aquela situação, pensando que o avião poderia perder o controle devido

à ação das cargas elétricas distribuídas pelas nuvens ao redor do avião. Carlos tratou de acalmar a irmã dizendo que a superfície externa do avião era condutora e que, por isso, possui uma propriedade que impede a interferência dos efeitos de cargas elétricas externas ao avião nos sistemas eletrônicos internos do mesmo. Que propriedade é essa?

- (a) Poder das pontas.
- (b) Blindagem eletrostática.
- (c) Baixa absorvidade.
- (d) Alta refletividade.

Solução:

Sabemos do eletromagnetismo que a carga líquida em um condutor elétrico em equilíbrio eletrostático se concentra na superfície externa deste condutor. Pela lei de Gauss é possível mostrar que campo elétrico que esta carga produz no interior do condutor é nulo. Nulo também é o campo no interior do condutor por uma carga externa ao condutor. Assim, sendo a superfície externa do avião de metal, o seu interior estará protegido dos efeitos elétricos de cargas externas e assim protegido devido a um *blindagem eletrostática*.

Resposta : item (b)

2^a fase

Nível A

Problema 1) Em 1859, o escocês William Rankine criou uma escala de temperatura absoluta adotando o zero no mesmo estado térmico do zero da escala Kelvin, mas usando o tamanho da unidade igual ao da escala Fahrenheit. Assim, foi criada a escala Rankine cuja unidade foi simbolizada por R. Neste contexto, sabe-se que a água entra em solidificação a 0°C , 32°F e 273 K , que entra em ebulição a 100°C , 272°F e 373 K e que 0 R equivale a -273°C . Com esses dados:

- (a) lembrando como se estabelece a equação que relaciona as escalas Fahrenheit e Celsius, obtenha a equação que relaciona o valor de uma temperatura na escala Celsius, T_c , com o valor da mesma temperatura na escala Rankine, T_R .
- (b) determine a temperatura que é representada por um valor na escala Rankine igual a 10 vezes o valor na escala Celsius. Apresente o resultado na escala Celsius sem casas decimais.

Solução:

(a)

Como a escala Rankine usa o mesmo tamanho da unidade da escala Fahrenheit então começaremos com a relação entre Celsius e Fahrenheit, veja a fig. 55. Como as escalas são lineares os intervalos de temperaturas em uma e na outra são proporcionais:

$$\frac{t_F - 32}{212 - 32} = \frac{t_C - 0}{100 - 0} \Rightarrow t_F = \frac{9}{5}t_C + 32$$

Para a temperatura de -273°C :

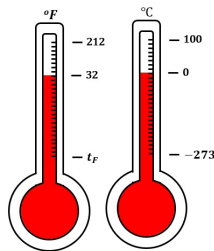


Figura 55: Relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit.

$$t_f = \frac{9}{5}(-273) + 32 \Rightarrow t_F = -459^\circ\text{F}$$

Note que na escala Fahrenheit entre -459 e 32 há $32 - (-459) = 491$ intervalos e de 32 para 212 há 180 intervalos, totalizando 671 intervalos.

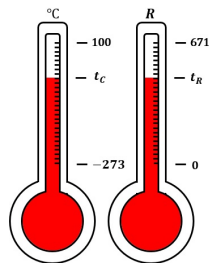


Figura 56: Relação entre as escalas Celsius e Rankine.

Agora já podemos construir a escala Rankine e a comparar com a escala Celsius. Teremos, de acordo com a fig. 56:

$$\frac{t_C - (-273)}{100 - (-273)} = \frac{t_R - 0}{671 - 0} \Rightarrow \frac{t_C + 273}{373} = \frac{t_R}{671} \Rightarrow t_R = \frac{671}{373}(t_C + 273)$$

(b)

Substituindo a relação proposta no enunciado, $t_R = 10t_C$, na equação anterior teremos:

$$10t_C = \frac{671}{373} (t_C + 273) \Rightarrow 3730t_C = 671T_C + 183183$$

$$\Rightarrow 3059t_C = 183183$$

$$\Rightarrow t_C \approx 60^\circ\text{C}$$

Problema 2) Cremalheira é uma barra dentada em conjunto com uma engrenagem a ela ajustada, conforme imagem abaixo. Elas são usadas para movimentar grande parte dos portões automáticos. A barra dentada fica presa aos portões e a engrenagem fica presa ao eixo de um motor elétrico fixo no solo. O motor gira a engrenagem que faz a barra dentada e o portão se moverem. Assim, o movimento de rotação é transformado em movimento de translação.

Digamos que uma cremalheira seja formada por uma engrenagem de 4 cm de diâmetro e uma barra dentada de 2,4 metros de extensão. A engrenagem está presa ao eixo de um motor e a barra dentada está presa a um portão. Nessa circunstância, ao ligar o motor, o eixo da engrenagem rotaciona na razão de 90° por segundo. Caso necessário, use $\pi = 3$.



Figura 57: Ilustração de uma cremalheira.

Imagem: <http://www.pozelli.ind.br/engrenagem-cremalheira>

- (a) Quanto tempo leva para o portão fechar totalmente, considerando que toda a barra, de uma extremidade a outra, passe pela engrenagem.
- (b) Diferente de uma cremalheira, o deslocamento associado à rotação da Lua é desvinculado do deslocamento associado à translação da Lua; entretanto os dois movimentos possuem o mesmo período. Sendo assim, qual a velocidade de rotação da Lua, em km/h, se a Lua completa sua translação em torno da Terra em 30 dias?

Dados: raio da Lua $R_L = 1740$ km. Considere a velocidade de rotação como a velocidade de qualquer ponto da Lua que descreva uma circunferência de raio igual a R_L em relação ao eixo de rotação da Lua.

Solução:

(a)

Como não há escorregamento entre a cremalheira e o portão a velocidade linear dos pontos A e C são iguais, veja a fig. 58. Neste

caso, podemos escrever as seguintes relações:

$$v_C = v_A \Rightarrow \omega \cdot R = v_A = \frac{\Delta S_A}{\Delta t}$$

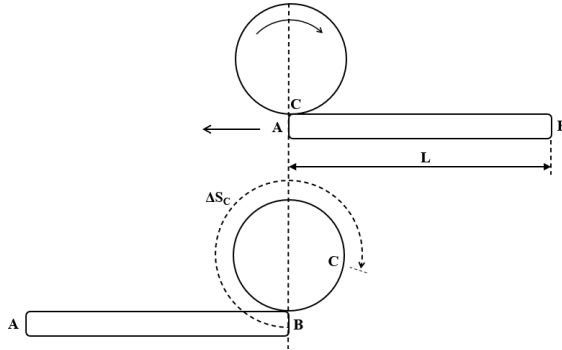


Figura 58: Diagrama esquemático do movimento da cremalheira.

Para o portão passar completamente pela cremalheira basta que o deslocamento linear do ponto A seja igual ao comprimento L do portão, logo:

$$\Delta t = \frac{L}{\omega \cdot R}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{2,4}{(\pi/2) \cdot (2 \times 10^{-2})} = 80 \text{ s}$$

Uma outra possibilidade de obtermos o mesmo resultado é usando o deslocamento linear do ponto C , que deve ser igual ao do ponto A já que não há escorregamento. Neste caso, teríamos:

$$\Delta S_A = \Delta S_C$$

$$\Delta S_A = \Delta \theta \cdot R$$

$$\Delta S_A = \omega \cdot \Delta t \cdot R$$

Para o deslocamento do ponto A igual ao comprimento do portão ($\Delta S_A = L$) obteremos a mesma equação para o intervalos de tempo.

(b)

Para o movimento de rotação da Lua sabemos que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

em que $T = 30$ dias é o período de rotação da Lua em torno do seu próprio eixo, que é igual ao período de rotação em torno da Terra, segundo o enunciado. Usando a relação entre a velocidade linear e a velocidade angular ($v = \omega \cdot R$), a velocidade de rotação da Lua poderá ser escrita como:

$$v_L = \frac{2\pi R}{T}$$

Usando $R_L = 1740$ km e 30 dias $= 30 \cdot 24$ h, teremos:

$$v_L = \frac{2\pi \cdot 1740}{30 \cdot 24} = 14,5 \text{ km/h}$$

Problema 3) Um bloco estava parado e encostado a uma mola comprimida. O sistema for liberado e o bloco ganhou movimento

subindo uma ladeira ondulada de A até C . Em seguida, o bloco se movimentou em um plano horizontal, CD , tudo conforme figura 59. Mais abaixo, na fig. 60, foram representados graficamente os comportamentos das três energias (energia potencial gravitacional, energia cinética, energia potencial elástica) que formam a energia mecânica desse sistema.

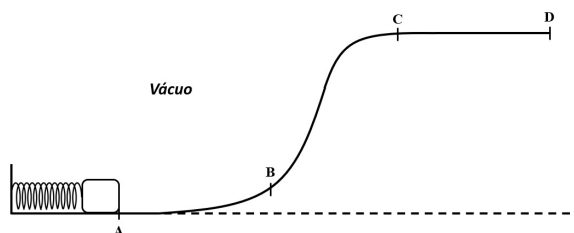


Figura 59: Movimento de subida de um bloco num plano inclinado.

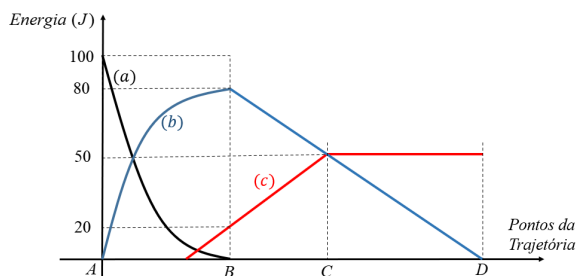


Figura 60: Energias de um bloco na subida de um plano inclinado.

- (a) Identifique as energias que estão associadas aos comportamentos (a), (b) e (c), justificando sua escolha.

- (b) A trajetória é dividida em três trechos: AB , BC e CD . Determine se os trechos são conservativos ou dissipativos, justificando por meio das quantidades apresentadas no gráfico. Identifique o possível motivo que gerou essa diferença entre os trechos.

Solução:

(a)

As energias do sistema são a cinética ($E_{cin} = 1/2mv^2$), potencial elástica ($E_{pel} = 1/2kx^2$) e potencial gravitacional ($E_{pg} = mgh$). Nestas expressões m é a massa do bloco e k é a constante elástica da mola. Por se tratarem de energias potenciais, tanto a elástica E_{pel} como a gravitacional E_{pg} devem ser escritas com relação a seus valores numa posição de referência.

Observando que a energia associada à curva (a) está restrita à região entre os pontos A e B podemos inferir que esta deve estar relacionada com a energia potencial elástica, já que a energia só precisa ser contabilizada enquanto o bloco e a mola estiverem em contato. Note que este resultado é reforçado pelo formato da curva que se assemelha a um arco de parábola decrescente, a posição B deve corresponder àquela na qual a mola está relaxada.

A curva (b) do gráfico tem comportamento oposto ao de (a). Começa em zero e vai aumentando como uma parábola. Logo, o gráfico (b) representa a energia cinética do bloco.

A curva (c) representa então a energia potencial gravitacional. Note que um pouco antes do ponto B essa energia sai de zero

e começa a aumentar linearmente (observe que a E_{pg} depende linearmente de h). Essa energia varia até o ponto C onde ao atingir uma nova superfície plana e se torna constante novamente.

(b)

Como não foi informado nada no enunciado do problema sobre a existência de atrito devemos comparar os valores numéricos de energia fornecidos no gráfico. Observe que é dito que o sistema está em uma região de vácuo e, portanto, não há resistência do ar.

No ponto A a energia do sistema é potencial elástica e vale $E_A = 100$ J. No ponto B a energia potencial elástica se transformou em cinética e potencial gravitacional e, pelo gráfico, temos:

$$E_B = E_{cin}^B + E_{pg}^B = 80 + 20 = 100 \text{ J}$$

Como $E_A = E_B$ o trecho AB é conservativo.

No ponto C temos

$$E_C = E_{cin}^C + E_{pg}^C = 50 + 50 = 100 \text{ J}$$

Como $E_B = E_C$ então o trecho BC também é conservativo.

No ponto D temos:

$$E_D = E_{cin}^D + E_{pg}^D = 0 + 50 = 50 \text{ J}$$

Como $E_D < E_C$ o trecho CD é dissipativo e, portanto, deve haver algum tipo de mecanismo como, por exemplo, atrito entre o solo e o bloco na região CD , capaz de retirar energia do sistema.

Problema 4) Um professor estava querendo usar uma lata de leite cilíndrica vazia para o seu experimento de hidrostática. Ele levaria para a aula a lata vazia, um balde com areia e um recipiente com água. Submeteria seus alunos ao seguinte desafio: colocar a quantidade específica de areia dentro da lata que possibilitasse a lata ficar parada dentro da água sem tocar no fundo do recipiente.

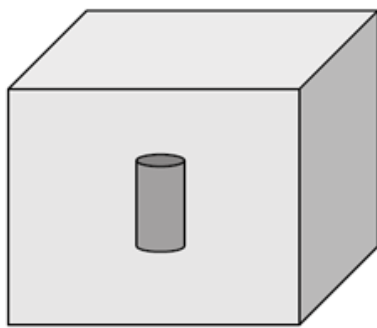


Figura 61: Lata de leite dentro de um balde - um experimento de hidrostática.

Nesse caso, dizemos que a lata ficaria em equilíbrio estático dentro da água. Para tal, a densidade da lata com a areia deveria ser igual à densidade da água. Sabe-se que a base da lata de leite que ele levaria tinha 8 cm de diâmetro e sua altura média 15 cm; sabe-se também que a lata tinha 120 g de massa e que a densidade da água é 1 kg/dm^3 .

Nessas condições, para a lata ficar em equilíbrio estático dentro da água, quantas colheres cheias de areia devem ser colocadas na lata, aproximadamente?

Dados: densidade da areia = 1500 kg/m^3 , volume médio de areia em uma colher cheia = 40 cm^3 , $\pi = 3$.

Solução:

Para a lata com areia fique em equilíbrio o peso do conjunto lata (P_ℓ) + areia (P_a) deve ser equilibrado pelo empuxo (E) da água, conforme mostra a fig. 62.

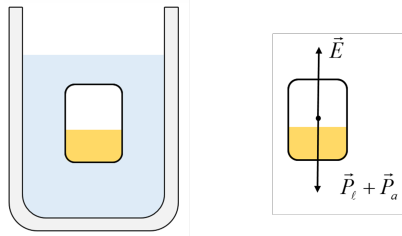


Figura 62: Equilíbrio de uma caixa preenchida com areia dentro da água.

Nesta situação, teremos:

$$E = P_\ell + P_a$$

$$\rho_{\text{água}} gV = (M_\ell + M_a) g$$

$$\rho_{\text{água}} (\pi r^2 h) = M_\ell + M_a$$

$$M_a = \rho_{\text{água}} (\pi r^2 h) - M_\ell$$

Substituindo os valores numéricos:

$$M_a = (1000\text{kg/m}^3) \cdot 3 \cdot (0,04\text{m})^2 (0,15\text{m}) - 0,120,12$$

$$M_a = 0,6 \text{ kg}$$

Se uma colher de areia contém $V_c = 40 \text{ cm}^3$ usaremos a densidade da areia para encontrarmos a massa correspondente em uma colher (M_c).

$$M_c = \rho_a \cdot V_c = \left(\frac{1500\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (40 \times 10^{-6}\text{m}^3) = 0,06 \text{ kg}$$

Sendo N o número de colheres de areia colocada na lata então:

$$N = \frac{M_a}{M_c} = \frac{0,6}{0,06} \Rightarrow N = 10$$

Problema 5) Um bloco de 4 kg está em movimento sobre uma mesa horizontal fixa, conforme a fig. 63. A mesa está aplicando uma força contra o movimento do bloco de 12 N de intensidade. O planeta Terra atrai gravitacionalmente o bloco com uma força de 40 N. Na fig. 63, a mesa e o bloco foram exageradamente dimensionados para que o globo terrestre pudesse aparecer.

- (a) Reproduza as imagens na folha de resposta e identifique por meio de setas todas as forças que agem no bloco e suas

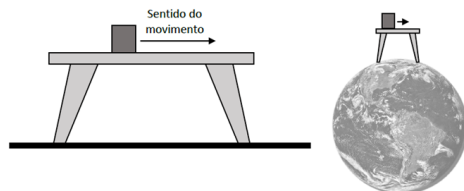


Figura 63: Interação entre a Terra e um bloco sobre uma mesa.

reações. Para cada força identifique a sua representação geométrica (seta) escolhendo uma letra e colocando-a junto à seta. Determine a intensidade de cada força, o corpo que está aplicando-a e o corpo no qual ela está sendo aplicada.

- (b) Se o bloco foi lançado com $2,4 \text{ m/s}$ para se movimentar sobre a mesa, determine quanto tempo durou o movimento do bloco e quantos centímetros o bloco se deslocou até parar sobre a mesa.

Solução:

(a)

A fig. 64 mostra o diagrama de forças sobre a Terra, sobre a mesa e sobre o bloco.

Para a discussão que se segue vamos considerar a seguinte nomenclatura:

$\vec{P}_b$ – Força de atração da Terra sobre o bloco;

$-\vec{P}_b$ – Força de atração do bloco sobre a Terra;

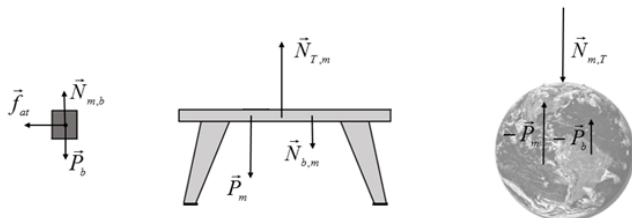


Figura 64: Diagrama de forças sobre a Terra, a mesa e o bloco.

$\vec{P}_m$ – Força de atração da Terra sobre a mesa;

$-\vec{P}_m$ – Força de atração da mesa sobre a Terra;

$\vec{N}_{b,m}$ – Força Normal do bloco sobre a mesa;

$\vec{N}_{m,b}$ – Força Normal da mesa sobre o bloco;

$\vec{N}_{T,m}$ – Força Normal da Terra sobre a mesa;

$\vec{N}_{m,T}$ – Força Normal da mesa sobre a Terra;

$\vec{f}_{at}$ – Força de atrito entre a mesa e o bloco.

O peso do bloco ($\vec{P}_b$) é a força de atração que a Terra exerce sobre ele. O bloco atrai a Terra com a força ($-\vec{P}_b$). Estas duas forças formam um par ação-reação. Elas têm a mesma direção (direção da linha que une os centros de massa do bloco e da Terra), sentidos opostos e mesma intensidade.

$$|\vec{P}_b| = |-\vec{P}_b| = 40 \text{ N}$$

Veja que a força de reação $-\vec{P}$ atua no centro da Terra.

O bloco está sobre uma mesa e assim exerce uma força normal sobre ela apontando verticalmente para baixo ($\vec{N}_{b,m}$). A mesa por sua vez reage a esta força e empurra o bloco para cima com a força ($\vec{N}_{m,b}$). Como o bloco está em equilíbrio na direção vertical o peso do bloco é compensado pela normal da mesa sobre ele:

$$|\vec{N}_{m,b}| = |\vec{P}_b| = 40 \text{ N}$$

Como $\vec{N}_{m,b}$ e $\vec{N}_{b,m}$ formam outro par ação-reação $|\vec{N}_{b,m}| = 40 \text{ N}$.

Além da força normal de contato, como o bloco está se deslocando sobre a mesa, uma força de resistência $\vec{f}_{at}$ atua sobre o corpo no sentido contrário ao deslocamento. A força de reação $-\vec{f}_{at}$ atua sobre a mesa no mesmo sentido de movimento do bloco. Como as mesmas formam um par de ação e reação ambas possuem o mesmo módulo, ou seja:

$$|\vec{f}_{at}| = |-\vec{f}_{at}| = 12 \text{ N}$$

Veja que as demais forças indicadas no diagrama da fig. 64 são referentes à interação da mesa com a Terra e não foram pedidas no enunciado do problema. Além disso, não seria possível determinar o módulo das mesmas uma vez que o valor da massa da mesa não foi indicado.

(b)

Como foi dito no enunciado a força de atrito entre a mesa e o bloco tem intensidade de 12 N e como não há nenhuma força

impulsionando o movimento do bloco esta é a força resultante na direção do movimento do bloco.

$$-f_{at} = F_R = m_b \cdot a \quad \Rightarrow \quad -12 = 4 \cdot a$$

$$a = -3 \text{ m/s}^2$$

Substituímos a força de atrito com o sinal negativo pois esta força atua no sentido contrário ao do movimento do bloco. Para encontrarmos o tempo decorrido até o bloco parar vamos usar a equação horário do movimento da partícula (M.R.U.V.) com a velocidade inicial $v_0 = 2,4 \text{ m/s}$ e $v_f = 0 \text{ m/s}$.

$$v = v_0 + a \cdot t \quad \Rightarrow \quad 0 = 2,4 + (-3) \cdot t$$

$$t = 0,8 \text{ s}$$

Note que na equação anterior consideramos o instante de tempo inicial $t_0 = 0 \text{ s}$. Deste modo o instante de tempo $t = 0,8 \text{ s}$ coincide com o intervalo de tempo durante o qual o bloco se desloca. Já para encontrarmos o deslocamento do bloco basta substituímos o tempo $t = 0,8 \text{ s}$ na equação horária do movimento do bloco (vamos considerar que a direção do movimento do bloco seja a direção x):

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$\Delta x = 2,4 \cdot 0,8 + \frac{1}{2}(-3) \cdot 0,8^2 \Rightarrow \Delta x = 0,96 \text{ m}$$

$$\Delta x = 96 \text{ cm}$$

2^a fase

Nível B

Problema 1) Uma lente e um espelho plano formaram o sistema óptico representado na fig. 65, onde também vemos a chama de uma vela sendo considerada uma fonte pontual de luz e objeto desse sistema. O centro óptico da lente tornou-se a origem de um plano cartesiano padrão, tudo conforme figura. Dessa forma, a posição (x, y) da chama é dada por $(-8; 8)$ cm. A lente está sobre a reta $x = 0$ e o espelho está sobre a reta $x = 18$ cm. Se a distância focal da lente mede $f = 12$ cm, determine a posição (par ordenado: x, y) de todas as imagens da chama configuradas por esse sistema óptico.

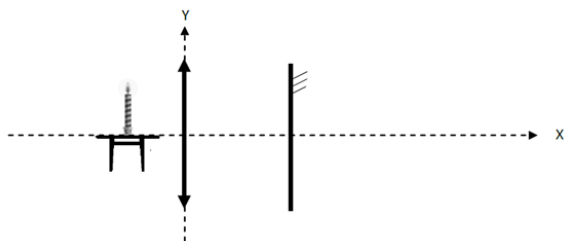


Figura 65: Formação da imagem de uma vela por uma lente delgada.

Solução:

(i) 1ª imagem: objeto + lente

A primeira imagem é formada através dos raios de luz que atingem a lente diretamente. Neste caso, como a distância entre o objeto e a lente é menor que a distância focal da lente, a imagem é

formada pelo prolongamento dos raios luminosos conforme mostra a fig. 66.

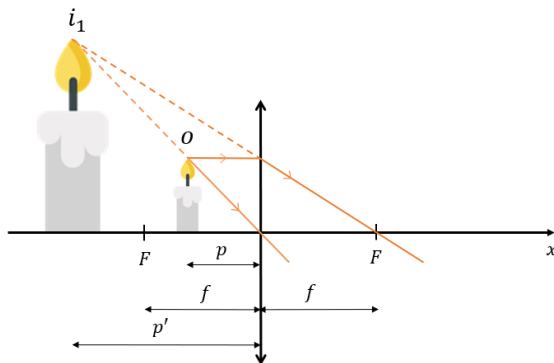


Figura 66: Formação da 1ª imagem - objeto + lente.

A posição da imagem (p'_1) pode ser obtida pela eq. de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{8} + \frac{1}{p'_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p'_1} = \frac{1}{12} - \frac{1}{8} = \frac{2-3}{24} = -\frac{1}{24}$$

$$p'_1 = -24 \text{ cm}$$

Como a lente se encontra sobre a reta $x = 0$ cm a posição da imagem 1 é dada por $x'_1 = -24$ cm. Para determinar a posição vertical podemos utilizar o aumento transversal, já que a chama se encontra em $y_1 = 8$ cm. Para isso fazemos:

$$A_1 = \frac{y'_1}{y_1} = -\frac{p'_1}{p_1} \Rightarrow \frac{y'_1}{8} = -\frac{(-24)}{8} = 3$$

$$y'_1 = 24 \text{ cm}$$

Portanto, o par ordenado correspondente à primeira imagem é: $(x'_1, y'_1) = (-24, 24) \text{ cm}$.

(ii) 2ª imagem: 1ª imagem + espelho

A 1ª imagem obtida pela lente servirá de objeto para o espelho conforme o esquema da fig. 67.

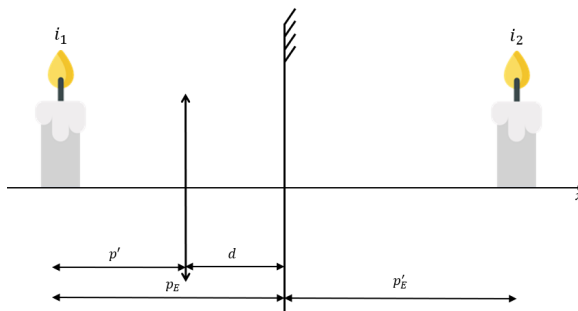


Figura 67: Formação da 2ª imagem - 1ª imagem + espelho.

Neste caso, a distância entre a nova imagem e o espelho é igual à distância do objeto (1ª imagem) ao espelho. Sendo assim, teremos:

$$x_E - x_2 = x'_2 - x_E \Rightarrow 18 - (-24) = x'_2 - 18$$

$$x'_2 = 60 \text{ cm}$$

Como o espelho plano mantém a mesma altura do objeto $y'_2 = y_2$ e, portanto o par ordenado correspondente à segunda imagem é: $(x'_2, y'_2) = (60, 24)$ cm.

(iii) 3ª imagem: 2ª imagem + lente

Após serem refletidos no espelho os raios luminosos passam novamente pela lente convergente e geram uma nova imagem. Nesta nova situação a 2ª imagem servirá como objeto para a lente com $p_3 = 60$ cm, conforme indicado na fig. 68.

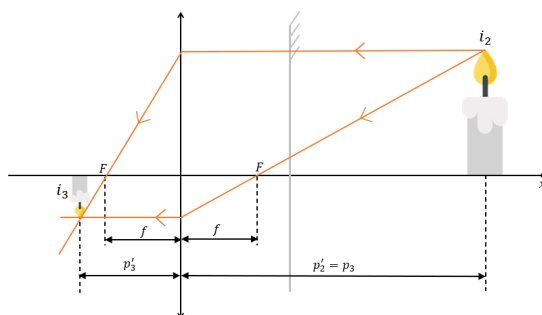


Figura 68: Formação da 3ª imagem - 2ª imagem + lente

Podemos novamente usar a eq. de Gauss para obter:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_3} + \frac{1}{p'_3} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{12} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'_3}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{p'_3} = \frac{1}{12} - \frac{1}{60} = \frac{5-1}{60} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$$

$$p'_3 = 15 \text{ cm}$$

Observe que neste caso a imagem está à direita da lente e, portanto, $x'_3 = -15$ cm. Para obter a posição vertical da chama usamos novamente a expressão para o aumento transversal, ou seja:

$$A_3 = \frac{y'_3}{y_3} = -\frac{p'_3}{p_3} \Rightarrow \frac{y'_3}{24} = -\frac{60}{15} = -\frac{1}{4}$$

$$y'_3 = -6 \text{ cm}$$

Portanto, o par ordenado correspondente à primeira imagem é: $(x'_3, y'_3) = (-15, -6)$ cm.

Problema 2 (somente para a 1ª série)) Dois móveis, A e B , estavam se movimentando em uma mesma trajetória, onde um ponto origem e um sentido foram definidos para estudar o movimento desses corpos. Assim, foi possível definir onde esses móveis se localizavam em função do tempo utilizando a coordenada espacial X . Em $t = 0$ s, o móvel A estava em $X = -36$ m e o móvel B estava em $X = +140$ m. As velocidades desses móveis se comportaram conforme o gráfico da fig. 69. Determine o instante em que ocorreu o encontro desses móveis e a coordenada X relativa ao local desse encontro.

Solução:

Pelo gráfico das velocidades vemos que o móvel B tem um movimento uniforme enquanto o móvel A tem um movimento uniformemente variado.

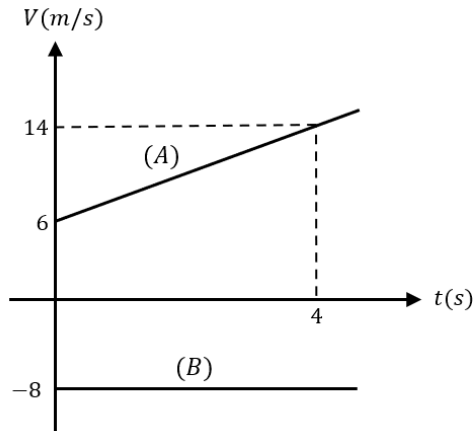


Figura 69: Velocidade como função do tempo para os móveis A e B.

A aceleração do móvel A é dada pela inclinação da reta, conforme mostrado na fig. 70:

$$a_A = \tan(\theta) = \frac{14 - 6}{4} = 2 \text{ m/s}^2$$

A equação horária do móvel A é:

$$x_A = x_{0,A} + v_{0,A}t + \frac{1}{2}a_At^2 \Rightarrow x_A = -36 + 6t + t^2$$

Para o móvel B a equação horária é:

$$x_B = x_{0,B} + v_{0,B}t \Rightarrow x_B = 140 - 8t$$

Quando ocorrer o encontro:

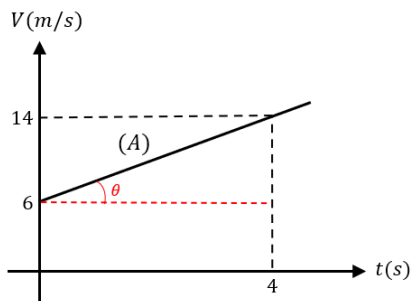


Figura 70: Determinação gráfica da inclinação de uma reta.

$$x_A = x_B \quad \Rightarrow \quad -36 + 6t_t^2 = 140 - 8t$$

$$t^2 + 14t - 176 = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau obtemos $\Delta = 900$ e:

$$t = \frac{-14 \pm 30}{2}$$

$$t_1 = -22 \text{ s ou } t_2 = 8 \text{ s}$$

Note que a raiz negativa (t_1) não convém uma vez que estamos interessados em instantes de tempo após $t = 0$ s. O encontro ocorre então em $t = 8$ s.

Substituindo a solução $t_2 = 8$ s em qualquer uma das equações horárias de movimento encontraremos a posição onde ocorre o encontro:

$$x_A = x_B = 76 \text{ m}$$

Problema 3 (somente para a 1ª série)) Uma amostra de 150 g de mercúrio estava sendo guardada em um poderoso congelador importado da Inglaterra, cuja temperatura interna era indicada na escala Fahrenheit: -58°F . Essa amostra foi retirada do congelador e colocada sobre a mesa em um ambiente de 20°C . Sabendo que a relação entre a escala Fahrenheit e Celsius é dada por:

$$\frac{\Delta T_C}{\Delta T'_C} = \frac{\Delta T_F}{\Delta T'_F},$$

quanto calor deve ter sido absorvido pelo mercúrio até ele atingir o equilíbrio térmico com o ambiente?

Dados:

- calor específico do mercúrio $c = 0,03 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$
- calor latente de fusão do mercúrio $L = 2,8 \text{ cal/g}$
- Temperatura de fusão do mercúrio $= -39^\circ\text{C}$
- Temperatura de ebulição do mercúrio $= 356^\circ\text{C}$
- $32^\circ\text{F} = 0^\circ\text{C}$ e $212^\circ\text{F} = 100^\circ\text{C}$

Solução:

Começaremos calculando a temperatura inicial do mercúrio (na escala Celsius) usando a relação entre as variações de temperatura (veja a fig. 71):

$$\frac{t_F - 32}{212 - 32} = \frac{t_C - 0}{100 - 0}$$

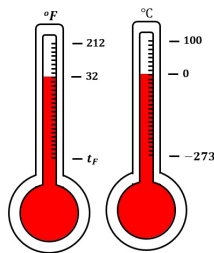


Figura 71: Relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit.

De onde obtemos:

$$t_C = \frac{5}{9} (t_F - 32)$$

$$t_C = \frac{5}{9} (-58 - 32) = -50^\circ\text{C}$$

Como a temperatura de fusão do mercúrio é -39°C então ao final do processo a amostra estará no estado sólido. Para chegar ao equilíbrio em 20°C a amostra deve receber uma quantidade de calor Q dada por:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

em que:

$Q_1 \rightarrow$ calor sensível necessário para elevar a temperatura de -50°C até -39°C .

$Q_2 \rightarrow$ calor latente necessário para fundir a amostra.

$Q_3 \rightarrow$ calor sensível necessário para elevar a temperatura de -39°C até $+20^\circ\text{C}$.

Logo:

$$Q = mc\Delta t_1 + mL + mc\Delta T_2$$

$$Q = 150 \cdot 0,03 \cdot [(-39) - (-50)] + 150 \cdot 2,8 + 150 \cdot 0,03 \cdot [20 - (-39)]$$

$$Q = 49,5 + 420 + 265,5$$

$$Q = 735 \text{ J}$$

Problema 4) Após ter sido condenado à prisão domiciliar por se opor ao modelo geocêntrico de Aristóteles, Galileu Galilei passou a fazer oposição à concepção aristotélica em outro comportamento natural: a queda livre. Esse trabalho resultou em uma de suas grandes obras: *“Discurso e demonstrações matemáticas acerca de duas novas ciências”*. Aristóteles dizia que **corpos mais pesados caem mais rápidos**. Fazendo uma adequação para uma linguagem mais moderna, podemos interpretar que Aristóteles defendeu que corpos em queda livre caem em movimento uniforme e que um corpo de maior massa adquire uma maior velocidade em queda livre que um corpo de menor massa.

Galileu defendeu que esse princípio é incoerente. Para provar isso, criou um argumento simples. Segundo esse princípio, duas pedras, A e B , de massas diferentes ($m_A > m_B$), cairiam com velocidades diferentes, V_A e V_B , quando separadas. Se prendêssemos uma a outra, elas cairiam com velocidade V . O princípio aristotélico para a queda livre leva a dois resultados diferentes para o valor de V : (i) considerando o caso das pedras manterem a tendência de cair com suas respectivas velocidades, V_A e V_B , independentes de estarem presas; e (ii) considerando o caso em que as pedras presas passem a se comportar como se fossem outro corpo cuja massa M é a soma das massas das pedras. Um princípio que leva a dois resultados onde só pode existir um resultado é um princípio incoerente.

- (a) Para Aristóteles, a velocidade de queda é proporcional a massa. Sendo assim, se $m_A > m_B$, quando esses corpos caírem livremente, $V_A > V_B$. Abandonando esses corpos presos um ao outro e considerando a hipótese (ii), como a velocidade V do conjunto M estaria, de acordo com o princípio aristotélico, relacionada (use os sinais $>$ e/ou $<$) com as velocidades V_A e V_B ? Justifique a resposta.
- (b) Corpos com o mesmo formato e mesmo volume possuem a mesma constante de proporcionalidade k para a força de resistência (do ar, por exemplo) $\mathbf{R}$, regida por $\mathbf{R} = k \cdot \mathbf{V}^2$, onde $\mathbf{V}$ é a velocidade. Para esses corpos em queda livre, se m for sua massa e g a aceleração da gravidade, na condição

dita de equilíbrio dinâmico (força resultante nula) tem-se no modelo newtoniano $\mathbf{P} - \mathbf{R} = \mathbf{0}$ com $\mathbf{P} = m\mathbf{g}$. Neste caso analise como o modelo newtoniano relaciona a velocidade do corpo em queda livre com sua massa e discuta o resultado comparando-o com o princípio aristotélico.

Solução:

(a)

Sendo M a massa do conjunto então:

$$M = M_A + M_B > M_A \quad \text{e} \quad M = M_A + M_B > M_B$$

Assim a velocidade V do conjunto deveria ser maior que a velocidade de queda de A e de B :

$$V > V_A \quad \text{e} \quad V > V_B$$

(b)

Para um corpo em queda sob a ação da força gravidade e de uma força de resistência do ar dependente da velocidade do corpo a aceleração resultante é variável tendo seu maior valor (g) no início do movimento ($V = 0$) e vai diminuindo até chegar a zero quando a força de resistência se iguala à força peso e a velocidade atinge seu valor terminal (V_T).

$$F_R = P - R = mg - k \cdot V^2$$

$$F_R = 0 \quad \Rightarrow \quad kV^2 = mg$$

$$V_T^2 = \frac{g}{k}m \quad \text{ou} \quad V_T = \sqrt{\frac{g}{k}}\sqrt{m}$$

Como podemos ver pela última equação que o quadrado da velocidade terminal varia diretamente com a massa do objeto (g e k são constantes) e assim a velocidade varia com a raiz quadrada da massa o que é diferente daquilo enunciado pelo princípio de Aristóteles. Outra diferença é que a velocidade terminal (constante) só é atingida depois de um certo tempo e não se estabelece desde o início da queda do corpo.

Problema 5) A energia cinética que trabalhamos no 1º e 2º anos do Ensino Médio é aquela associada ao movimento de translação. Entretanto, o movimento de rotação também está associado a uma energia que é chamada de energia cinética de rotação. Quando uma bola é abandonada em uma ladeira, ela desce (translada) e sofre rotação.

Enquanto o peso transforma energia potencial gravitacional em energia cinética de translação, surge uma “força de atrito de encaixe” entre a ladeira e a bola para transformar energia cinética de translação em energia cinética de rotação. O atrito só vai dissipar a energia mecânica (gerar calor) se as superfícies deslizarem.

A fig. 72 retrata um exemplo do esporte que evidencia essa dinâmica energética: um skatista desce uma rampa gigante com

um skate cujos eixos que sustentam as rodas estão muito lubrificados (atrito de deslizamento desprezível). Entretanto, surge um “atrito de encaixe” para gerar movimento de rotação nas rodas do skate. Como essas rodas possuem massas muito pequenas em relação ao conjunto (skatista mais skate), esse atrito é cerca de 6% do peso do conjunto.

Dados: aceleração da gravidade = 10 m/s^2 , $\sin 37^\circ = 0,6$ e $\cos 37^\circ = 0,8$, massa do skatista mais o skate = 80 kg .

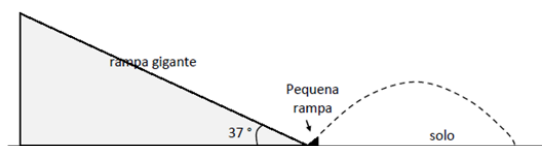


Figura 72: Movimento de descida de um skatista em uma rampa inclinada.

Nas condições acima citadas, responda as perguntas abaixo desprezando a resistência do ar.

- (a) Se o skatista partiu do repouso e chegou no fim da rampa gigante com a velocidade de 30 m/s , qual o percentual de energia cinética de translação transformada em energia cinética de rotação durante a descida? (Sugestão: resolver o problema com e sem atrito)
- (b) No final da rampa gigante (nível do solo), uma pequena rampa fez o conjunto entrar em lançamento oblíquo sob ângulo de 37° . Desprezando a altura da pequena rampa,

qual o alcance desse lançamento? Considere que o único efeito que a pequena rampa produziu foi alterar a direção da velocidade.

Solução:

(a)

A fig. 73 mostra as forças que agem no conjunto skatista mais skate (representados por um bloco).

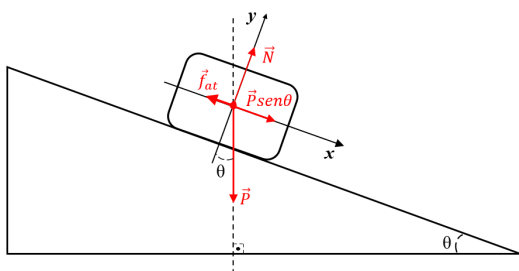


Figura 73: Diagrama de forças atuando sobre o skatista durante o movimento de descida.

Embora a força de atrito de encaixe não realize trabalho ela altera a velocidade do centro de massa (velocidade de translação) uma vez que causa o giro das rodas do skate e assim a energia potencial gravitacional inicial se divide entre energia cinética de translação (E_t) e energia cinética de rotação (E_r).

Sem a força de atrito a força resultante F_R é $mg \sen \theta$. O enunciado do problema informa que a força de atrito corresponde a 6% da força peso do conjunto. Então a força resultante nesta situação terá módulo

$$F'_R = 0,94 \cdot mg \sin \theta$$

E assim a nova aceleração é

$$a' = 0,94 \cdot g \cdot \sin \theta = 0,94 \cdot 10 \cdot 0,6 = 5,64 \text{ m/s}^2$$

Sendo Δs o deslocamento do conjunto ao longo do plano inclinado, a velocidade final $v' = 30 \text{ m/s}$ e como ele parte do repouso ($v_0 = 0$) a equação de Torricelli fica:

$$(v')^2 = v_0^2 + 2 \cdot a' \cdot \Delta s$$

$$\Rightarrow \Delta s = \frac{30^2}{2 \cdot 5,64} = 79,87 \text{ m}$$

Percorrendo esta distância ao longo do plano sem a força de atrito ($a = g \sin \theta$) a velocidade a velocidade v que chegaria no fim do plano inclinado seria:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$v^2 = 0 + 2 \cdot (10 \cdot 0,6) \cdot (79,87) \Rightarrow v = 39,95 \text{ m/s}$$

A energia cinética (apenas de translação) sem a força de atrito seria

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(80)(39,95)^2 = 63.816 \text{ J}$$

Já com a força de atrito a energia de translação é

$$E' = \frac{1}{2}m(v')^2 = \frac{1}{2}80 \cdot 30^2 = 36.0000 \text{ J}$$

Assim o percentual da energia cinética de translação transformada em energia de rotação é:

$$\varepsilon = \frac{E - E'}{E} = \frac{2.316}{38316} = 0,06 = 6\%$$

Desta forma 6% da energia cinética de translação foi transformada em energia de rotação.

*** Este item foi resolvido com a dica do problema e o resultado da velocidade dado. No entanto, se utilizarmos o teorema do trabalho e energia cinética é fácil observar que no caso em que não há atrito $\Delta E_c = F_R \cdot \Delta s$ e no caso em que há atrito $\Delta E'_c = F'_R \cdot \Delta s$, que é válido para a energia de translação. Neste caso, teríamos:

$$\varepsilon = \frac{\Delta E_c - \Delta E'_c}{\Delta E_c} = \frac{F_R - F'_R}{F_R} = \frac{1 - 0,94}{1} = 0,06 = 6\%$$

(b)

Como o único efeito que a pequena rampa produz é mudar a direção da velocidade então temos um lançamento oblíquo com velocidade inicial de 30 m/s com um ângulo de lançamento de 37° foi alterar a direção da velocidade. Para o lançamento oblíquo a expressão para o alcance A é dada por:

$$A = \frac{2v' \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{2 \cdot 30^2 \cdot 0,6 \cdot 0,8}{10}$$

$$A = 86,4 \text{ m}$$

Problema 6) Um satélite artificial de massa m está em órbita circular em torno da Terra a 10.000 km do centro da Terra. Esse satélite foi colocado em órbita por um foguete e não possui qualquer sistema de propulsão.

Dados: considere $\pi = 3,14$, Massa da Terra $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, Constante da gravitação universal $G = 6 \cdot 10^{-11} \text{ (no SI)}$.

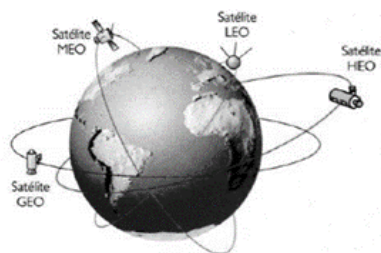


Figura 74: Ilustrações de satélites orbitando a Terra.

Imagem: [COLADAWEB](#)

Usando os dados acima, realize as tarefas abaixo.

- Calcule a velocidade desse satélite e, com ela, o intervalo de tempo, em horas, em que ele descreve uma volta completa em torno da Terra (período de translação).
- Determine a distância do centro da Terra a um satélite geostacionário comparando seu movimento ao movimento do

satélite apresentado no enunciado da questão, usando para isto leis de Kepler (lei dos períodos).

Solução:

(a) Como a força gravitacional é a força resultante na direção centrípeta para o satélite em órbita circular de raio r qualquer, temos:

$$F_G = F_C \quad \Rightarrow \quad G \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Substituindo os valores numéricos dados, temos:

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{10^7}} = 6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

O satélite percorre uma distância igual ao perímetro da circunferência ($2\pi r$) tendo esta velocidade em um intervalo de um período (T). Assim:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10^7}{6 \cdot 10^3} = 1,08 \cdot 10^4 \text{ s} = 3,0 \text{ h}$$

(b)

Pela 3ª lei dos períodos, de Kepler, o cubo do raio médio é proporcional ao quadrado do período. Sendo r_0 a distância de um satélite geoestacionário ao centro da Terra e $T_0 = 1$ dia, temos:

$$\frac{r_0^3}{T_0^2} = \frac{r^3}{T^2} \Rightarrow r_0 = r \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{T_0}{T}\right)^2}$$

Transformando o período T_0 em s, temos:

$$T_0 = 24\text{h} \cdot \frac{60\text{min}}{1\text{h}} \cdot \frac{60\text{s}}{1\text{min}} = 86.400 \text{ s} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ s}$$

Logo:

$$r_0 = 10^7 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{8,64 \cdot 10^4}{1,08 \cdot 10^4}\right)^2} = 4 \cdot 10^7 \text{ m} = 40.000 \text{ km}$$

Problema 7) Na fig. 75 vemos um raio de luz atravessando um prisma que está envolvido pelo ar. Entretanto, quando um feixe de luz refrata, uma porção dele reflete. A intensidade refletida aumenta à medida que o ângulo de incidência aumenta, podendo chegar a 100% (reflexão total) sob certas condições. Sendo assim, o caminho da luz representado na figura trata apenas uma parcela da luz incidente, aquela que emergiu pela segunda face. Existe uma outra parcela da luz incidente que emergiu na terceira face e que não foi retratada.

Com base no enunciado e na imagem:

- (a) determine o índice de refração do material que constitui o prisma lembrando que a lei de refração dá $\text{sen } \hat{i} \cdot n_1 = \text{sen } \hat{r} \cdot n_2$.

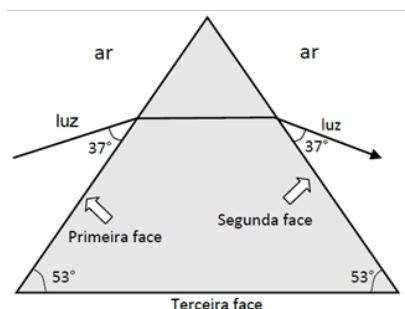


Figura 75: Trajetória de um raio luminoso que atravessa um prisma transparente.

- (b) considerando que devido à simetria, o ângulo de incidência da luz na segunda face é 37° , determine o ângulo de emergência para a parcela de luz que refletiu na segunda face e refratou na terceira.

Dados: $\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0,6$ e $\cos 37^\circ = \sin 53^\circ = 0,8$.

Caso seja preciso, segue a tabela 1.

Tabela 1: Seno como função do ângulo.

ângulo	16°	21°	24°	36°	53°	74°
seno	0,27	0,36	0,40	0,60	0,80	0,96

Solução:

(a)

A fig. 76 mostra o caminho do feixe de luz até a 2ª face.

Aplicando a lei da refração na primeira face temos:

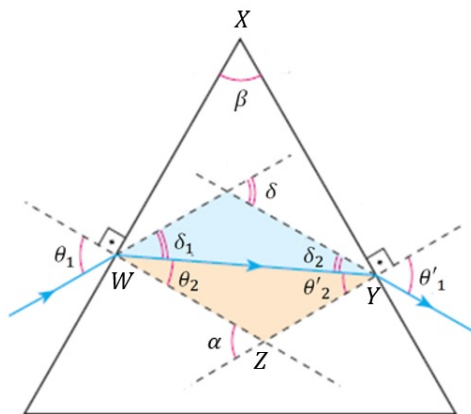


Figura 76: Trajetória de um raio luminoso que atravessa um prisma transparente incluindo os ângulos de incidência e refração nas faces.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\sin 53^\circ = n_2 \sin \theta_2$$

$$0,8 = n_2 \sin \theta_2$$

Para a 2ª face:

$$n_2 \sin \theta'_2 = n_1 \sin \theta'_1$$

$$n_2 \sin \theta'_2 = \sin 53^\circ$$

$$n_2 \sin \theta'_2 = 0,8$$

Comparando as equações para θ_2 e θ'_2 obtemos $\theta_2 = \theta'_2$.

Sabemos que do quadrilátero XYZW

$$\beta + 90^\circ + 90^\circ + (180^\circ - \alpha) = 360^\circ$$

$$\alpha = \beta = 74^\circ$$

Do triângulo YZW temos

$$\alpha = \theta_2 + \theta'_2,$$

e, usando $\theta_2 = \theta'_2$, obtemos:

$$\theta_2 = \theta'_2 = 37^\circ$$

Novamente da lei de refração para a 1ª face temos:

$$0,8 = n_2 \cdot \sin 37^\circ = n_2 \cdot 0,6$$

$$n_2 = 1,33$$

(b)

O feixe de luz que se reflete na face 2 segue o caminho mostrado na próxima fig. 77.

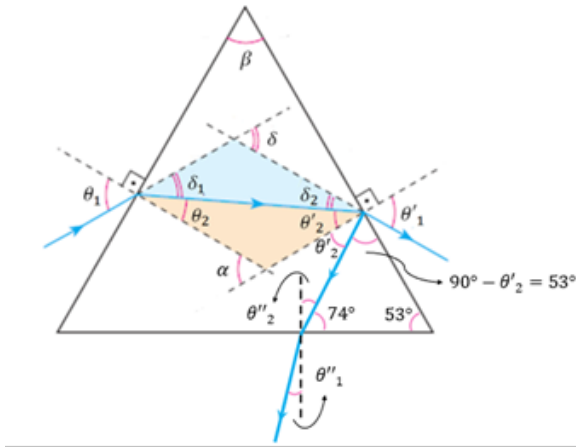


Figura 77: Trajetória de um raio luminoso que reflete na 2ª face do prisma.

Assim, o ângulo de incidência com a direção normal da face 3 é $\theta''_2 = 90^\circ - 74^\circ = 16^\circ$ e a parte que difrata segue um ângulo θ''_1 . Assim, pela lei de difração temos:

$$n_2 \sin \theta''_2 = n_1 \sin \theta''_1$$

$$1,33 \cdot \sin 16^\circ = 1 \cdot \sin \theta''_1$$

$$\sin \theta''_1 = 1,33 \cdot \sin 16^\circ = 0,36$$

$$\theta''_1 = 21^\circ$$

Problema 8) Uma amostra gasosa contendo 250 mol de hélio estava confinada em um recipiente cujas paredes eram termicamente isolantes, exceto uma que era feita de uma liga metálica. O gás foi mantido confinado por um êmbolo de área $0,5 \text{ m}^2$, com espessura e massa desprezíveis, constituído por material termicamente isolante e tinha um atrito desprezível com as paredes do recipiente. O êmbolo era mantido parado por causa da força de 49.500 N exercida pelo ar e por estar encostado em um bloco de mármore de 100 kg sobre um piso de porcelana com coeficiente de atrito estático $\mu_e = 0,5$. Nessa situação, a face de aço deixava passar calor oriundo de uma fogueira e que aquecia o gás. Em $t = 0 \text{ s}$, o gás atingiu a temperatura de 27°C e o bloco ficou na iminência de movimentar-se. O movimento ocorreu imediatamente em seguida. Durante esse movimento, a fogueira mantinha a face externa da parede metálica a 107°C enquanto a face voltada para o hélio mantinha-se em equilíbrio térmico com o gás que se expandia a 27°C .

Dados:

- Condutividade da liga metálica $= 5,0 \text{ W}\cdot\text{m}/\text{K}$.
- Aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- Coeficientes de atrito do mármore em contato com a porcelana $\mu_d = 0,1$ e $\mu_e = 0,5$.
- Constante dos gases ideais $R = 8,0 \text{ J/K}\cdot\text{mol}$.

- $0^{\circ}\text{C} = 273\text{ K}$.
- Lei dos gases ideais: $PV = nRT$.

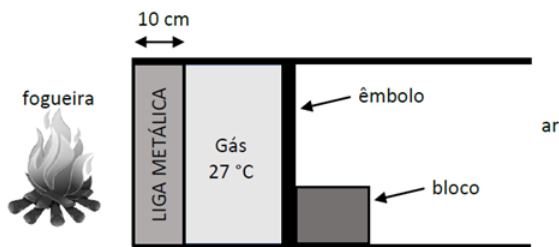


Figura 78: Diagrama esquemático da situação-problema.

Nas condições expostas:

- Qual o valor do volume da amostra de hélio no momento da iminência do movimento do êmbolo?
- Qual a quantidade de trabalho realizado pela amostra de hélio de $t = 0\text{ s}$ até $t = 10\text{ s}$?

Solução:

(a)

O volume pode ser encontrado diretamente pela equação dos gases ideais:

$$V = \frac{nRT}{p}$$

A pressão pode ser obtida pela definição $p = F/A$ onde devemos somar a contribuição da pressão atmosférica e do bloco que está na iminência de se movimentar. Assim:

$$p = \frac{F_{atm} + F_{bloco}}{A}$$

$$p = \frac{F_{atm} + F_{atrito}}{A}$$

$$p = \frac{F_{atm} + \mu_e \cdot m \cdot g}{A}$$

Substituindo os valores numéricos informados na questão:

$$p = \frac{49000 + 0,5 \cdot 100 \cdot 10}{0,5} = 100.000 \text{ Pa.}$$

Substituindo este valor na equação dos gases ideais e convertendo a temperatura para a escala Kelvin ($27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$):

$$V = \frac{250 \cdot 8 \cdot 300}{100000} = 6 \text{ m}^3.$$

(b)

Devemos calcular o fluxo de calor ϕ cedido ao gás através da liga metálica:

$$\phi = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T}{L},$$

em que:

- k - condutividade térmica.

- A - área da liga através da qual o calor é transferido.
- L - espessura da liga.
- ΔT - diferença de temperatura entre as faces da placa.

Substituindo os valores numéricos:

$$\phi = \frac{5 \cdot 0,5 \cdot (380 - 300)}{0,1} = 2.000 \text{ J/s.}$$

Obs: pela unidade de k a variação de temperatura deve ser calculada na escala Kelvin. Note, no entanto, que a diferença é a mesma que aquela calculada na escala Celsius.

Em 10 s o calor recebido pelo gás é:

$$Q = \phi \cdot \Delta t$$

$$Q = 2000 \cdot 10 = 20.000 \text{ J.}$$

Pela 1ª lei da termodinâmica temos que para a amostra de hélio:

$$\Delta U = Q - W$$

Como o hélio se mantém à mesma temperatura então o processo é isotérmico e consequentemente a variação de sua energia interna é nula. Assim o trabalho realizado pelo gás é igual ao calor recebido:

$$W = Q = 20.000 \text{ J.}$$

2^a fase

Nível C

Problema 1) O olho humano é um sistema convergente formado pela córnea e pelo cristalino, sendo este último o responsável por variar a distância focal desse sistema para que objetos em posições diferentes tenham imagens localizadas na retina. Uma pessoa com hipermetropia estava tentando enxergar um objeto localizado a 30 cm do centro óptico do seu olho. Nessa pessoa, a retina fica localizada a 2,0 cm do mesmo centro óptico. Entretanto, a imagem desse objeto produzida pelo olho da pessoa ficava a 2,1 cm do centro óptico, o que gerava uma reprodução não nítida do objeto no cérebro. Para corrigir esse problema, a pessoa colocou óculos cujo centro óptico ficava a 3,0 cm do centro óptico do olho.

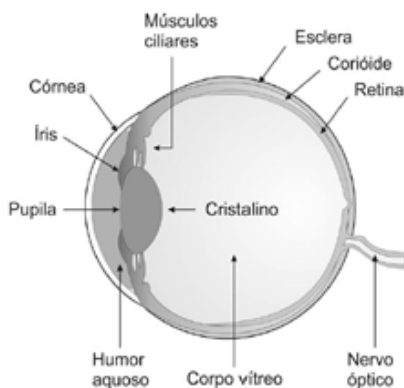


Figura 79: Diagrama esquemático de um olho humano. Fonte: Imagem:<http://fisikanarede.blogspot.com/2012/11/optica-da-visao.html>

(a) Desenhe um esquema (esboço) que reproduza a situação sem

os óculos corretores utilizando um objeto pontual e explique, usando esse esquema, qual o motivo da reprodução não nítida do objeto no cérebro.

- (b) Qual o valor do grau que os óculos corretores devem ter para fazer a correção com total perfeição para essa situação. Dê a resposta em dioptria, com o sinal e com uma casa decimal.

Solução:

(a)

Na fig. 80 está mostrado um diagrama esquemático da formação da imagem de um objeto conforme foi descrito no problema.

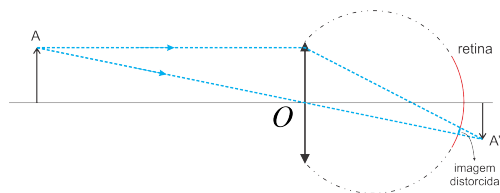


Figura 80: Diagrama esquemático da formação de uma imagem no olho hipermétrope. As distâncias estão fora de escala e o tamanho do olho foi exagerado para facilitar a visualização do efeito.

Conforme dito no enunciado, a imagem de um objeto A se forma atrás da retina. Na fig. 80 pode-se observar que os raios luminosos que participam da formação da imagem do ponto A atingem a retina em pontos distintos, antes de se encontrar no ponto A' , o que faz com que a imagem formada na retina seja uma mancha, dando origem a uma imagem distorcida.

(b)

Para determinar o grau do óculos, é preciso lembrar que a imagem deve ser formada na retina (a 2 cm do centro óptico O do espelho).

A fig. 81 indica todos os objetos e imagens formados pelo sistema óptico composto pelos óculos+ olho da pessoa.

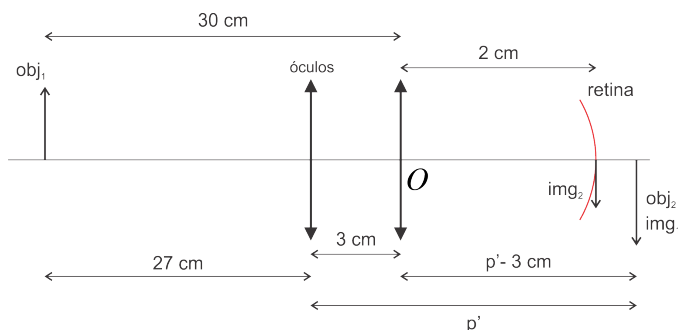


Figura 81: Formação de imagens com o uso de um óculos.

A potência do óculos utilizado pode ser obtida da equação de Gauss para as lentes delgadas:

$$P = \frac{1}{f_{\text{óculos}}} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{27} + \frac{1}{p'}$$

Neste caso, utilizamos $p = 27$ como a distância do objeto ao centro óptico dos óculos. Observe que a imagem formada pelo óculos (img_1) serve como objeto para o olho (obj_2). No entanto, por estar localizada atrás do olho, de acordo com a fig. 81, sua coordenada é $p'_2 = -(p' - 3)$. Sendo f_O a distância focal do olho, temos:

$$\frac{1}{f_O} = \frac{1}{p'_2} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{p' - 3}$$

A distância focal do olho pode ser obtida do enunciado lembrando que um objeto a 30 cm do centro óptico do olho forma uma imagem a 2,1 cm do mesmo, de forma que:

$$\frac{1}{f_O} = \frac{1}{30} + \frac{1}{2,1} = \frac{30 + 2,1}{30 \cdot 2,1} = \frac{32,1}{63} \text{ cm}^{-1}$$

Assim, podemos usar este último resultado para descobrir a distância p' da imagem formada pelos óculos. Substituindo f_O , temos:

$$\frac{32,1}{63} = \frac{1}{2} - \frac{1}{p' - 3}$$

$$\frac{1}{p' - 3} = \frac{1}{2} - \frac{32,1}{63} = \frac{63 - 2 \cdot 32,1}{2 \cdot 63}$$

$$\frac{1}{p' - 3} = -\frac{1,2}{126} = -\frac{1}{105}$$

E, portanto:

$$p' - 3 = -105 \quad \Rightarrow \quad p' = -102 \text{ cm}$$

Retornando à equação inicial, temos:

$$P = \frac{1}{27} + \frac{1}{-102} = \frac{102 - 27}{27 \cdot 102} = \frac{75}{2754} \text{ cm}^{-1}$$

Como desejamos a potência do óculos em dioptrias (m^{-1}), basta multiplicar o resultado anterior por 100, de maneira que:

$$P = \frac{7500}{2754} \text{ di} \approx 2,7 \text{ di}$$

Problema 2) O líquido se transforma em vapor de três formas: ebulição é a produção de vapor no interior do líquido em forma de bolhas; evaporação é a produção de vapor na superfície de separação entre o líquido e o ar; calefação é a produção de vapor entre o líquido e a fonte de calor. Um cientista usou a calefação para projetar uma experiência que visava estudar o movimento de corpos em um plano inclinado **sem a interferência da força de atrito**. O plano inclinado deveria ser feito de ferro e aquecido a uma temperatura acima de 100°C . Uma torneira abandonaria regularmente 150 gotas de água por minuto, todas com 4,0 mm de diâmetro. As gotas iniciariam a descida com 100°C e permaneceriam nessa temperatura, pois o calor absorvido pelas gotas seria utilizado apenas para vaporizar a água, o que geraria uma camada de vapor permanente entre a gota e a ladeira (calefação).

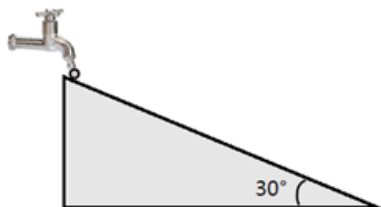


Figura 82: Diagrama esquemático da situação-problema.

Depois de confeccionado o projeto, os resultados foram os esperados. Os testes iniciais foram feitos com a ladeira (plano incli-

nado) a 300°C . Nessa situação, são vistas apenas 5 gotas espaçadas em movimento no plano inclinado, pois quando a 6ª gota é abandonada pela torneira, a 1ª gota desaparece por completo.

Dados:

- Calor latente de vaporização da água $L = 500 \text{ cal/g}$.
- Equivalente mecânico do calor: $1 \text{ cal} = 4 \text{ J}$.
- Aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- Volume de uma esfera $V \sim 4R^3$, onde R é o raio da esfera.
- Densidade da água $= 1 \text{ g/cm}^3$.

Nas condições indicadas na questão,

- (a) Qual a velocidade final (imediatamente antes de desaparecer) das gotas se a ladeira (plano inclinado) estiver na temperatura de 300°C e a velocidade inicial de cada gota é nula?
- (b) A potência térmica P_{ot} associada ao calor absorvido por calefação depende da diferença entre a temperatura da gota T e a temperatura da fonte de calor T_F , conforme a relação: $P_{ot} = k \cdot (T_F - T)$, onde k depende da área de contato, da substância que forma a gota e da distância entre a gota e a fonte. Considerando que k é constante, determine o seu valor para uma dessas gotas em $\text{W}/^{\circ}\text{C}$.

Solução:

(a)

Vamos inicialmente calcular a aceleração a que estarão submetidas as gotas. Pelo diagrama de forças a força resultante é a componente do peso na direção do plano. Pela 2ª lei de Newton, temos:

$$F_R = mg \sen \theta = ma$$

$$a = g \sen \theta = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ m/s}^2$$

Como o movimento da gota é uniformemente variado a equação horária da velocidade é

$$v = v_0 + at$$

Para calcular o tempo vamos usar a vazão da torneira para encontrar o tempo que leva para esta abandonar 6 gotas. Como a vazão é constante podemos obter este tempo por uma proporção simples:

$$\frac{150}{6} = \frac{60}{t} \quad \Rightarrow \quad t = 2,4 \text{ s}$$

Substituindo este valor na equação horária da velocidade, bem como lembrando que a velocidade inicial é nula encontramos a velocidade final da gota:

$$v = a \cdot t = 5 \cdot 2,4 = 12 \text{ m/s}$$

(b)

Vamos agora calcular a potência fornecida a uma gota durante a sua descida pela equação:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{mL_V}{t},$$

em que m é a massa da gota e L_V é o calor latente de vaporização. A massa da gota pode ser calculada pela sua densidade ρ e pela relação de volume fornecida no enunciado:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot (4R^3)$$

$$m = 1 \cdot 4 \cdot (0,2)^3 = 0,032 \text{ g}$$

Substituindo este valor na equação da potência e transformando o calor para a unidade Joule:

$$P = \frac{0,032 \cdot 500 \cdot 4}{2,4} = 26,67 \text{ J/s}$$

Pela relação dada no enunciado o valor de k é:

$$k = \frac{P}{T_F - T} = \frac{26,67}{300 - 100} = 0,13 \text{ W/}^\circ\text{C}$$

Problema 3) No início do século XX, quando a Física Quântica estava nascendo, o físico dinamarquês Niels Bohr criou um modelo atômico que reunia características clássicas e quânticas. Baseado nesse modelo, o elétron do átomo de hidrogênio descreveria órbitas circulares sob o domínio da força elétrica obedecendo

às leis de Newton. Entretanto, os raios das órbitas tinham restrições quânticas. O menor raio, aquele da órbita mais próxima do núcleo atômico, considerado o estado fundamental do átomo de hidrogênio, tinha um valor bem definido: R_0 . Os demais raios teriam valores iguais a $n^2 \cdot R_0$, onde n é um número natural e diferente de zero.

Quanto à energia do átomo de hidrogênio, além da cinética associada ao movimento do elétron, existe a energia potencial elétrica associada à interação elétrica entre o núcleo e o elétron. O valor dessa última energia é

$$-\frac{ke^2}{n^2 R_0},$$

onde e é a carga elementar e k é a constante eletrostática do vácuo.

Quando o elétron se encontra em uma órbita diferente da fundamental (estado excitado), ele tende a migrar para a fundamental emitindo um fóton cuja energia é igual a $h \cdot f$, equação de Planck, onde h é a constante de Planck e f é a frequência associada ao fóton emitido.

O modelo de Bohr obteve uma excelente adequação com os resultados experimentais para as radiações emitidas e absorvidas pelo hidrogênio, sendo falho para os demais elementos químicos. O mérito desse modelo foi apontar a direção para a compreensão da matéria: o modelo atômico genérico deveria obedecer às leis da Física Quântica.

Sobre o modelo de Bohr aplicado ao átomo de hidrogênio, determine:

- (a) a energia cinética que o elétron poderia assumir nas diversas órbitas da eletrosfera.
- (b) a frequência do fóton emitido quando o elétron passasse do estado excitado associado ao número quântico $n = 3$ para a órbita fundamental.

Apresente as respostas em função dos parâmetros apresentados no enunciado.

Solução:

(a) A fig. 83 mostra um esquema do átomo de hidrogênio onde o elétron orbita em torno do próton em uma órbita circular de raio R .

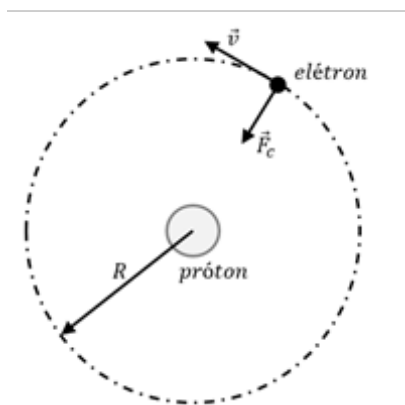


Figura 83: Diagrama esquemático do movimento de um elétron num átomo segundo o modelo de Bohr.

A força entre o próton e o elétron é a força elétrica Coulombiana F_e que atua como força resultante centrípeta R_C :

$$F_e = R_c$$

$$\frac{ke^2}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$$

na qual consideramos os módulos das cargas elétricas do próton e do elétron como sendo e . Dividindo a equação anterior por 2 e substituindo a expressão fornecida na questão para o raio R da órbita podemos obter a expressão da energia cinética:

$$\frac{1}{2} \frac{ke^2}{R^2} = \frac{1}{2} \frac{mv^2}{R}$$

$$\frac{ke^2}{2R} = \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{ke^2}{2n^2R_0} = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{ke^2}{n^2R_0}$$

(b)

Para responder ao item (b) devemos inicialmente calcular a energia total do elétron em uma órbita qualquer de raio R . A energia total é a soma das energias cinética e potencial:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} \frac{ke^2}{n^2R_0} + \left(-\frac{ke^2}{n^2R_0} \right)$$

$$E = -\frac{1}{2} \frac{ke^2}{n^2R_0}$$

Consideremos que o elétron esteja em uma órbita de um estado excitado n_i e decaia para um estado final n_f . A perda e energia do elétron é dada por

$$\Delta E = -\frac{1}{2} \frac{ke^2}{n_f^2 R_0} - \left(-\frac{1}{2} \frac{ke^2}{n_i^2 R_0} \right)$$

$$\Delta E = -\frac{1}{2} \frac{ke^2}{R_0} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

A energia do fóton emitido é correspondente à perda de energia do elétron ao ser transferido entre esses dois orbitais, como informado na questão, temos:

$$hf = -\Delta E$$

$$hf = \frac{1}{2} \frac{ke^2}{R_0} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

No caso do item (b) especificamente o estado inicial é o $n = 3$ e o final é o $n = 1$, logo:

$$f = \frac{1}{2} \frac{ke^2}{hR_0} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{ke^2}{hR_0} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{9} \right)$$

$$f = \frac{4}{9} \frac{ke^2}{hR_0}$$

Problema 4) No início do século XIX, o cientista inglês Thomas Young propôs uma experiência que definiria, para os parâmetros

da época, se a luz era onda ou partículas. Essa experiência ficou conhecida como “a experiência de dupla fenda”, representada na figura ao lado. Seus resultados decidiram essa questão, pelo menos por um bom tempo. No século XX, surge no cenário científico uma nova forma de compreender a natureza: a Física Quântica. O estudo da luz protagonizou grande parte do amadurecimento da Física Quântica. Nas discussões acerca do assunto, não poderia ficar de fora a experiência da dupla fenda.

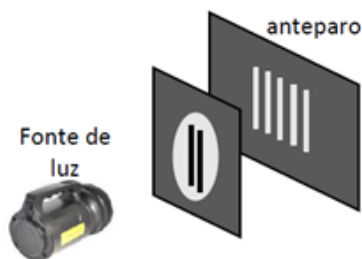


Figura 84: Diagrama esquemático da situação problema.

Neste contexto, responda:

- (a) Por que a existência das regiões bem iluminadas, intercaladas por regiões não iluminadas no anteparo corroboraram com o modelo ondulatório da luz no século XIX? Justifique a resposta.
- (b) Se em lugar da fonte de luz tivermos na experiência em discussão um artefato que lança partículas minúsculas que ao atingir o anteparo ficam nele coladas, o que se espera obter

dessa experiência no anteparo? Justifique a resposta e faça um esboço da figura esperada.

Solução:

(a)

Experimento de dupla fenda com ondas

A experiência consiste em fazer uma luz passar por duas aberturas que servirão como duas novas fontes (F_1 e F_2) coerentes. A figura a seguir mostra um esquema do experimento considerando uma onda senoidal partindo de cada abertura.

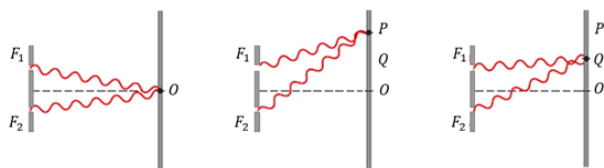


Figura 85: Interferência de duas ondas em um anteparo.

Vamos chamar de O o ponto do anteparo que está a igual distância dos dois orifícios. Como as frentes de onda que partem de F_1 e F_2 estão em fase a interferência das duas ondas será construtiva. Assim como em um ponto P acima de O (pela simetria num ponto P embaixo de O e a igual distância também ocorre) quando a diferença de caminho (Δr) do feixe que parte da fonte F_2 seja igual a um comprimento de onda (λ). Já num ponto Q as

ondas interferem destrutivamente pois chegam à tela em oposição de fase a intensidade da onda resultante é nula.

A condição de interferência ocorre quando a distância d entre as fonte é da mesma ordem do comprimento de onda da luz que se realiza o experimento. Vamos considerar ainda que a distância L entre as fontes e o anteparo seja muito maior que d . Assim podemos considerar os raios r_1 e r_2 paralelos e os dois triângulos retângulos são semelhantes (observe a fig. 86).

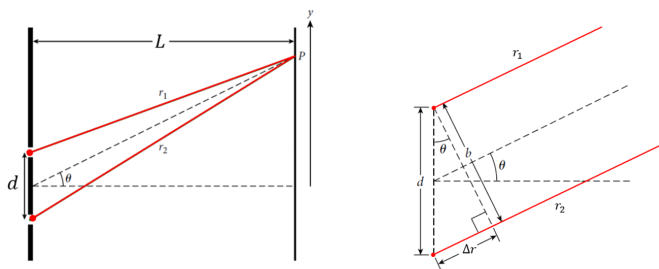


Figura 86: Geometria utilizada para determinar a diferença de caminho entre duas ondas no experimento da fenda dupla.

A interferência construtiva ocorre quando Δr é igual a um múltiplo inteiro de comprimentos de onda:

$$\Delta r = d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Ao passo que a interferência destrutiva ocorre quando a diferença de caminho Δr for igual a um número ímpar de meios comprimentos de onda

$$\Delta r = d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Desta forma no anteparo serão observadas regiões claras, iluminadas (onde ocorreu a interferência construtiva) e faixas escuras onde ocorreu a interferência destrutiva.

Embora tenhamos apresentado esta descrição com ondas eletromagnéticas (luz) ela também é válida para ondas mecânicas.

(b)

Experimento de dupla fenda com partículas

Sabemos da hipótese de *de Broglie* que a toda partícula com momento p está associada uma onda de comprimento de onda dada por:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Assim o experimento anterior também pode ser evidenciado por partículas desde que o comprimento de onda λ seja suficiente para ser observado e detectado. Para partículas no regime clássico (λ muito pequeno, que corresponde a partículas bem massivas e/ou com baixas velocidades) apenas se observa duas regiões próximas dos orifícios com grande incidência de partículas no anteparo (regiões de máximo). Para partículas dentro do limite quântico (partículas atômicas e de alta velocidade) também se observaria regiões onde chegam muitas partículas intercaladas com regiões onde não chegam partículas ressaltando que durante

a propagação desde F_1 e F_2 até o anteparo estas partículas se comportariam como ondas.

Problema 5) No espaço sideral, sem efeitos gravitacionais significativos, fica mais difícil medir a massa. A única maneira de medir massa nessa situação é requisitar seu comportamento inercial, ou seja, aplicar uma força e medir a aceleração produzida. Para que a medição da massa seja feita em um espaço menor, o melhor é promover um movimento circular uniforme do corpo que se deseja medir a massa. Uma maneira plausível é colocar uma carga elétrica q no corpo em foco e lançá-lo no interior de um solenoide na direção perpendicular ao eixo do mesmo.

Digamos que uma nave tripulada desenvolvia um movimento retilíneo uniforme sem movimento de rotação, seguindo da Terra para Marte, em uma missão de pesquisa. No meio do caminho, um pesquisador precisou medir a massa de uma pequena amostra de combustível sólido experimental. Ele então eletrizou a amostra a qual adquiriu uma carga elétrica $q = 300 \mu\text{C}$. Em seguida, lançou a amostra, conforme explicado no parágrafo acima, dentro de um solenoide que produzia um campo magnético interno B de 8 T. A amostra passou a descrever círculos de 40 cm de diâmetro em um ritmo de 3,0 rpm.

Desprezando a resistência do ar dentro da nave e sabendo que nas condições do problema $F_R = ma$ onde a força resultante F_R é a força magnética e a aceleração é a centrípeta, responda as perguntas abaixo.

- (a) Qual a massa da amostra?
- (b) Sabe-se que o solenoide utilizado tinha uma resistência de $90 \, \Omega$ e era alimentado por um gerador de 12 kV. Sendo assim, determine a densidade linear η de voltas do solenóide (espiras) em voltas (espiras) por mm.

Dados:

- permeabilidade magnética do ar: $\mu = 4\pi \times 10^{-7} \, \text{m A}^{-1}$.
- $\pi = 3$.

Solução:

(a)

A força magnética que atua sobre a partícula carregada pode ser determinada como:

$$F_m = qvB \sin \alpha$$

sendo α o ângulo entre a velocidade da partícula e o campo magnético.

Considerando o movimento da partícula apenas num plano transversal ao solenóide como mostra a fig. 87, temos:

$$F_m = qvB.$$

A força magnética atua como resultante na direção centrípeta, dessa maneira

$$F_m = F_c,$$

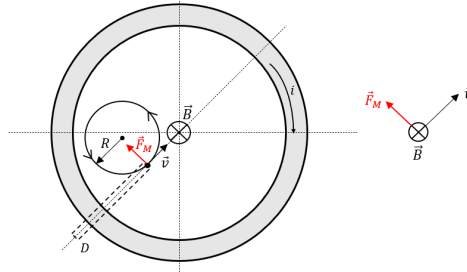


Figura 87: Movimento de uma partícula carregada dentro de um solenóide.

$$qvB = \frac{mv^2}{r},$$

$$m = \frac{qBr}{v}.$$

Como a partícula executa um movimento circular podemos usar que $v = \omega r = (2\pi f)r$, logo:

$$m = \frac{qB}{2\pi f}$$

Substituindo os valores numéricos ($f = 3/60 = 0,05$ Hz):

$$m = \frac{300 \cdot 10^{-6} \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 0,05} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 8 \text{ g}$$

(b)

O módulo do campo magnético de um solenoide é

$$B = \mu i \frac{N}{L}.$$

A corrente que circula no solenóide pode ser determinada pela lei de Ohm como $i = V/R$. Neste caso:

$$B = \mu \frac{V}{R} \frac{N}{L}$$

$$\eta = \frac{N}{L} = \frac{BR}{\mu V}$$

Substituindo os valores numéricos:

$$\eta = \frac{8 \cdot 90}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 12 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^4 \text{ voltas/m}$$

$$\eta = 50 \text{ voltas/mm}$$

Medalhistas

9º ano do ensino fundamental

Medalha de Ouro

Lista de Medalhistas

ANA VICTORIA MARQUES SOUZA

Esc Mul Orozina M Martins - Caldas Novas/GO

ARTHUR PINTO LORENZO

Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA

ARTHUR SILVA DE VASCONCELOS

Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE - Recife/PE

BRUNO LEVY SOUZA GUIMARAES

Colégio da Polícia Militar do CE - Fortaleza/CE

CARLOS EDUARDO OLIVEIRA DE SOUSA

*Escola Municipal Izabel de Matos Ribeiro - Senador
Canedo/GO*

CASIO F BARCELLOS DE OLIVEIRA

Col Militar de Brasília - Brasília/DF

DANILO LEMES REIS

*Escola Estadual Professor Waldoce Fricke de Lyra -
Manaus/AM*

DAVI CERQUEIRA SÁLINAS PIRES

Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA

Lista de Medalhistas**DAVY ALBERT DUTRA DE ANDRADE***Stelio Machado Loureiro Professor - Birigui/SP***EDUARDO CRUZ RIBEIRO***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA***ERNESTO DURGANTE DA SILVEIRA***Colégio Militar de Manaus - Manaus/AM***FELIPE VIEIRA SOLART***Escola Estadual Professor Waldocke Fricke de Lyra -
Manaus/AM***GRACE ANNE RODRIGUES DE SOUZA PEREIRA***Colégio Tiradentes PMMG - Governador Valadares/MG***JANA ALMEIDA PACHECO DOS SANTOS***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA***LUCAS DA SILVA OLIVEIRA RESENDDE***Escola Municipal Professor Ofelio Leitão - Teresina/PI***MARIA LUCIA GESTEIRA SANTOS***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA***PEDRO HENRIQUE DE SOUSA FIGUEIREDO***Colégio Militar de Porto Alegre - Porto Alegre/RS***RAFAEL MORENO RIBEIRO***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA*

Lista de Medalhistas**VICTOR ALYSSON RODRIGUES SANTANA***Colégio da Polícia Militar de Goiás Unidade Hugo de
Carvalho Ramos - Goiania/GO***VICTOR YGHOR SIMÕES DOS SANTOS***Colégio da Polícia Militar de Pernambuco - Recife/PE***WYVYANNE LIMA FERREIRA***Escola Municipal Professor Valter Alencar - Teresina/PI***ÉRIKA SANTOS PAIS***Esc Mul Orozina M Martins - Caldas Novas/GO*

9º ano do ensino fundamental

Medalha de Prata

Lista de Medalhistas

ALEXANDRE ORTOLANI GALON

Colégio Militar de Porto Alegre - Porto Alegre/RS

ALISSON KEVIN SANTOS SÁLES

Escola Municipal Vereador José Ommati - Teresina/PI

ANTONIO GABRIEL DOS SANTOS BARBOSA

Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL

BRENO NOGUEIRA IDINO

José Negri Professor EMEF - Sertãozinho/SP

BRUNO NOGUEIRA IDINO

José Negri Professor EMEF - Sertãozinho/SP

CARLOS ALESSANDRO BARTOLOMÉ

*Maria Theodora Pedreira de Freitas Profa EEFMT -
Barueri/SP*

CARLOS EDUARDO PEREIRA SÁMPAIO

Colégio Militar de Fortaleza - Fortaleza/CE

CECILIA MARIANE SOARES CARVALHO

Escola Municipal Euripedes de Aguiar - Teresina/PI

Lista de Medalhistas**DANIEL BARBOSA LIMA TORRES***Col Militar de Brasília - Brasília/DF***DAVI SEBAJE DA SILVA***Colégio Militar de Porto Alegre - Porto Alegre/RS***EDUARDA FERNANDES LEITE***Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE - Recife/PE***EMMILY GABRIELLE BACELAR DE SOUSA***Escola Municipal Professora Zoraide Almeida - Teresina/PI***FELIPE GABRIEL SILVA AMARANTE***Escola Municipal Professor Manoel Paulo Nunes -
Teresina/PI***FELIPE GARCIA GRECCHI***Roberto Zanutto Desiderio Professor EMEF - Sertãozinho/SP***GABRIELA ARAÚJO GONÇALVES***Roberto Zanutto Desiderio Professor EMEF - Sertãozinho/SP***GISELE SOTERO DOS SANTOS***Colégio da Polícia Militar do CE - Fortaleza/CE***HELEN CRISTINY KLIPEL***EEEFM Gisela Sálloker Fayet - Domingos Martins/ES***JOÃO OTÁVIO BATISTA***Centro Educ Prof.^a Alzira Alves Carneiro - Tanque Novo/BA*

Lista de Medalhistas**KARLA MARIA TAVARES LEITE***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***KAUAN DO NASCIMENTO FERREIRA DOS SANTOS***Emef Professora Maria Antonezia Meireles E Sá -
Fortaleza/CE***LARA BEATRIZ TORRES DA SILVA***Escola Municipal Mario Faustino - Teresina/PI***LARISSA HIKARU WATANABE***Leandro Klein EMEF - São Caetano do Sul/SP***LAURA ISABELLE SILVA MENDES DA CUNHA***Escola Municipal Mariano Alves de Carvalho - Teresina/PI***LAURA MELO DE MORAES***Maria Theodora Pedreira de Freitas Profa EEFMT -
Barueri/SP***LAVINIA LOPES SOEIRO***Palmyra Sánt Anna Profa EMEF - São José dos Campos/SP***LEONARDO ANTONIO FERREIRA***Esc Mul Orozina M Martins - Caldas Novas/GO***LETÍCIA YUMI KATAYAMA***Roberto Zanutto Desiderio Professor EMEF - Sertãozinho/SP***LUANA ROCHA JORGE***Colégio Militar de Curitiba - Curitiba/PR*

Lista de Medalhistas**LUCAS COSTA SOARES***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA***LUCAS RAMOS V R CARNEIRO***Colégio Militar do Recife - Recife/PE***LUIZ CARLOS MACHADO FERREIRA***Colégio Pedro II - Rio de Janeiro/RJ***LUIZ EDUARDO BRAVIN***EEEFM Padre Antonio Volkers - Marilandia/ES***MARIA EDUARDA MENESES PEREIRA***Escola Municipal Cacimba Velha - Teresina/PI***MARIA VICTORIA DA SILVA TAVARES***Escola Municipal Professor Ofelio Leitão - Teresina/PI***MATEUS VICTOR DA COSTA CRUZ***Escola Municipal Cacimba Velha - Teresina/PI***MIGUEL LOURENÇO TAVARES DA SILVA***Colégio Militar do Rio de Janeiro - Rio de Janeiro/RJ***MURILO APP OLIVEIRA***Palmyra Sánt Anna Profa EMEF - São José dos Campos/SP***NICOLAS HENRIQUE CAVALCANTI DA SILVA***Colégio da Polícia Militar de Pernambuco - Recife/PE***RAY CANUTO LINS***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL*

Lista de Medalhistas**REINALDO OLIVEIRA COSTA***Esc Mul Orozina M Martins - Caldas Novas/GO***ROMULO CONSTANTINO SOUSA SILVA***Escola Municipal Jornalista João Emilio Falcão - Teresina/PI***THIAGO CORDEIRO DE MELO***Escola Estadual Professor Waldoche Fricke de Lyra -
Manaus/AM***TIAGO DINIZ SILVA NASCIMENTO***Esc Mul Orozina M Martins - Caldas Novas/GO***VICTÓRIA AMÁBILE DANIEL***Roberto Zanutto Desiderio Professor EMEF - Sertãozinho/SP***VITOR GABRIEL MACÊDO DOS REIS***Escola Municipal Euripedes de Aguiar - Teresina/PI***VITOR LORDELLO MARINHO VIEIRA***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA***VITOR SOARES FALCÃO***Emef Professora Maria Antonezia Meireles E Sá -
Fortaleza/CE***WICTOR VINICIUS BARBOSA SILVA***Esc Mul Orozina M Martins - Caldas Novas/GO*

9º ano do ensino fundamental

Medalha de Bronze

Lista de Medalhistas

ADSON MENDES DE ROSSE

Col Militar Tiradentes - Brasília/DF

ALEF CERQUEIRA GOMES

Escola Municipal Professor Ofelio Leitão - Teresina/PI

ANA LARA FRANCO NOGUEIRA

Roberto Zanutto Desiderio Professor EMEF - Sertãozinho/SP

ANDERSON SILVA CORIN

Colégio Militar de Santa Maria - Santa Maria/RS

ANDRE EINSTEIN DE SOUSA FILHO

*Colégio da Polícia Militar de Goiás Unidade Dr Cezar Toledo
- Anápolis/GO*

ANTONIO GUILHERME AZEVEDO SOUSA

José Inácio Gomes Parente de EIEF - Sobral/CE

CLEYTON CAUA SANTOS BRITO

Colégio da Polícia Militar do CE - Fortaleza/CE

DANILO VELOSO GANÇALVES

Escola Municipal Manoel Nogueira Lima - Teresina/PI

Lista de Medalhistas**EDGARD JÚNIO DA SILVA VIANA***Ensino Médio Augustinho Brandão - Cocal dos Alves/PI***EDUARDO CAREZIA***Paulo Freire EMEF - Americana/SP***ERIC MANOEL RIBEIRO DE SOUSA***Escola Municipal Barjas Negri - Teresina/PI***ESTELA BARON NAKAMURA***CED Gisno - Brasília/DF***FELLIPE BACELAR COSTA***EEIFM Tenente Rego Barros - Belém/PA***FLAVIO BARBOSA DE CARVALHO NETO***Colégio Militar do Recife - Recife/PE***GABRIEL ALEXANDRE RICHTER***Colégio Militar de Porto Alegre - Porto Alegre/RS***GABRIEL LIMA DOS SANTOS***Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE - Recife/PE***GIORDANO GOSSEN MAFRA***Escola Municipal Pastor Hans Muller - Joinville/SC***GIOVANI SEVERGNINI VARGAS***Colégio Militar de Porto Alegre - Porto Alegre/RS***HENRIQUE DOMINGUES JOCAS***Oscar Niemeyer Arquiteto EMEFM - São Caetano do Sul/SP*

Lista de Medalhistas**IARA VIVIAN SOUSA PINTO***José Brandão de Albuquerque EMEF - Jijoca de
Jericoacoara/CE***ISTEICY DA CRUZ CARDOZO***Escola Municipal Professor Valter Alencar - Teresina/PI***JAILSON GABRIEL FERREIRA DA SILVA***Escola Municipal Professor Manoel Paulo Nunes -
Teresina/PI***JANMYLLYS DE SOUSA SILVA***Esc Mul Orozina M Martins - Caldas Novas/GO***JESSÉ VITOR ARAUJO DE CARVALHO***Colégio Militar de Manaus - Manaus/AM***JOÃO COUTO DE MORAES***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***JOÃO PEDRO BENTO SILVA***José Negri Professor EMEF - Sertãozinho/SP***JOÃO PEDRO CARDOSO DE QUEIROZ***Centro Educ Prof.^a Alzira Alves Carneiro - Tanque Novo/BA***JOÃO PEDRO RODRIGUES DOS SANTOS***Roberto Zanutto Desiderio Professor EMEF - Sertãozinho/SP***JOÃO VICTOR CORREIA BASTOS BRIANTI***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA*

Lista de Medalhistas**JULIA MARTINS LIMA***Leandro Klein EMEF - São Caetano do Sul/SP***JULIO NUNES AVELAR***EE Professor Antonio Passos Silva - Guapé/MG***JÉSSICA PPEREIRA AIRES***Colégio João D Abreu - Dianópolis/TO***KALYEL GOMES MUNIZ***Colégio Militar do Recife - Recife/PE***LARA SÁYWRY MATSUURA***Colégio da Polícia Militar de Goiás Unidade Hugo de
Carvalho Ramos - Goiania/GO***LAURA TONIOLO DIAS***José Negri Professor EMEF - Sertãozinho/SP***LUANA LIBERATO FONTELES***Raul Monte Ef - Sobral/CE***LUCAS FERREIRA PINTO***Colégio Militar do Recife - Recife/PE***LÍVIA TREVISAN REIS***Roberto Zanutto Desiderio Professor EMEF - Sertãozinho/SP***MARCELLE RODRIGUES MAGALHÃES FILHO***Escola Municipal Professor Ofelio Leitão - Teresina/PI*

Lista de Medalhistas**MARIA JULIA MONTEIRO OLIVEIRA***Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE - Recife/PE***MARIANA BARCELOS SÁNCHEZ***Roberto Zanutto Desiderio Professor EMEF - Sertãozinho/SP***MARINA XAVIER DAMASCENO***Colégio Tiradentes PMMG - Governador Valadares/MG***MIRELLY MOÇO ALVES***Centro Educ Prof.^a Alzira Alves Carneiro - Tanque Novo/BA***MURILO DE SOUSA MELO***Col Militar do Corpo de Bombeiro - Fortaleza/CE***MURILO SÁMPAIO MIGUEL***Leandro Klein EMEF - São Caetano do Sul/SP***NATANAEL PAULINO SILVA DE SOUSA***Escola Municipal Professora Maria do Socorro Pereira da
Silva - Teresina/PI***NICOLE GOMES DE AGUIAR***Paulo Furtado de Mendonca EEIEF - Ubajara/CE***NÍKOLAS FERNANDES DE MORAES***Colégio Militar de Porto Alegre - Porto Alegre/RS***RAFAEL GOMES QUEIROZ***Centro Educ Prof.^a Alzira Alves Carneiro - Tanque Novo/BA*

Lista de Medalhistas**RAFAEL SÁPIENZA PINHEIRO***Col Militar de Brasília - Brasília/DF***RAISSA MARIANO FANTIN***José Negri Professor EMEF - Sertãozinho/SP***RAÍSSA CÁSSIA DE SOUZA ORTEGA***Colégio Militar de Curitiba - Curitiba/PR***RONALD SILVA ROCHA***Anexo I do Colégio da Polícia Militar Petrolina -
Petrolina/PE***RUTH ELLEN VIEIRA DOS SANTOS***Escola Municipal Mocambinho - Teresina/PI***SAMUEL VITOR ALVES SANTOS***Escola Municipal Professor João Porfírio de Lima Cordao -
Teresina/PI***SARA LUÍSA LIMA DOS SANTOS***José Negri Professor EMEF - Sertãozinho/SP***SARAH EBRAM ALVARENGA***Palmyra Sánt Anna Profa EMEF - São José dos Campos/SP***THIAGO LOHAN MARTINHO LABANCA***EE Cesario Coimbra - Muzambinho/MG***VINICIUS GALINA DOS SANTOS***Oswaldo Sámuel Massei EMEF - São Caetano do Sul/SP*

Lista de Medalhistas**VINÍCIUS CALDEIRA REIS PALARETI***Colégio Militar de Belo Horizonte - Belo Horizonte/MG***WANEISSA LOPES DA SILVA***Esc Mul Orozina M Martins - Caldas Novas/GO***WANEISSA NILMARA DE ARAUJO LIMA***Escola Municipal Mocambinho - Teresina/PI***YASMIN ANTONELA NASCIMENTO OLIVEIRA***Escola Municipal Jornalista João Emilio Falcão - Teresina/PI*

1ª série do ensino médio

Medalha de Ouro

Lista de Medalhistas

ENZO MEDEIROS COSTA

Col Militar de Brasília - Brasília/DF

FELIPE FARAH AFFONSO ALVES

Colégio Militar do Rio de Janeiro - Rio de Janeiro/RJ

HENRIQUE ALBERTO PADILHA MENDES

Pol Militar C Cel P M F S Mir Ef M - Curitiba/PR

ISABELLA DA SILVA DE ALMEIDA GONÇALVES

Instituto Federal de Educação Ciência E Tecnologia do Rio de Janeiro Campus Rio de Janeiro - Rio de Janeiro/RJ

JOÃO PEDRO BARBOSA LEMOS DOS SANTOS

CED Gisno - Brasília/DF

JOÃO PEDRO SOUZA DOS SANTOS

CED Gisno - Brasília/DF

JOÃO VICTOR BEZERRA CAVALCANTE

Colégio da Polícia Militar do CE - Fortaleza/CE

LEVI FERREIRA SANTOS NETO

Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA

Lista de Medalhistas**LUCAS ARAUJO FARIA***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA***MATHEUS AUGUSTO SCHIMIDT NOLASCO***Limeira Colégio Técnico de Unicamp - Limeira/SP***MATHEUS MARINHEIRO SPONTAM***EE Desmilton Armando Pompeu de Barros - Colider/MT***PEDRO FREIXINHO NUNES***Colégio Militar do Rio de Janeiro - Rio de Janeiro/RJ***RODRIGO OLIVEIRA DO NASCIMENTO***Instituto Federal de Educação Ciência E Tecnologia do Rio de Janeiro Campus Rio de Janeiro - Rio de Janeiro/RJ***VICTOR ALVES***Colégio Militar de Fortaleza - Fortaleza/CE***WESLEY ANTÔNIO MACHADO ANDRADE DE
AGUIAR***Colégio Militar de Manaus - Manaus/AM*

1ª série do ensino médio

Medalha de Prata

Lista de Medalhistas**ANDRÉ ANDRADE GONÇALVES***Instituto Federal do Maranhão - Campus Imperatriz -
Imperatriz/MA***Ana Cecília Santos Pereira***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***CAIO FREITAS DANTAS***Cefet-Celso Suckow da Fonseca-Uned Itaguaí - Itaguaí/RJ***CECILIA SARAIVA DE AQUINO LIMA***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA***CÉSAR AUGUSTO NORONHA SOUSA JUNIOR***IFRN - Campus Natal - Central - Natal/RN***EDUARDO PIASSAROLI DE ABREU***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***GABRIEL NOBUAKI NOJIMA***Colégio Militar do Recife - Recife/PE***GLAUCO CÉSAR PRADO SOARES***Col Militar de Brasília - Brasília/DF*

Lista de Medalhistas**ISABELLA FERREIRA BREDER***Instituto Federal do Espirito Santo-Campus Vila Velha - Vila Velha/ES***LETICIA ALVES DO NASCIMENTO***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***LUCAS PORPINO DE ARAÚJO SILVA***Colégio Militar do Recife - Recife/PE***LUCAS SANTOS MORAES***Colégio Militar do Rio de Janeiro - Rio de Janeiro/RJ***LUIS HENRIQUE DOMINGUES BUENO***Antonio Prado Conselheiro ETE - Campinas/SP***MARIA FERNANDA LIPHAUS ALMEIDA NEGRELI***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***MATEUS WYLLAMES FERREIRA DE LIMA***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***MATHEUS FARIA PENIDO***CEFET MG Campus V - Divinópolis - Divinópolis/MG***MICAÍAS MARTINS DE AQUINO***EEM Dona Marieta Cals - Cariré/CE***NICOLE ROBERTA CARVALHO RIBEIRO***IFES - Campus Cariacica - Cariacica/ES*

Lista de Medalhistas**PEDRO HENRIQUE ANDRADE GUIMARAES***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA***PEDRO HENRIQUE HOYOS KAHN DE CARVALHO***CPH - Campus Tijuca II - Rio de Janeiro/RJ***PEDRO LEVI SÁLES CAVALCANTE***Colégio da Polícia Militar do CE - Fortaleza/CE***RENAN DE MENDONÇA VALENTE***Instituto Federal de Educação Ciência E Tecnologia do Rio de Janeiro Campus Paracambi - Paracambi/RJ***RIAN ANTONY MEDEIROS DE ABREU***Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE - Recife/PE***ROBSON DE SOUZA FRANKLIN***IFBA - Campus Salvador - Salvador/BA***ROMANA SEVERO GALVÃO***IFRN - Campus Natal - Central - Natal/RN***RUAN S M SIQUEIRA***Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET MG - Campus Timoteo - Timóteo/MG***VICTOR MORELI DOS SANTOS***IFSP - Campus Sertãozinho - Sertãozinho/SP***YAGO DE SOUZA PEREIRA***IFES - Campus Cariacica - Cariacica/ES*

Lista de Medalhistas**YGORFALCÃO GOMES MENDES***Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE - Recife/PE***ÁLEFE SYMON ROSA CARVALHO***EEEM Acy de Jesus Neves de Barros Pereira - Marabá/PA***ÂNGELO DE CARVALHO NUNES***Instituto Federal do Maranhão - Campus Imperatriz -
Imperatriz/MA*

1ª série do ensino médio

Medalha de Bronze

Lista de Medalhistas

ALEXANDER BENTO DE CAMARGO

Cent Est de Ens Médio Tiradentes - Porto Alegre/RS

ARIEL GOIS DE FREITAS

Escola Estadual Manoel de Matos - Santana do Mundau/AL

BRUNO BARON NAKAMURA

CED Gisno - Brasília/DF

BRUNO WIRTHMANN GONÇALVES ASMAR

*Colégio Estadual da Polícia Militar de Goiás Gabriel Issa -
Anápolis/GO*

DANIEL FILHO NUNES CECHIN

*Colégio Politécnico da Univ Fed de Sta Maria - Santa
Maria/RS*

DANILO MATOS DE OLIVEIRA

IFMG - Campus Betim - Betim/MG

DIONATHAN TRINDADE BOOR

Cent Est de Ens Médio Tiradentes - Porto Alegre/RS

EMILIE CORRÊA FREIRE

EEEFM São Raimundo Nonato - Santarém/PA

Lista de Medalhistas**FRANCISCO ALEXANDRE PAIVA SILVA***EEM Dona Marieta Cals - Cariré/CE***GABRIEL DIAS BARROS***IFES - Campus Serra - Serra/ES***GABRIEL ORIGGI***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***GABRIELA BARBOSA SOUZA***Escola Estadual Almeida Cavalcanti - Palmeira dos Índios/AL***HANA GABRIELA ALBUQUERQUE SOUSA***Colégio Militar de Manaus - Manaus/AM***HEMERSON DOS SANTOS MOREIRA***Escola Estadual Profº Manoel Gentil do Vale Bentes -
Satuba/AL***HENRIQUE CARNEIRO CARDOSO***EE - Colégio Estadual de Tanque Novo - Tanque Novo/BA***JOÃO PAULO ALVES VENCESLAU DE BRITO***Colégio Técnico de Campinas - Unicamp - Campinas/SP***JOÃO PEDRO DELLA VALENTINA***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***JOÃO VICTOR DAS NEVES ROMERO***CEM Setor Oeste - Brasília/DF*

Lista de Medalhistas**LARA DINIZ DU PIN GALVÃO***CE Maua - Magé/RJ***LETÍCIA VIERA DA SILVA***Instituto Federal de Educação Ciência E Tecnologia do CE
Campus Juazeiro do Norte - Juazeiro do Norte/CE***LUANA RODRIGUES DA SILVA e LIMA***Col Tec Industrial Prof Isaac Portal Roldan Unesp -
Bauru/SP***LUCA TWARDOWSKI PRÁ SCHERER***Colégio Militar de Porto Alegre - Porto Alegre/RS***LUCAS DE HOLANDA LIMA***Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE - Recife/PE***LUCIANO SILVA MORAES JUNIOR***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA***LUIZ ALBERTO NASCIMENTO VILHENA***Escola Estadual Professor Waldocke Fricke de Lyra -
Manaus/AM***LUIZA MENEGUCCI LOUGON***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***LÍVIA LIMA BION***Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE - Recife/PE*

Lista de Medalhistas**MARCOS GABRIEL ABENSUR AQUINO***Colégio Militar de Manaus - Manaus/AM***MARIA ELISA VIANA MAGALHÃES***Coltec - Colégio Técnico da UFMG - Belo Horizonte/MG***MARIA VICTORIA BARRETO TEIXEIRA***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA***MURILLO SIMOES SANTOS***Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA***PEDRO HENRIQUE ALVES DE ABREU CAMPOS***Campus 1 - BH - Belo Horizonte/MG***PEDRO OLIVEIRA DE CARVALHO SILVA***Escola Estadual Prof Eduardo da Mota Trigueiros -
Maceió/AL***PEDRO VÍTOR SÁRTORI SINHOROTO***Col de Aplicação da UFV - Coluni - Viçosa/MG***RICHARD COSTA VECCHIONI***Colégio Militar do Rio de Janeiro - Rio de Janeiro/RJ***ROBERTO SANTOS LEITE***Col Militar Tiradentes - Brasília/DF***TIAGO KIENEN CHAVES***Colégio Militar de Curitiba - Curitiba/PR*

Lista de Medalhistas**VICTOR JUNGES ALVES***Cent Est de Ens Médio Tiradentes - Porto Alegre/RS***VITOR LORENSON BORTOLINI***Colégio Tiradentes da Brigada Militar - Passo Fundo - Passo
Fundo/RS***WILHELM LUDWIG LIMA WEYRICH***Col Militar de Brasília - Brasília/DF***ÁLEX FELIPE CAÇULA LEAL***IFBA - Campus Salvador - Salvador/BA***ÁUREA DA SILVA VALADARES FONSECA***CED Gisno - Brasília/DF*

2ª série do ensino médio

Medalha de Ouro

Lista de Medalhistas

ARTUR DE OLIVEIRA MACENA LOBO

Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE - Recife/PE

BRUNO DE BRITO PASSOS

Ensino Médio Augustinho Brandão - Cocal dos Alves/PI

CHRISTIAN THIAGO GOMES SANTOS

Cotia Escola Técnica Estadual De - Cotia/SP

DENILSON MARTINS VIEIRA SANTOS

CEFET MG Campus V - Divinópolis - Divinópolis/MG

DENNY RODRIGUES DO CARMO

IFAP - Campus Macapa - Macapá/AP

DÁRIO DE BORTOLI

Colégio Militar de Porto Alegre - Porto Alegre/RS

EDUARDO COSTA DOS SANTOS

*EEEP Professor Sebastião Vasconcelos Sobrinho -
Tanguá/CE*

FELIPE SOUZA SISNANDO DE ARAUJO

Col Militar de Brasília - Brasília/DF

Lista de Medalhistas**GABRIEL BOLNER***Colégio Tiradentes da Brigada Militar - Passo Fundo - Passo
Fundo/RS***GUILHERME DE VITRO CHIACHIO***Limeira Colégio Técnico de Unicamp - Limeira/SP***GUILHERME MÜLLER BERTOLINO***IFES - Campus Linhares - Linhares/ES***HADASSA MIRELY SILVA DOS SANTOS***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***HUGO SPADETE ARRIVABENE***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***IURI DE LIMA***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***JEFERSON DA SILVA BRITO***Ensino Médio Augustinho Brandão - Cocal dos Alves/PI***JOSÉ VINICIUS DA SILVA CAMPÊLO***Colégio de Aplicação do CE da UFPE - Recife/PE***JOÃO GABRIEL SKIAVINE***Escola Preparatoria de Cadetes do Ar - Barbacena/MG***JULIO CESAR DA SILVA GOMES***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL*

Lista de Medalhistas**LARISSA CRISTINA BERTANHA***Col Militar de Brasília - Brasília/DF***LETÍCIA SILVA MACÊDO***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***LUÍS FELIPE KOEHLER DOMINGUES***CEFET Celso Suckow da Fonseca - Rio de Janeiro/RJ***MIGUEL GUIMARÃES JUNQUEIRA SILVA***Colégio Tiradentes PMMG - Juiz de Fora/MG***NALBERTH TOKUGI KAGIYA***Instituto Federal de Educação Ciência E Tecnologia da Bahia
- Campus Seabra - Seabra/BA***RAÍSSA REBECA ALBUQUERQUE CAVALCANTE***Col Militar Tiradentes - Brasília/DF***RUAN LOURENÇO SILVA***CEFET Celso Suckow da Fonseca - Rio de Janeiro/RJ***RUAN VIEIRA AUGUSTO GAMBÔA***Col Tec da Univ Fed Rural do R Janeiro - Seropédica/RJ***SAMIRA BRAS CESARIO SILVA***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***SANDRO VICTOR FERREIRA TORRES***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL*

Lista de Medalhistas**THEO BRUNO FREY RIFFEL***CEFET de Araxá-Campus IV - Araxá/MG***THIAGO JOSÉ VELÔSO DE SOUZA***Col Militar de Brasília - Brasília/DF***VICTÓRIA MARIA SANTOS DA SILVA***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***VINICIUS GUIMARÃES DE OLIVEIRA***Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campo Mourao
- Campo Mourão/PR***ÓLIN MEDEIROS COSTA***Col Militar de Brasília - Brasília/DF*

2ª série do ensino médio

Medalha de Prata

Lista de Medalhistas**ANDERSON GABRIEL FALCÃO DOS SANTOS***Instituto Federal de Alagoas-Campus Maceió - Maceió/AL***AUGUSTO MARIANO BERNARDI***Colégio Técnico de Campinas - Unicamp - Campinas/SP***Andressa Carmen Bispo Lima Barros***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***BEATRIZ MUTZ ALBANO***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***BRUNO GEVEHR FERNANDES***IFSUL - Campus Pelotas - Pelotas/RS***DIEGO DA SILVA PEREIRA***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***EDUARDO LEONARDO PEREIRA DE FREITAS***CED Gisno - Brasília/DF***GUSTAVO CAROLINO RODRIGUES e ROCHA***Col de Aplicação da UFV - Coluni - Viçosa/MG*

Lista de Medalhistas**GUSTAVO RROVERSI MALDONADO***Col Tec Industrial Prof Isaac Portal Roldan Unesp -
Bauru/SP***JAIRON HENRIQUE NOIA BATISTA***Instituto Federal de Alagoas-Campus Maceió - Maceió/AL***JOÃO PEDRO LEMOS DE BRITO***Cefet-Rj - Uned Nova Iguaçu - Nova Iguaçu/RJ***JOÃO VÍTOR TROGILDO FORESTI***Colégio Militar de Porto Alegre - Porto Alegre/RS***LARA MORAES BARBOSA***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***LUAN FRAGA SÁRATES***Cent Est de Ens Médio Tiradentes - Porto Alegre/RS***LUCAS DUQUE MARTINS***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***LUCAS FERNANDES ARAÚJO SILVA***IFPA - Campus Parauapebas - Parauapebas/PA***LUCAS LOURENÇO DA ROCHA MATOS***Col Militar Dom Pedro II - Brasília/DF***LUCCA DUARTE RODRIGUES***Col Militar de Brasília - Brasília/DF*

Lista de Medalhistas**LUIZ FILIPE PEREIRA MATOS***Ifnmg - Campus Montes Claros - Montes Claros/MG***MARCUS VINICIUS MAIA***EEEP Professora Maria de Jesus Rodrigues Alves -
Pacujá/CE***MARIA LUISA DE ANDRADE REIS***Colégio de Aplicação do CE da UFPE - Recife/PE***MARIANA MARIAH IDALGO DA COSTA***CEFET Celso Suckow da Fonseca - Rio de Janeiro/RJ***MATEUS SIMÕES DE BARROS***Colégio Naval - Angra dos Reis/RJ***MATHEUS DUQUE SPÍNOLA GOMES***Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE - Recife/PE***MATHEUS WILLIAN ROMÃO DA SILVA ALMEIDA***Campus - Cuiabá - Cuiabá/MT***OSÉIAS DA SILVA OLEGÁRIO***Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE - Recife/PE***RAFAEL MOREIRA PASSOS***Col Militar Dom Pedro II - Brasília/DF***TALES SHIKI TAKAMORI***Colégio Militar de Curitiba - Curitiba/PR*

Lista de Medalhistas**THIAGO FELIPPE NEITZKE LAHASS***EEEFM de Ponto do Alto - Domingos Martins/ES***VINÍCIUS CECCON***UTFPR - Campus Pato Branco - Pato Branco/PR***VITOR CAVALCANTE MONICI***Col Militar Dom Pedro II - Brasília/DF***ÂNGELO RAPHAEL CAMELO DE ARAÚJO****BARBOSA***IFRN - Campus Santa Cruz - Santa Cruz/RN*

2ª série do ensino médio

Medalha de Bronze

Lista de Medalhistas

ANA BEATRIZ SANTOS DE MATOS

Colégio Militar de Curitiba - Curitiba/PR

ANA LUIZA NOGUEIRA BRAGA

Col Militar Dom Pedro II - Brasília/DF

ANDRE PATRICIO DE SOUZA

IFES - Campus Vitória - Vitória/ES

BRENO ULIANA DE ANGELO

IFES - Campus Vitória - Vitória/ES

BRUNA LISBOA NUNES

EEIFM Tenente Rego Barros - Belém/PA

CAMILA YOSHINE MONIVA

Colégio Técnico de Campinas - Unicamp - Campinas/SP

CLARICE LIE SÁKAGUCHI BARROS

Colégio Militar do Recife - Recife/PE

DANIEL MORAIS TROJAN

Colégio Militar de Curitiba - Curitiba/PR

EDILSON ELIAS BARBOSA GUEDES DIAS

IFBA - Campus Barreiras - Barreiras/BA

Lista de Medalhistas**ERIK AZEVEDO DE MENESES***Colégio da Polícia Militar do CE - Fortaleza/CE***FILIPPE TEIXEIRA HAGE FIRME***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***GABRIEL AUGUSTO DE AVILA BARBOSA***CEFET de Araxá-Campus IV - Araxá/MG***GABRIEL NEGREIRO OLIVEIRA***Colégio Militar de Campo Grande - Campo Grande/MS***GEOVANA DE SOUZA CALDAS***Escola Estadual Professor Waldocke Fricke de Lyra -
Manaus/AM***GUILHERME FERLETE BONFIM***Aracatuba ETEC De - Araçatuba/SP***GUILHERME LORETE SCHMIDT***IFES - Campus Guarapari - Guarapari/ES***GUSTAVO TRAZZI COLODETI BARBOZA***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***HENRIQUE LEMOS DE HOLANDA***Colégio Militar de Fortaleza - Fortaleza/CE***IZAQUE SENA DOS SANTOS***Brasílio Flores de Azevedo Instituto Técnico de Barueri -
Barueri/SP*

Lista de Medalhistas**JHONSON MARLON SILVA***Escola Estadual Ayrton Senna da Silva - Boa Vista/RR***JOÃO HENRIQUE DE MELLO MOREIRA***Cent Est de Ens Médio Tiradentes - Porto Alegre/RS***JOÃO LUCAS HANSEN***Fundação Escola Técnica Liberato Sálzano Vieira da Cunha -
Novo Hamburgo/RS***JOÃO PEDRO SOARES DE SOUZA***CEFET MG Campus V - Divinópolis - Divinópolis/MG***JÚLIA RODRIGUES ALENCAR***Col Militar Dom Pedro II - Brasília/DF***KAREN FOLONI***Idalina Vianna Ferro Professora - Bariri/SP***LEANDRO LUIZ DE LIMA FREITAS***Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE - Recife/PE***MARCO ANTONIO FALDEZ DE CASTRO SILVA***Colégio Naval - Angra dos Reis/RJ***MARIA LUIZA DE SÁ BARROS GOMES***Colégio Militar do Recife - Recife/PE***MARIO BROCK LEAO***Colégio Militar de Manaus - Manaus/AM*

Lista de Medalhistas**MATHEUS MARQUES***UTFPR - Campus Pato Branco - Pato Branco/PR***MAXWELL PIRES SILVA***IFMA - Campus São Luis Monte Castelo - São Luís/MA***MIGUEL GUIMARÃES TEIXEIRA***Cefet-Rj - Uned Petropolis - Petrópolis/RJ***NATHAN PEREIRA DUTRA***Fundação Escola Técnica Liberato Sálzano Vieira da Cunha -
Novo Hamburgo/RS***NOBUYUKI FURUYA SOARES***Cotia Escola Técnica Estadual De - Cotia/SP***RACHEL LORIATO NAZARETH FRANCO***Col Militar de Brasília - Brasília/DF***STEFANI PERUZZO FOCCHESATTO***Colégio Tiradentes da Brigada Militar - Passo Fundo - Passo
Fundo/RS***TALISSON SANTOS DA SILVA***Escola Estadual Profº Manoel Gentil do Vale Bentes -
Satuba/AL***THIAGO ANTONIO TEIXEIRA DAS NEVES***Col Tec Industrial Prof Isaac Portal Roldan Unesp -
Bauru/SP*

Lista de Medalhistas**THOMÁS AUGUSTO MILANIN DIAS***Colégio Técnico de Campinas - Unicamp - Campinas/SP***VICTOR DUTRA DE LUCENA***Col Militar de Brasília - Brasília/DF***VITOR GABRIEL ALÉSSIO NOGARA***Colégio Tiradentes da Brigada Militar - Passo Fundo - Passo
Fundo/RS***WENDELL OLIVEIRA***IFES - Campus Linhares - Linhares/ES***WILKINSON MOURA LIRA FILHO***Colégio Militar Tiradentes IV - Caxias/MA***WILLIAM DE ALMEIDA FERREIRA DA SILVA***Philadelpho Gouvea Netto ETEC - São José do Rio Preto/SP*

3ª série do ensino médio

Medalha de Ouro

Lista de Medalhistas

ARTUR DANTAS FERREIRA DA SILVA

Col Militar de Brasília - Brasília/DF

BRUNO PEREIRA CAMPOS

CEFET MG Campus V - Divinópolis - Divinópolis/MG

DANIEL SANTANA

Col Militar de Brasília - Brasília/DF

DAVI CARNEIRO GERALDO

Col de Aplicação da UFV - Coluni - Viçosa/MG

DIEGO OLANDOSKI DE OLIVEIRA

Pol Militar C Cel P M F S Mir Ef M - Curitiba/PR

DIEGO PEREIRA DA SILVA

Col de Aplicação da UFV - Coluni - Viçosa/MG

FELIPE LORENZZON

IFSC - Campus Xanxere - Xanxerê/SC

FELIX GEDRAT DINKLAGE

Colégio Técnico de Campinas - Unicamp - Campinas/SP

GABRIEL MACHADO GOMES

Cent Est de Ens Médio Tiradentes - Porto Alegre/RS

Lista de Medalhistas**HENRIQUE ALVES DE FERNANDO***Limeira Colégio Técnico de Unicamp - Limeira/SP***JOÃO PEDRO FERREIRA DA CRUZ***Antonio de Padua Cardoso ETEC - Batatais/SP***JOÃO PEDRO SOUTO MAIOR BRAGA***Colégio de Aplicação do CE da UFPE - Recife/PE***LORENZO MARQUES SPADONI***Cent Est de Ens Médio Tiradentes - Porto Alegre/RS***LUCA SÁRTORI BONI***Fundação Escola Técnica Liberato Sálzano Vieira da Cunha -
Novo Hamburgo/RS***LUCAS BALEN CARDOZO***Cent Est de Ens Médio Tiradentes - Porto Alegre/RS***LUCAS DIAS HESTEREQUE***IFMG - Campus Betim - Betim/MG***LUCAS GABRIEL DE ARAUJO DA SILVA***Anexo I do Colégio da Polícia Militar Petrolina -
Petrolina/PE***LUCAS SANTOS SOUSA***Zona Sul ETEC Da - São Paulo/SP***LUIS AUGUSTO ARCHANGELO CORREA***Limeira Colégio Técnico de Unicamp - Limeira/SP*

Lista de Medalhistas

LUIS FERNANDO SANTANA DE OLIVEIRA
CERQUEIRA

Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA

MARCOS VINÍCIUS SOPRANI PANAMANI

IFES - Campus Linhares - Linhares/ES

MATHEUS EGGER CHAVES PEDRO

Col Militar de Brasília - Brasília/DF

MATTHEUS PETER MARIA ARTS

Colégio Técnico de Campinas - Unicamp - Campinas/SP

NORTON HUGO GUIMARÃES GOUVÊA OLIVEIRA

Col de Aplicação da UFV - Coluni - Viçosa/MG

PEDRO HENRIQUE XIMENES ROGOSKI

Colégio Militar de Curitiba - Curitiba/PR

PEDRO REMUS DE ÁVILA

IFSC - Campus Florianópolis-Centro - Florianópolis/SC

RICARDO FERREIRA PIÑEIRO

Colégio Militar de Campo Grande - Campo Grande/MS

THIAGO HENRIQUE SILVA SANTOS

EEEP Marta Maria Giffoni de Sousa - Acaraú/CE

VITOR DE JESUS CAETANO

Col Militar de Brasília - Brasília/DF

3ª série do ensino médio

Medalha de Prata

Lista de Medalhistas

ANA JÚLIA PINTO DIAS

Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA

BRENO BARBOSA DA CUNHA

Instituto Federal de Alagoas-Campus Maceió - Maceió/AL

CLARICE NATALI STARLINO LANA

IFMG - Campus Avançado Ponte Nova - Ponte Nova/MG

DANIEL OLIVEIRA MILAGRE

CEFET MG Campus V - Divinópolis - Divinópolis/MG

DAVI SPERANDIO AGATTI

IFES - Campus Vitória - Vitória/ES

EDUARDO DE OLIVEIRA MACHADO PITA

Universidade Federal do Paraná - Sept - Curitiba/PR

ELDER GABRIEL DE JESUS CARVALHO BISPO

*EE - Colégio Estadual Professora Zenaide Alves Barreto -
Utinga/BA*

ELIARDO SOARES COELHO

EEEP Maria Eudes Bezerra Veras - Novo Oriente/CE

Lista de Medalhistas**ELIPE CARDENAS LIMA NAMOUR***Basilides de Godoy Prof ETEC - São Paulo/SP***ERNANDA WALTRS FREITAS***ETEC Professor José Carlos Seno Junior - Olímpia/SP***FABIO SEIJI SÁKAI IWASHIMA***Colégio Técnico de Campinas - Unicamp - Campinas/SP***FREDERICO DA MOTTA VILLANI***Cent Est de Ens Médio Tiradentes - Porto Alegre/RS***GABRIEL ANTÔNIO DE OLIVEIRA RUGERI***Colégio Tiradentes da Brigada Militar - Passo Fundo - Passo Fundo/RS***HYALISSON DA SILVA FELIPE***Cel Hervano Macedo Junior Colégio da Polícia Militar Sede Juazeiro do Norte - Juazeiro do Norte/CE***IGOR VINICIUS BAIS NUNES***Instituto Federal de Mato Grosso do Sul - Campus Campo Grande - Campo Grande/MS***JOÃO VICTOR DE QUEIROZ MORAES***Instituto Federal de Educação Ciência E Tecnologia de Goiás Campus Jataí - Jataí/GO***JUAN CARLOS VIEIRA DE QUEIROZ***IF Goiano - Campus Trindade - Trindade/GO*

Lista de Medalhistas

José Victor Santos Ferreira

Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL

LUAN SEGANTINI SILVESTRE

Limeira Colégio Técnico de Unicamp - Limeira/SP

LUCAS ANTONIO PELIKE

Universidade Tecnológica Federal do Pr - Curitiba/PR

LUCAS GUIMARÃES NEVES

IFES - Campus Linhares - Linhares/ES

LUIZA SOARES GONZAGA MEDEIROS

Campus 1 - BH - Belo Horizonte/MG

LUIZA MARIA LEÃO LEITE

IFRN - Campus Natal - Central - Natal/RN

MARCOS AUGUSTO BREDÁ

Amim Jundi ETEC - Osvaldo Cruz/SP

MARIA CLARA FERREIRA

Colégio Técnico de Campinas - Unicamp - Campinas/SP

MATEUS DE BRITO GUIRARDELLO

Colégio Técnico de Campinas - Unicamp - Campinas/SP

MATHEUS LITTIG RADINZ

IFES - Campus Vitória - Vitória/ES

MURILO CALEGARI DE SOUZA

IFES - Campus Nova Venécia - Nova Venécia/ES

Lista de Medalhistas

NORMANDO DUTRA DOS SANTOS FILHO

*Instituto Federal do Acre Campus Rio Branco - Rio
Branco/AC*

OTAVIO SEBASTIÃO KRINSKI MOREIRA

Pol Militar C Cel P M F S Mir Ef M - Curitiba/PR

PIETRO GRAZZIOLI GOLFETO

Colégio Militar de Santa Maria - Santa Maria/RS

RODRIGO YUSKE YAMAUCHI

Colégio Militar de Curitiba - Curitiba/PR

3ª série do ensino médio

Medalha de Bronze

Lista de Medalhistas**ANDRÉ ZANARDI CREPPE***Col Tec Industrial Prof Isaac Portal Roldan Unesp -
Bauru/SP***ARTUR BERNARDES MELLO DA SILVEIRA***Col de Aplicação da UFV - Coluni - Viçosa/MG***ARTUR GASPAR DA SILVA***Campus 1 - BH - Belo Horizonte/MG***ATHAÍDE BELO DA SILVA SANTOS***Instituto Federal de Alagoas-Campus Maceió - Maceió/AL***BERNARDO RAMOS DE GODOY***Universidade Federal do Paraná - Sept - Curitiba/PR***CLEOMAR FELIPE RABELO***Campus - Cuiabá - Cuiabá/MT***DANIEL FÉRES MAEDA***Col Tec Industrial Prof Isaac Portal Roldan Unesp -
Bauru/SP*

Lista de Medalhistas**EDUARDO SANTANA DO CARMO***Instituto Federal do Maranhão - Campus Imperatriz -
Imperatriz/MA***EMILY HASE MASCARELO***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***FELIPE REIS CAMPANHA RIBEIRO***Campus 1 - BH - Belo Horizonte/MG***FELIPE RODRIGUES FERRAZ DE ALENCAR***Cel Hervano Macedo Junior Colégio da Polícia Militar Sede
Juazeiro do Norte - Juazeiro do Norte/CE***GABRIEL ALEXANDER TOLEDO MENDES***Adelino Bordignon Empsg - Matão/SP***GABRIEL CORTELETTI PREZOTTI PALASSI***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***HENRIQUE DE OLIVEIRA RAMOS***Col Militar Dom Pedro II - Brasília/DF***JOSÉ CLEBER DO NASCIMENTO SÁLES***Col Militar do Corpo de Bombeiro - Fortaleza/CE***JOÃO VICTOR FARIA SANTOS***Universidade Federal do Paraná - Sept - Curitiba/PR***JULIANA MARCARINI CARLONI***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES*

Lista de Medalhistas**LUANA TONOLI RIBETI***EEEFM Gisela Sálloker Fayet - Domingos Martins/ES***LUCAS CARVALHO MENDES NUNES***ETE Professor Francisco Jonas Feitosa Costa - Arcoverde/PE***LUCAS RIBEIRO FERRAZ***ETE Professor Francisco Jonas Feitosa Costa - Arcoverde/PE***LUIZ FELIPE BARROS ALVES***EEEP Raimundo Saraiva Coelho - Juazeiro do Norte/CE***MATHEUS DE SOUSA MATOS MEDEIROS***Instituto Federal de Educação Ciência E Tecnologia do Rn -
IFRN - Campus Mossoro - Mossoró/RN***MIGUEL ROCHA FULGINITI***Cent Est de Ens Médio Tiradentes - Porto Alegre/RS***Mariana Vieira Souza Tenório***Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL***NATAN DALRIO GOMES***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***NAYRA KETHULY CARDOSO DE OLIVEIRA***Ensino Médio Augustinho Brandão - Cocal dos Alves/PI***OSWALDO GIÁCOMO NETO***Instituto Federal de Alagoas-Campus Maceió - Maceió/AL*

Lista de Medalhistas**PABLO RIAN MAGALHAES CARNEIRO***EE - Colégio Estadual de Tanque Novo - Tanque Novo/BA***PAULA RANNA OLIVEIRA BEZERRA***EEEP Monsenhor Luis Ximenes Freire - Santa Quitéria/CE***PEDRO LIDUINO DO NASCIMENTO***Colégio Naval - Angra dos Reis/RJ***PEDRO MEIRELES FREIRE***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***PEDRO TONINI ROSENBERG SCHNEIDER***IFES - Campus Vitória - Vitória/ES***RAPHAEL NUNES DA SILVA MOREIRA SOUZA***CEFET Celso Suckow da Fonseca - Rio de Janeiro/RJ***VICTOR PABLO DOS SANTOS***Colégio Técnico de Campinas - Unicamp - Campinas/SP***VITOR ALVES DA SILVA***EE - Colégio Estadual de Tanque Novo - Tanque Novo/BA*

4ª série do ensino médio

Medalha de Ouro

Lista de Medalhistas

ARTHUR GONÇALVES DIESEL

IFES - Campus Vitória - Vitória/ES

GABRIEL COSME BARBOSA

IFES - Campus Vitória - Vitória/ES

JOÃO PEDRO PINTO COSTA

*Instituto Federal de Educação Ciência E Tecnologia do Rn -**IFRN - Campus Apodi - Apodi/RN*

THEO BORÉM FABRIS

IFES - Campus Vitória - Vitória/ES

VITOR MEIRELLES BETTO

IFES - Campus Vitória - Vitória/ES

4^a série do ensino médio

Medalha de Prata

Lista de Medalhistas

EMILLY DA SILVA ARCANJO

IFBA - Campus Salvador - Salvador/BA

MARCOS VINICIUS CERRI SILVA

IFES - Campus Vitória - Vitória/ES

RENAN ALMEIDA FERREIRA

CEFET Celso Suckow da Fonseca - Rio de Janeiro/RJ

TIAGO DA SILVA HENRIQUE

IFSC - Campus Florianópolis-Centro - Florianópolis/SC

4ª série do ensino médio

Medalha de Bronze

Lista de Medalhistas

ANTÔNIO VICTOR MACHADO DE OLIVEIRA

IFES - Campus Vitória - Vitória/ES

FILIPE GOMES ARANTE DE SOUZA

*IFES - Campus Cariacica - Cariacica/ES*JOÃO PEDRO GUIMARÃES MAXIMIANO
FERNANDES*CEFET Celso Suckow da Fonseca - Rio de Janeiro/RJ*

RAFAEL RODRIGUES TELLO

IFSC - Campus Florianópolis-Centro - Florianópolis/SC

Escolas Premiadas

Escolas Premiadas

Escola Municipal

Centro Educ Profa Alzira Alves Carneiro

Tanque Novo - BA

Em Prof Luiz Maranhão Filho

Parnamirim - RN

Emeif Profa. Maria Antonézia Meireles E Sá

Fortaleza - CE

Esc Miul Orozina M Martins

Caldas Novas - GO

Escola Municipal Pastor Hans Muller

Joinville - SC

Escola Municipal Prof. Ofélio Leitão

Teresina - PI

Roberto Zanutto Desiderio Professor EMEF

Sertãozinho - SP

Escolas Premiadas

Escola Estadual

C E Mauá

Magé - RJ

CED Gisno

Brasília - DF

Cen Est de Ens Médio Tiradentes

Porto Alegre - RS

Colégio João Abreu

Dianópolis - TO

Colégio Militar Tiradentes IV

Caxias - MA

Colégio Tiradentes Pming

Governador Valadares - MG

Colégio Técnico de Campinas - Unicamp

Campinas - SP

Colégio da Polícia Militar Tiradentes

*Maceió - AL*Colégio da Polícia Militar de Goiás - Unidade Hugo de
Carvalho*Goiânia - GO*

Colégio da Polícia Militar do Ceará

Fortaleza - CE

EE Desmilton Armando Pompeu de Barros

Colider - MT

EEEFM Gisela Sálloker Fayet

Domingos Martins - ES

EEEM Acy de Jesus Neves de Barros Pereira

Marabá - PA

Ee-Colégio Estadual de Tanque Novo

Tanque Novo - BA

Ensino Médio Augustinho Brandão

Cocal dos Alves - PI

Esc. Est Prof. Waldocke Fricke de Lyra

Manaus - AM

Escola Estadual Ayrton Senna da Silva

Boa Vista - RR

Escola de Aplicação do Recife - FCAP UPE

Recife - PE

Pol Militar C Cel PMFS Mir Efm

Curitiba - PR

Escolas Premiadas

Escola Federal

CEFET Celso Suckow da Fonseca

Rio de Janeiro - RJ

Colégio Militar de Brasília

Brasília - DF

Colégio Militar de Campo Grande

Campo Grande - MS

Colégio Militar de Curitiba

Curitiba - PR

Colégio Militar de Fortaleza

Fortaleza - CE

Colégio Militar de Manaus

Manaus - AM

Colégio Militar de Porto Alegre

Porto Alegre - RS

Colégio Militar de Recife

Recife - PE

Colégio Militar de Salvador

Salvador - BA

Colégio de Aplicação da IJF-v - Coluni
Viçosa - MG

E E F M Tenente Rego Barros
Belém - PA

FAC - Campus Rio Branco
Rio Branco - AC

IFAL - Campus Maceió
Maceió - AL

IFAP - Campus Macapá
Macapá - AP

IFES - Campus Vitória
Vitória - ES

IFGO - Campus Jataí
Jataí - GO

IFGOIANO - Campus Trindade
Trindade - GO

IFMT Campus Cuiabá
Cuiabá - MT

IFRN - Campus Natal - Central
Natal - RN

IFSC - Campus Florianópolis - Centro
Florianópolis - SC

IFSP - Campus Sertãozinho
Sertãozinho - SP

Instituto Federal de Educação Ciência E Tecnologia do
Maranhão Campus Imperatriz
Imperatriz - MA

Professores Premiados

Professores Premiados

Escola Municipal

Benaci Daniel dos Santos

Emeif Profa. Maria Antonezia Meireles E Sa - Fortaleza/CE

Edvan Souza Pereira

*Centro Educacional Prof^{ta} Alzira Alves Carneiro - Tanque
Novo/BA*

Jesus Venus Silva Costa

Escola Municipal Professor Ofelio Leitão - Teresina/PI

José Neto de Oliveira

Escola Municipal Orozina M Martins - Caldas Novas/GO

Rodrigo Domingos Dias

EMEF Professor Roberto Zanutto Desiderio - Sertãozinho/SP

Rosângela de Moura Butzge

Escola Municipal Pastor Hans Muller - Joinville/SC

Professores Premiados

Escola Estadual

Cintia Bastos Leite Rosely Dal Castel

Centro Estadual de Ensino Médio Tiradentes - Porto Alegre/RS

Edvan Souza Pereira

Colégio Estadual de Tanque Novo - Tanque Novo/BA

Francisco Vieira de Brito

Ensino Médio Augustinho Brandão - Cocal dos Alves/PI

Fábio da Silva Bozolan

Colégio Técnico de Campinas - Unicamp - Campinas/SP

Gercelano Pereira dos Passos

Colégio Militar Tiradentes IV - Caxias/MA

Glauciete Sarmiento Maciel

CED Gisno - Brasília/DF

Helder Calvi Inocêncio

EE Desmilton Armando Pompeu de Barros - Colider/MT

J. C. Santos

Colégio Tiradentes Polícia Militar - Maceió/AL

Jean Carlos Targino da Silva

Colégio da Polícia Militar do Ceará - Fortaleza/CE

Jefferson Araújo Pires

*Colégio da Polícia Militar de Goiás - Unidade Hugo de
Carvalho Ramos - Goiânia/GO*

José Dilson da Silva Teixeira

Escola Estadual Ayrton Senna da Silva - Boa Vista/RR

Keila Gomes Maciel Lara

Colégio Tiradentes PMMG - Governador Valadares/MG

Osmar Tenorio Pereira Dias Junior

Escola Polícia Militar C Cel PMFS Mir Efm - Curitiba/PR

Paulo Roberto C. da Silva

Escola de Aplicação do Recife - Fcap/Upe - Recife/PE

Raymildo Félix Aires da Silva

Colégio João D Abreu - Dianópolis/TO

Ricardo Monteiro da Silva

CE Mauá - Magé/RJ

Risonilson Souza da Silva

Escola Est. Professor Waldocke Fricke de Lyra - Manaus/AM

Roberto Costa Nunes

EEEM Acy de Jesus Neves de Barros Pereira - Marabá/PA

Tailor Raniere Waiandt

EEEFM de Ponto do Alto - Domingos Martins/ES

Professores Premiados

Escola Federal

Adameck França

Colégio Militar de Brasília - Brasília/DF

Alessandra Memari Pavanelli

Colégio Militar de Curitiba - Curitiba/PR

Alex Carlos Forastieri Cova

Colégio Militar de Salvador - Salvador/BA

Aline Costalonga Gama

IFES - Campus Vitória - Vitória/ES

Ana Alzira Fayal Trovão

IFPA - Campus Parauapebas - Parauapebas/PA

Capitão René Tenente Mattos

Colégio Militar de Manaus - Manaus/AM

Cleudson Ramos Omido

Colégio Militar de Campo Grande - Campo Grande/MS

Cleyton Assis L. de Souza

Ifac - Campus Rio Branco - Rio Branco/AC

Dalson Eloy Almeida

Cefet- MG - Campus V - Divinópolis - Divinópolis/MG

Eliane dos Santos Alencar

Ifal- Campus Maceió - Maceió/AL

Emanuel Thiago de Oliveira Sousa

IFAP - Campus Macapá - Macapá/AP

Francisco de Assis Sousa

IFRN - Campus Apodi - Apodi/RN

Glauco Hebert Almeida de Melo

IFMA - Campus Imperatriz - Imperatriz/MA

Kelly de Souza Fernandes Carrião

IFGoiano - Campus Trindade - Trindade/GO

Luciano Schlaucher

Ifmt- Campus Cuiabá - Cuiabá/MT

Lânia Auxiliadora Pereira Constâncio

IFSP - Campus Sertãozinho - Sertãozinho/SP

Mauricio Marczwski

Colégio Militar de Porto Alegre - Porto Alegre/RS

Mikael Souto Maior Sousa

Colégio Militar de Fortaleza - Fortaleza/CE

Paula Borges Monteiro

IFSC - Florianópolis/SC

Rodrigo Ferreira Marinho

IFGoiano - Campus Jataí - Jataí/GO

Ronaldo Pereira de Melo Junior
Colégio Militar do Recife - Recife/PE

Sandoval Francisco da Silva
Colégio Militar do Rio de Janeiro - Rio de Janeiro/RJ



Sociedade Brasileira de Física